Lista de Exercícios 3

1) Determinar um vetor simultaneamente ortogonal aos vetores $\vec{u} + 2\vec{v}$ e $\vec{v} - \vec{u}$, sendo $\vec{u} = (-3, 2, 0)$ e $\vec{v} = (0, -1, -2)$.

2) Obter um vetor ortogonal ao plano determinado pelos pontos A(2, 3, 1), B(1, -1, 1) e C(4, 1, -2).

3) Dados os vetores $\vec{u} = (1, 1, 0)$ e $\vec{v} = (-1, 1, 2)$, determinar

a) um vetor unitário simultaneamente ortogonal a $\vec{u}$ e $\vec{v}$;

b) um vetor de módulo 5 simultaneamente ortogonal a $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

4) Com base na Figura, calcular

a) $|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}|$

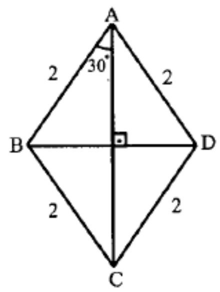
b) $|\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}|$

c) $|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{DC}|$

d) $|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{CD}|$

e) $|\overrightarrow{BD} \times \overrightarrow{AC}|$

f) $|\overrightarrow{BD} \times \overrightarrow{CD}|$



5) Sendo $|\vec{u}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{v}| = 4$ e 45° o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$, calcular

a) $|2\vec{u} \times \vec{v}|$

b) $\left|\frac{2}{5}\vec{u} \times \frac{1}{2}\vec{v}\right|$

6) Dados os vetores $\vec{u} = (3, -1, 2)$ e $\vec{v} = (-2, 2, 1)$, calcular

a) a área do paralelogramo determinado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$;

b) a altura do paralelogramo relativa à base definida pelo vetor $\vec{v}$.

7) Mostrar que o quadrilátero ABCD de vértices A(4, 1, 2), B(5, 0, 1), C(-1, 2, -2) e D (-2, 3, -1) é um paralelogramo e calcular sua área.

8) Sabendo que $|\vec{u}| = 6$, $|\vec{v}| = 4$ e 30° o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$, calcular

a) a área do triângulo determinado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$;

b) a área do paralelogramo determinado por $\vec{u}$ e $(-\vec{v})$;

c) a área do paralelogramo determinado por $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$.

9) Calcular a área do paralelogramo determinado pelos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, sabendo que suas diagonais são $\vec{u} + \vec{v} = (-1, 3, 4)$ e $\vec{u} - \vec{v} = (1, -1, 2)$.

10) Calcular a distância do ponto P(4, 3, 3) à reta que passa por A(1, 2, -1) e B(3, 1, 1).

11) Calcular a área do triângulo ABC e a altura relativa ao lado BC, sendo dados A(-4, 1, 1), B(1, 0, 1) e C(0, -1, 3)

12) Dados os pontos A(2, 1, -1) e B(0, 2, 1), determinar o ponto C do eixo Oy de modo que a área do triângulo ABC seja 1,5 u.a.

13) Dados os vetores $\vec{u} = (3, -1, 1)$, $\vec{v} = (1, 2, 2)$ e $\vec{w} = (2, 0, -3)$, calcular

a) $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

b) $(\vec{w}, \vec{u}, \vec{v})$

14) Verificar se são coplanares os vetores $\vec{u} = (1, -1, 2)$, $\vec{v} = (2, 2, 1)$ e $\vec{w} = (-2, 0, -4)$

15) Verificar se são coplanares os pontos
A(1, 1, 0), B(-2, 1, -6), C(-1, 2, -1) e D(2, -1, -4)

16) Qual o volume do cubo determinado pelos vetores $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$?

17) Um paralelepípedo é determinado pelos vetores $\vec{u} = (3, -1, 4)$, $\vec{v} = (2, 0, 1)$ e $\vec{w} = (-2, 1, 5)$. Calcular seu volume e a altura relativa à base definida pelos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

18) Dados os pontos A(2, 1, 1), B(-1, 0, 1) e C(3, 2, -2), determinar o ponto D do eixo Oz para que o volume do paralelepípedo determinado por $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$ seja 25 u.v.

19) Representar graficamente o tetraedro ABCD e calcular seu volume, sendo A(1, 1, 0), B(6, 4, 1), C(2, 5, 0) e D(0, 3, 3).

