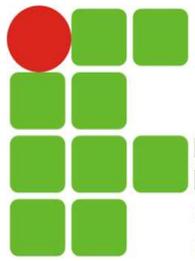


INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo

PROJETOS FATORIAIS COM DOIS FATORES

Introdução à Pesquisa Experimental

Professora Sabrina Elicker Hagemann



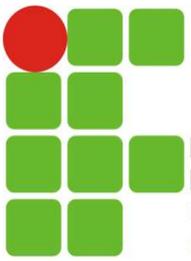
EXEMPLO

Uma empresa está interessada em aumentar o teor de pureza de uma substância química. Os dois fatores mais importantes que influenciam o teor de pureza são a temperatura e a pressão do reator.

Objetivo: determinar os níveis de temperatura e pressão que maximizassem o teor de pureza.

Como:

1. fixar a temperatura em 65°C e variar pressão;
2. fixar a melhor pressão, variar a temperatura obtendo a resposta.

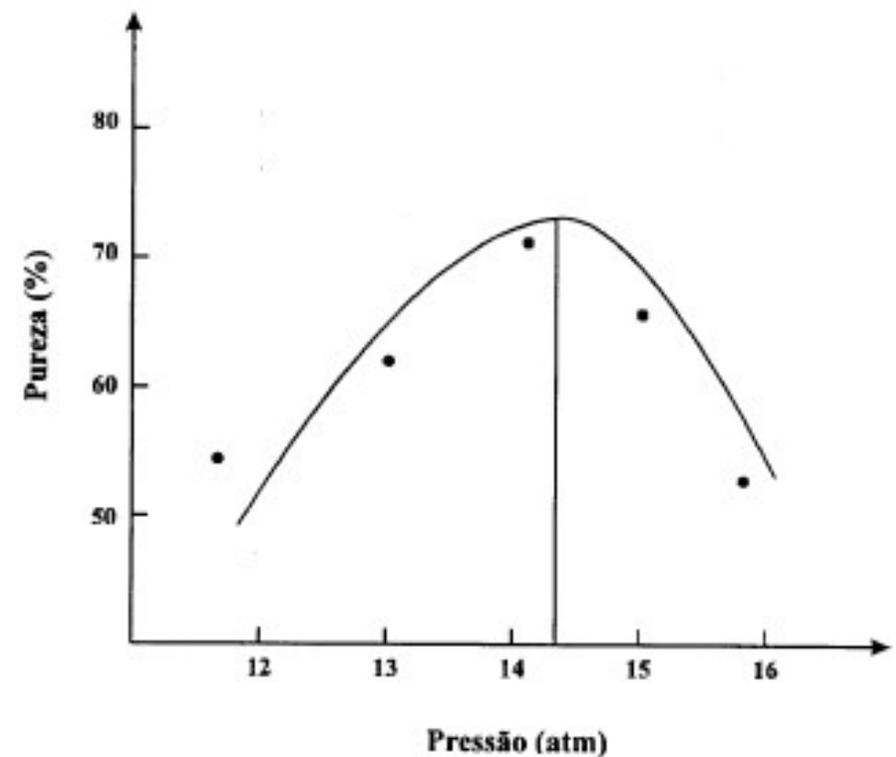
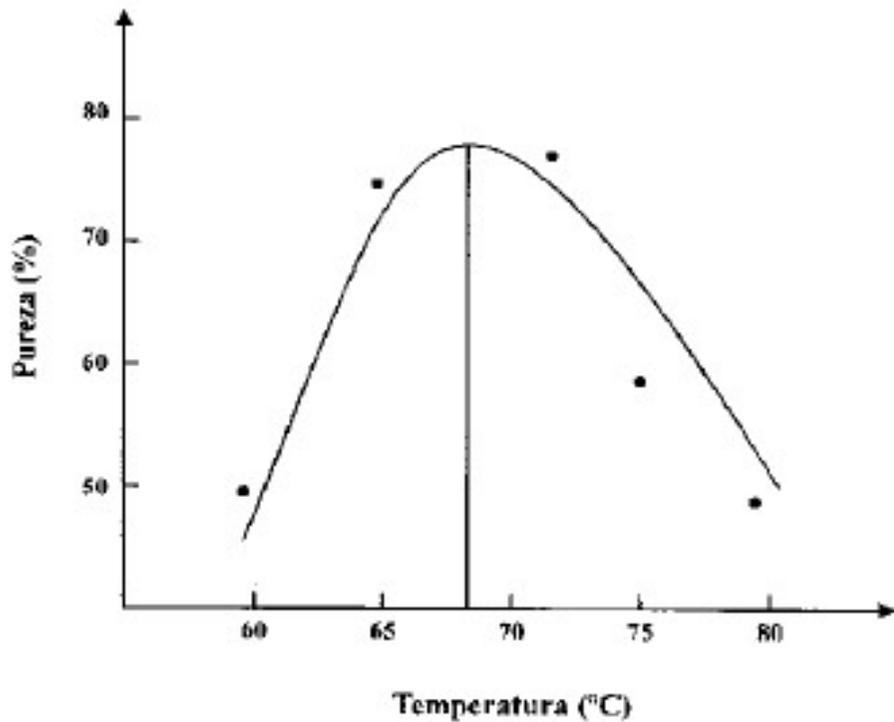


