Engenharia Civil

Derivadas

Ementa

- **Reta tangente;**
- **Definição da derivada;**
- Regras básicas de derivação;
- Derivadas parciais e regra da cadeia;
- Derivada das funções elementares;
- Derivada das funções implícitas;
- Derivadas de ordem superior;

Engenharia Civil

Ementa

- Taxas de variação;
- Diferencial e aplicações;
- Teorema do valor intermediário, de Rolle e do valor médio;
- Crescimento e decrescimento de uma função;
- Concavidade e pontos de inflexão;
- Problemas de maximização e minimização;
- Formas indeterminadas - Regras de L'Hospital;

Engenharia Civil

A Derivada

Incrementos: O incremento Δx de uma variável "x" é a variação em *x* quando esse cresce ou decresce de um valor $x = x_0$ a um outro valor $x = x_1$ no seu domínio. Logo, $\Delta x = x_1 - x_0$ e podemos escrever também $x_1 = x_0 + \Delta x$.

Engenharia Civil

Incrementos

Se um incremento for dado à variável *x* a partir do ponto $x = x_0$ (isto é, *x* varia $x = x_0$ de a $x = x_0 + \Delta x$), uma função $y = f(x)$ por sua vez também varia de $f(x_0)$ a $f(x_0 + \Delta x)$, ou seja, um incremento $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ também é dado à variável *y*. O quociente

$$\boxed{\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{variação em y}}{\text{variação em x}}}$$

é chamado de ***Taxa de Variação Média*** no intervalo entre $x = x_0$ e $x = x_0 + \Delta x$.

Engenharia Civil

Incrementos

Exemplo: Quando um incremento $\Delta x = 0{,}5$ é dado a *x* a partir de $x_0 = 1$, a função $y = f(x) = x^2 + 2x$ sofre uma variação em *y*. Logo, a taxa de variação média de *y* no intervalo dado é?

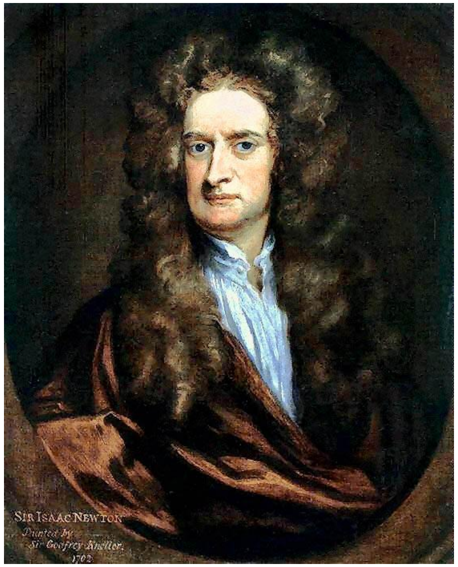
INSTITUTO FEDERAL
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo

Engenharia Civil

A Reta Tangente

Vamos definir a inclinação de uma curva $y = f(x)$ para, em seguida, encontrar a equação da reta tangente à curva num ponto dado.

As ideias que usaremos foram introduzidas no século XVIII por Leibnitz e Newton.

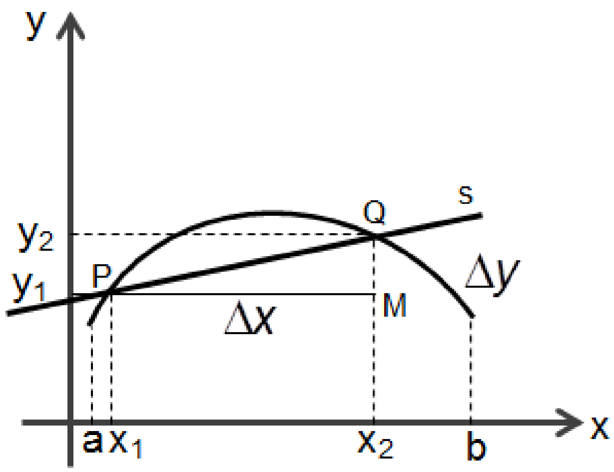


Engenharia Civil

A Reta Tangente

Seja $y = f(x)$ uma curva definida no intervalo (a,b), como mostra a figura. Sejam ainda, P (x_1, y_1) e Q (x_2, y_2) dois pontos distintos da curva $y = f(x)$, e s a reta secante que passa pelos pontos P e Q. Assim, temos:

$$\boxed{tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}}$$



A Reta Tangente

Suponhamos agora que, mantendo **P fixo** e **Q se movendo** sobre a curva na direção de P, a inclinação da reta secante *s* variará. À medida que **Q vai se aproximando** cada vez mais de P, a inclinação da reta secante varia cada vez menos, tendendo para **um valor limite constante**.