20) Calcular o volume do tetraedro de base ABC e vértice P, sendo A (2, 0, 0), B (2, 4, 0), C(0, 3, 0) e P(2, -2, 9). Qual a altura do tetraedro relativa ao vértice P?

21) Calcular a distância do ponto D(2, 5, 2) ao plano determinado pelos pontos A(3, 0, 0), B(0, -3, 0) e C(0, 0, 3).

22) Sendo $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 4$ e 120° o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, calcular

a) $|\vec{u} + \vec{v}|$

b) $|\vec{u} \times (\vec{v} - \vec{u})|$

c) o volume do paralelepípedo determinado por $\vec{u} \times \vec{v}$, $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

23) Determinar *m* e *n* para que se tenha

a) $(m, n, 2) \cdot (4, -1, 3) = -2$

b) $(m, n, 2) \times (4, -1, 3) = (8, -1, -11)$

c) $(m, n, 2) \cdot ((3, 1, 2) \times (0, 1, -1)) = 9$

24) Levando em conta a Figura 3.13, calcular

a) $\overrightarrow{OF} \times \overrightarrow{OD}$

b) $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{FA}$

c) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$

d) $\overrightarrow{EC} \times \overrightarrow{EA}$

e) $\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OC} \times \overrightarrow{OE})$

f) $\overrightarrow{GB} \times \overrightarrow{AF}$

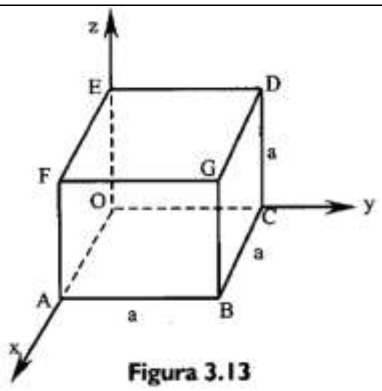


Figura 3.13

25) Determinar $\vec{u} \cdot \vec{v}$, sabendo que $|\vec{u} \times \vec{v}| = 12$, $|\vec{u}| = 13$ e $\vec{v}$ é unitário.

26) O que você pode dizer sobre os vetores **u** e **v** se **u** × **v** = **0**?

Respostas

1)	Um deles: $(\vec{u} + 2\vec{v}) \times (\vec{v} - \vec{u}) = (-12, -18, 9)$		
2)	Um deles: $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (12, -3, 10)$		
3)	a) $(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ ou $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$ b) $(\frac{5}{\sqrt{3}}, -\frac{5}{\sqrt{3}}, \frac{5}{\sqrt{3}})$ ou $(-\frac{5}{\sqrt{3}}, \frac{5}{\sqrt{3}}, -\frac{5}{\sqrt{3}})$		
4)	a) $2\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{3}$	c) 0 d) 0	e) $4\sqrt{3}$ f) $2\sqrt{3}$
5)	a) 16	b) $\frac{8}{5}$	
6)	a) $3\sqrt{10}$	b) $\sqrt{10}$	
7)	$\sqrt{122}$		
8)	a) 6	b) 12	c) 24
9)	$\sqrt{35}$		
10)	$\frac{\sqrt{65}}{3}$		
11)	a) $\sqrt{35}$ e $\frac{2\sqrt{35}}{\sqrt{6}}$		
12)	C (0, 1, 0) ou C $(0, \frac{5}{2}, 0)$		
13)	a) -29	b) -29	
14)	Não		
15)	Sim		
16)	1		
17)	17 e $\frac{17}{\sqrt{30}}$		
18)	D(0, 0, -10) ou D(0, 0, 15)		
19)	$\frac{19}{2}$ u.v.		
20)	12 u.v. e 9 u.c.		
21)	$\frac{4}{\sqrt{3}}$ u.c.		
22)	a) $\sqrt{13}$	b) $6\sqrt{3}$	c) 108 u.v.
23)	a) $n = 4m + 8$	b) $m = 3$ e $n = 2$	c) $n = m + 1$
24)	a) $(-a^2, -a^2, a^2)$ b) $(-a^2, -a^2, 0)$	c) $(0, 0, a^2)$ d) $(-a^2, -a^2, -a^2)$	e) a^3 f) $\vec{0}$
25)	5 ou -5		
26)	São colineares.		