EXEMPLO

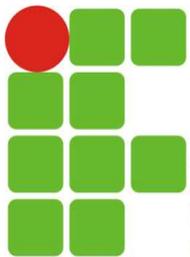
FATORES TESTADOS UM DE CADA VEZ

Pressão fixada em 14,3 atm

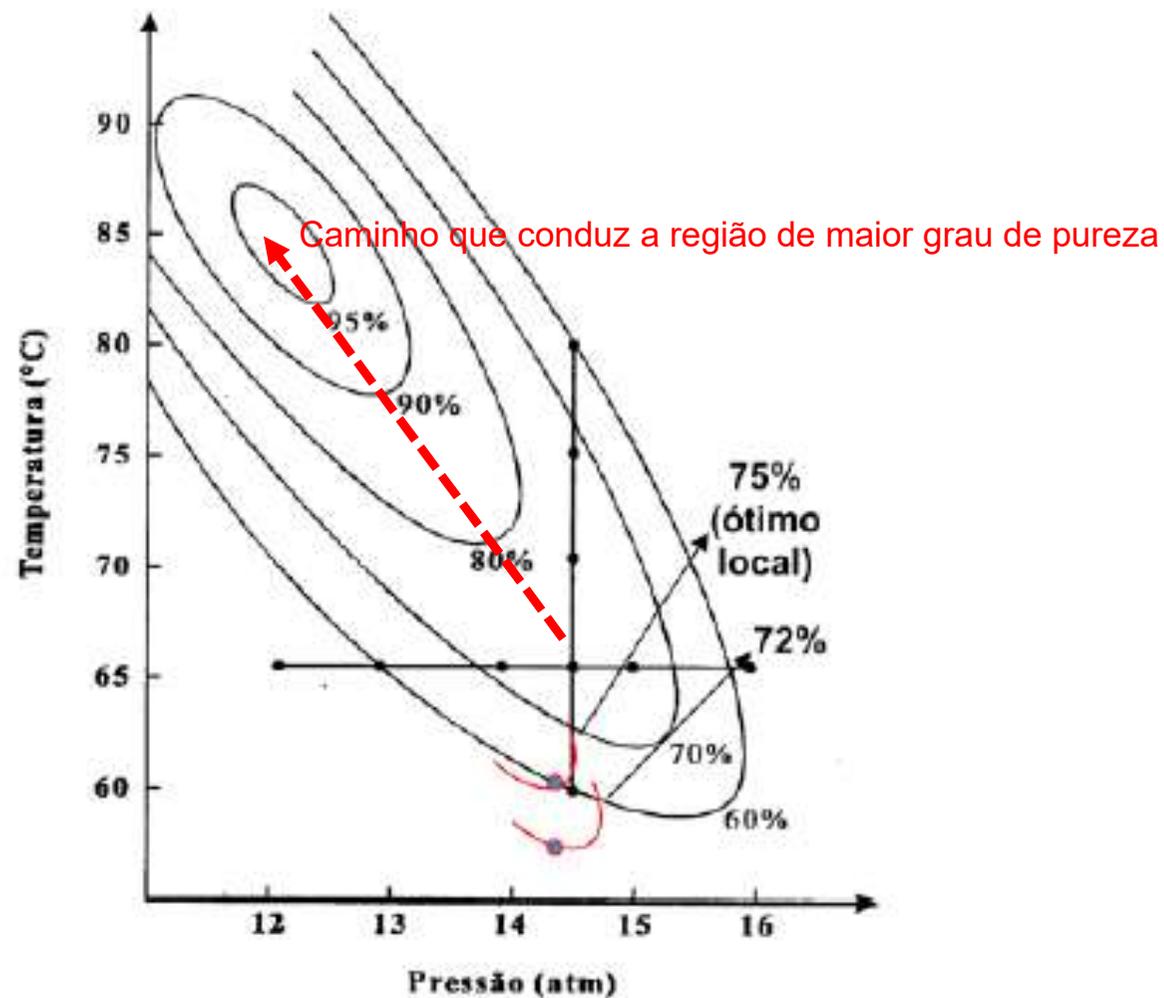
Temperatura fixada em 65° C



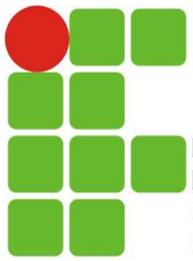
Fonte: RIBEIRO et al. (2011)



FATORES TESTADOS SIMULTANEAMENTE



Fonte: RIBEIRO et al. (2011)



