

# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

## EXERCÍCIOS

01)

Em cada um dos seguintes casos, verificar se o Teorema do Valor Médio se aplica. Em caso afirmativo, achar um número  $c$  em  $(a, b)$ , tal que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Interpretar geometricamente.

(a)  $f(x) = \frac{1}{x}; a = 2, b = 3.$

(b)  $f(x) = \frac{1}{x}; a = -1, b = 3.$

(c)  $f(x) = x^3; a = 0, b = 4.$

(d)  $f(x) = x^3; a = -2, b = 0.$

(e)  $f(x) = \cos x; a = 0, b = \pi/2.$

(f)  $f(x) = \operatorname{tg} x; a = \pi/4, b = 3\pi/4.$

(g)  $f(x) = \operatorname{tg} x; a = 0, b = \pi/4.$

(h)  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}; a = -1, b = 0.$

(i)  $f(x) = \sqrt[3]{x}; a = -1, b = 1.$

(j)  $f(x) = |x|; a = -1, b = 1.$

02)

A função  $f(x) = x^{2/3} - 1$  é tal que  $f(-1) = f(1) = 0$ . Por que ela não verifica o Teorema de Rolle no intervalo  $[-1, 1]$ ?

03)

Seja  $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 9$ . Mostrar que  $f$  satisfaz as condições do Teorema de Rolle no intervalo  $[-3, 3]$  e determinar os valores de  $c \in (-3, 3)$  que satisfaçam  $f'(c) = 0$ .

04)

Determinar os pontos críticos das seguintes funções, se existirem.

(a)  $y = 3x + 4.$

(b)  $y = x^2 - 3x + 8.$

(c)  $y = 2 + 2x - x^2.$

(d)  $y = (x - 2)(x + 4).$

(e)  $y = 3 - x^3.$

(f)  $y = x^3 + 2x^2 + 5x + 3.$

(g)  $y = x^4 + 4x^3.$

(h)  $y = \operatorname{sen} x.$

(i)  $y = \cos x.$

(j)  $y = \operatorname{sen} x - \cos x.$


(k)  $y = e^x - x.$

(l)  $y = (x^2 - 9)^{2/3}.$

# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

05)

 Determinar, algebricamente, os intervalos nos quais as funções seguintes são crescentes ou decrescentes. Fazer um esboço do gráfico, comparando os resultados.

(a)  $f(x) = 2x - 1.$

(b)  $f(x) = 3 - 5x.$

(c)  $f(x) = 3x^2 + 6x + 7.$

(d)  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 2.$

(e)  $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 3).$

(f)  $f(x) = \frac{x}{2} + \text{sen } x.$

(g)  $f(x) = 2^x.$

(h)  $f(x) = e^{-x}.$

(i)  $f(x) = xe^{-x}.$

(j)  $f(x) = \frac{x^2}{x - 1}.$

06)

Determinar os máximos e mínimos das seguintes funções, nos intervalos indicados.

(a)  $f(x) = 1 - 3x, [-2, 2].$

(b)  $f(x) = x^2 - 4, [-1, 3].$

(c)  $f(x) = 4 - 3x + 3x^2, [0, 3].$

(d)  $f(x) = x^3 - x^2, [0, 5].$

(e)  $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}, [-2, 2].$

07)

Encontrar os intervalos de crescimento, decrescimento, os máximos e os mínimos relativos das seguintes funções

(a)  $f(x) = 2x + 5.$

(b)  $f(x) = 3x^2 + 6x + 1.$

(c)  $g(x) = 4x^3 - 8x^2.$

(d)  $h(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 5.$

(e)  $f(t) = \frac{t - 1}{t + 1}.$

(f)  $f(t) = t + \frac{1}{t}.$

# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

08)

Encontrar os pontos de máximo e mínimo relativos das seguintes funções, se existirem. Fazer um esboço do gráfico e comparar os resultados.