Esse **valor limite** é chamado **inclinação da reta tangente** à curva no ponto P, ou também inclinação da curva em P.

Engenharia Civil

A Reta Tangente

Supon … **Q se**

movendo so … ção da reta

secante *s* var … **ando** cada

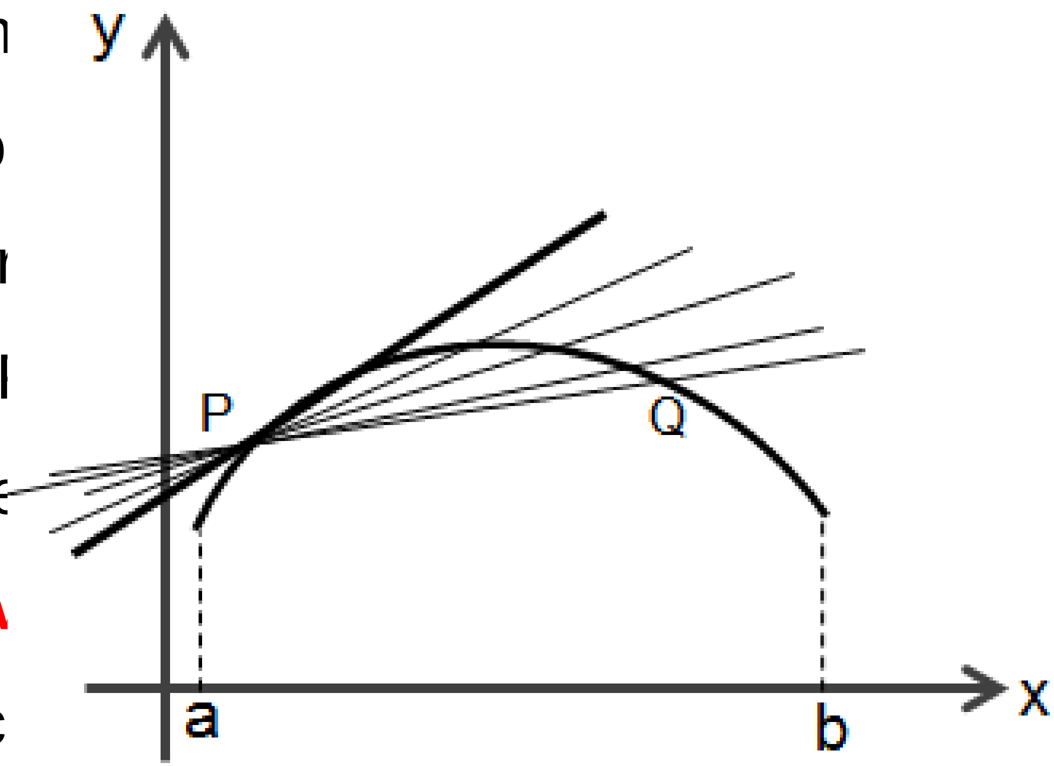
vez mais de I … ada vez

menos, tende … .

Esse **v** … **reta**

tangente à c … o da curva

em P.



Engenharia Civil

Definição de Derivada

Definição: Dada uma curva $y = f(x)$, seja P (x_1,y_1) um ponto sobre ela. A inclinação da reta tangente à curva no ponto *P* é dada por:

$$\boxed{m(x_1) = \lim_{Q \to P} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x_2 \to x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}}$$

quando o limite existe.

Fazendo $x_2 = x_1 + \Delta x$ podemos reescrever o limite na forma:

$$\boxed{m(x_1) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}}$$

Engenharia Civil

Definição de Derivada

Generalizando: Encontramos a inclinação da reta tangente em qualquer ponto da função com o limite:

$$\boxed{m(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}}$$

Definição de Derivada

Exemplo: Encontre a inclinação da reta tangente à curva

$y = x^2 - 2x + 1$ no ponto x = 3.

Exemplo: Encontre a equação da reta tangente à curva

$y = 2x^2 + 3$ no ponto cuja a abscissa é 2.

Engenharia Civil

Definição de Derivada

Exemplo:

Calcule a derivada das seguintes funções:

1 – $y = x^2 + 3x + 5$

2 – $y = \dfrac{1}{x-2}$, nos pontos x = 1 e x = 3.

3 – $y = \dfrac{2x-3}{3x+4}$

4 – $y = \sqrt{2x+1}$

5 – $f(x) = x^{1/3}$. Examine *f’* (0)