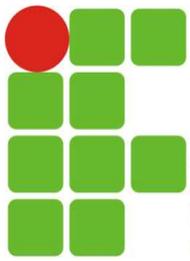
EFEITOS DOS FATORES

O efeito de um fator principal é definido como a mudança que aparece na variável de resposta quando se muda o nível deste fator, independente dos níveis do outro fator.

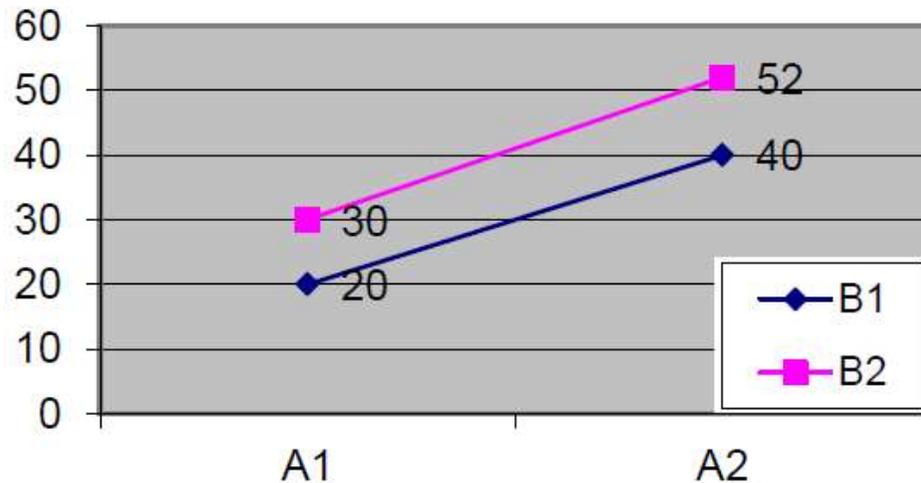
Exemplo:

Dada a seguinte matriz experimental:

		Fator B		Média
		B1	B2	
Fator A	A1	20	30	25
	A2	40	52	46
		30	41	



EFEITOS DOS FATORES



$$\text{Efeito de A} = \text{Média A2} - \text{Média A1}$$

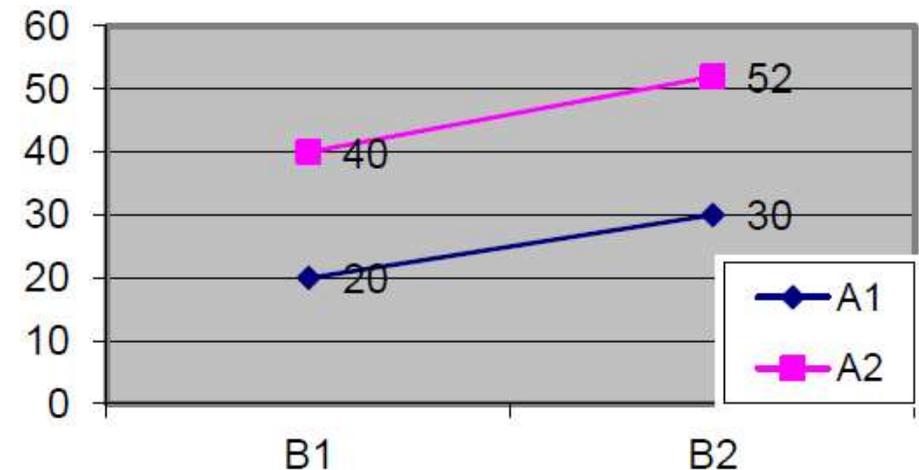
$$\text{Efeito de A} = \frac{(40 + 52)}{2} - \frac{(20 + 30)}{2} = 21$$

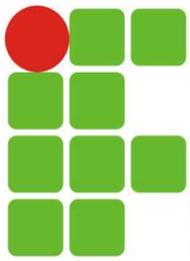
Passando do nível A1 para o nível A2 há uma mudança média na resposta de 21 unidades, independente dos níveis do fator B.

$$\text{Efeito de B} = \text{Média B2} - \text{Média B1}$$

$$\text{Efeito de B} = \frac{(30 + 52)}{2} - \frac{(20 + 40)}{2} = 11$$

Passando do nível B1 para o nível B2 há uma mudança média na resposta de 11 unidades





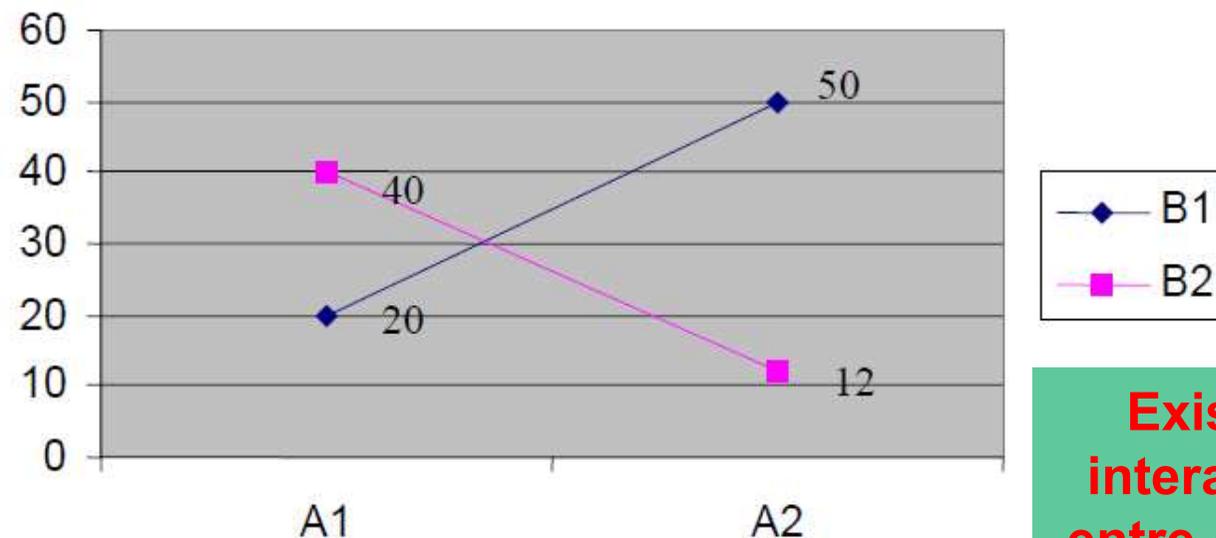
EFEITOS DOS FATORES

Em alguns experimentos a diferença na resposta observada quando se modifica os níveis de um dos fatores irá depender do nível do outro fator

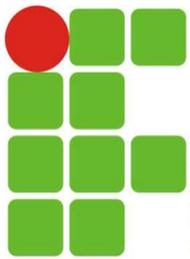
Exemplo:

Dada a seguinte matriz experimental:

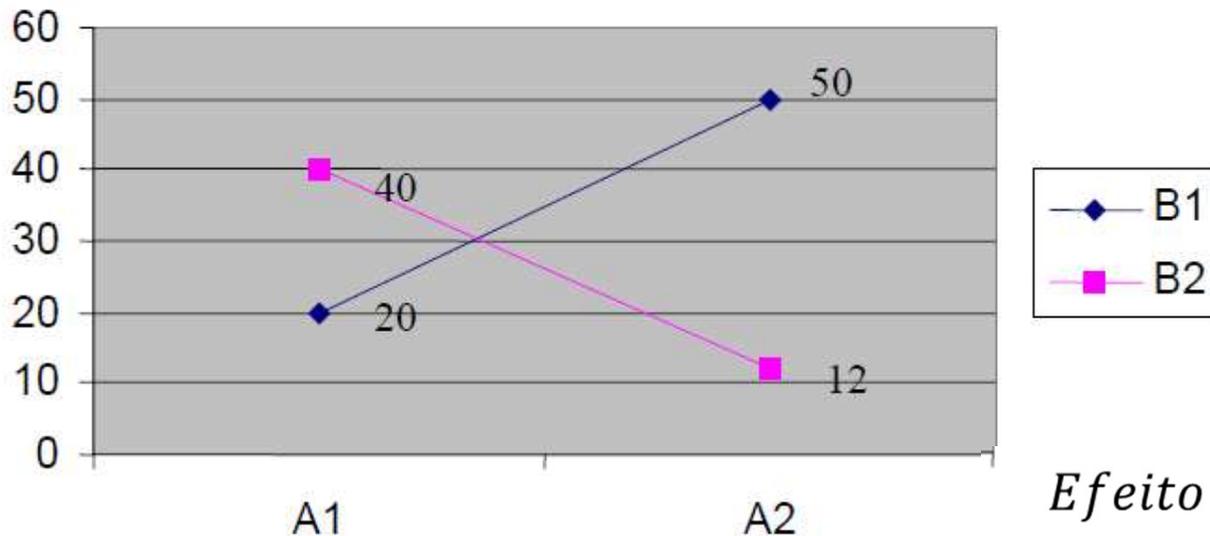
	B1	B2
A1	20	40
A2	50	12



**Existe
interação
entre A e B**



EFEITOS DOS FATORES



Quando a interação é forte, os efeitos principais têm pouco interesse prático. Para esses dados:

$$\text{Efeito de A} = \text{Média A2} - \text{Média A1}$$

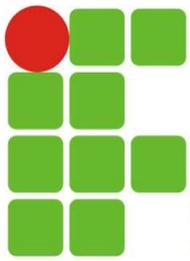
$$\text{Efeito de A} = \frac{(50 + 12)}{2} - \frac{(20 + 40)}{2} = 1$$

O fator A tem um efeito pequeno ? ERRADO!

O fator A tem um efeito pronunciado, mas esse efeito depende do nível do fator B:

Em B1 Efeito de A = $50 - 20 = 30$

Em B2 Efeito de A = $12 - 40 = -28$



EXPERIMENTOS FATORIAIS DE DOIS FATORES

Os experimentos fatoriais mais simples envolvem dois fatores, sendo o Fator A com “a” níveis e Fator B com “b” níveis. Cada repetição completa do experimento envolve “N=a x b” tratamentos.

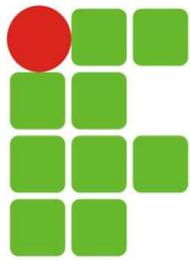
		Fator B			
		1	2	...	b
Fator A	1	$Y_{111}, Y_{112}, \dots, Y_{11n}$	$Y_{121}, Y_{122}, \dots, Y_{12n}$...	$Y_{1b1}, Y_{1b2}, \dots, Y_{1bn}$
	2	$Y_{211}, Y_{212}, \dots, Y_{21n}$	$Y_{221}, Y_{222}, \dots, Y_{22n}$		⋮
	⋮	⋮			⋮
	a	$Y_{a11}, Y_{a12}, \dots, Y_{a1n}$	$Y_{ab1}, Y_{ab2}, \dots, Y_{abn}$

Modelo Estatístico:

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

$$i = 1, a$$
$$j = 1, b$$
$$k = 1, n$$

onde: μ é a média geral;
 τ_i é o efeito do i-ésimo nível de A;
 β_j é o efeito do j-ésimo nível de B;
 $(\tau\beta)_{ij}$ é o efeito da interação AB;
 ε_{ijk} é um erro aleatório.



EXPERIMENTOS FATORIAIS DE DOIS FATORES

Hipóteses a serem testadas:

Para o fator A: $H_0: \tau_i = 0$

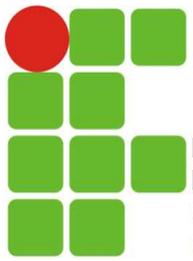
$H_1: \tau_i \neq 0$ para algum i .

Para o fator B: $H_0: \beta_j = 0$

$H_1: \beta_j \neq 0$ para algum j .

Para a interação AB: $H_0: \tau\beta_{ij} = 0$

$H_1: \tau\beta_{ij} \neq 0$ para algum ij .



EXPERIMENTOS FATORIAIS DE DOIS FATORES

Formulário:

$$SQA = \frac{\sum(T_{i...})^2}{bn} - TC$$

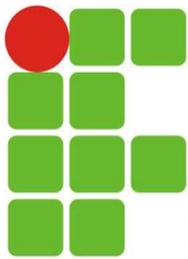
$$SQR = \sum y_{ijk}^2 - \frac{\sum(T_{ij.})^2}{n}$$

$$SQB = \frac{\sum(T_{.j.})^2}{an} - TC$$

$$SQT = \sum y_{ijk}^2 - TC$$

$$SQAB = \frac{\sum(T_{ij.})^2}{n} - TC - SQA - SQB$$

$$SQT = SQA + SQB + SQAB + SQR$$



EXPERIMENTOS FATORIAIS DE DOIS FATORES

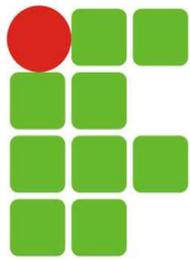
Tabela ANOVA:

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GDL	Médias Quadradas	Teste F
A	SQA	(a-1)	MQA	MQA/MQR
B	SQB	(b-1)	MQB	MQB/MQR
AB	SQAB	(a-1)(b-1)	MQAB	MQAB/MQR
Erro	SQR	ab(n-1)	MQR	
Total	SQT	abn-1		

$$F_{calc} = \frac{\text{Variância entre grupos}}{\text{Variância dentro do grupo}} = \frac{MQG}{MQR}$$

$$F_{tab} = F_{\alpha, GL_{numerador}, GL_{denominador}}$$

Se F calculado > F tabelado ou valor-p < α → Efeito correspondente é significativo



BIBLIOGRAFIA

MONTGOMERY, Douglas. C. Design and Analysis of Experiments. 5. ed. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 2001.

RIBEIRO, J.L.D.; CATEN, C.S.ten. Projeto de experimentos. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2011.