(a)  $f(x) = 7x^2 - 6x + 3.$

(b)  $g(x) = 4x - x^2.$

(c)  $h(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 7x + 9.$

(d)  $h(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 4x^2 - 4x + 8.$

(e)  $f(t) = \begin{cases} t^2, & t < 0 \\ 3t^2, & t \geq 0. \end{cases}$

(f)  $f(x) = 6x^{2/3} - 2x.$

(g)  $f(x) = 5 + (x - 2)^{7/5}.$

(h)  $f(x) = 3 + (2x + 3)^{4/3}.$

09)

Determinar os coeficientes  $a$  e  $b$  de forma que a função  $f(x) = x^3 + ax^2 + b$  tenha um extremo relativo no ponto  $(-2, 1)$ .

10)

Encontrar  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  tal que a função  $f(x) = 2ax^3 + bx^2 - cx + d$  tenha pontos críticos em  $x = 0$  e  $x = 1$ . Se  $a > 0$ , qual deles é ponto de máximo, qual é ponto de mínimo?

11)

Determinar os pontos de inflexão e reconhecer os intervalos onde as funções seguintes tem concavidade voltada para cima ou para baixo.

(a)  $f(x) = -x^3 + 5x^2 - 6x.$

(b)  $f(x) = 3x^4 - 10x^3 - 12x^2 + 10x + 9.$

(c)  $f(x) = \frac{1}{x + 4}.$

(d)  $f(x) = 2x e^{-3x}.$

(e)  $f(x) = x^2 e^x.$

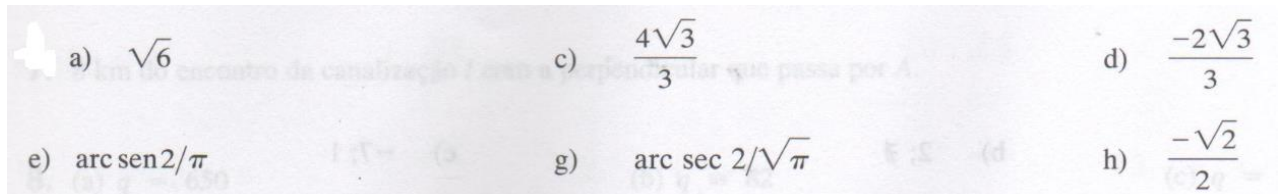
(f)  $f(x) = 4\sqrt{x+1} - \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - 1.$

# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

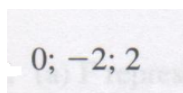
## Gabarito

1)

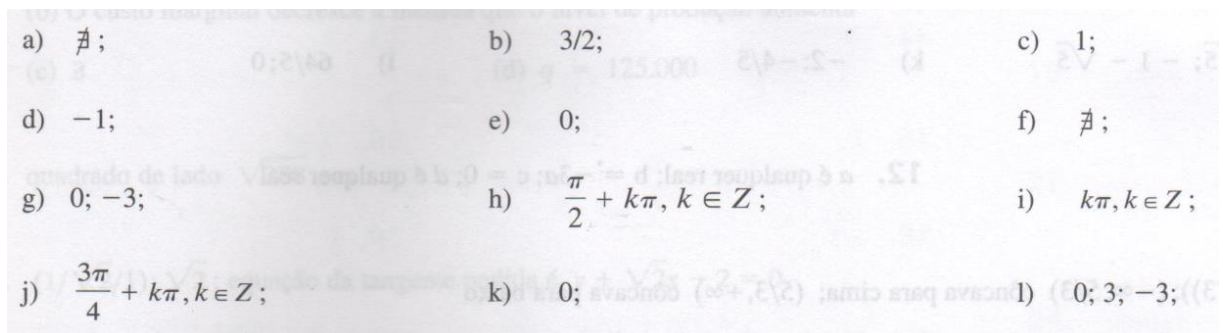


2) Porque não é possível encontrar um valor no intervalo  $[-1,1]$  onde a derivada seja igual a zero.

3)



4)



# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

5)

- a)  $(-\infty, +\infty)$  crescente                      b)  $(-\infty, +\infty)$  decrescente
- c)  $[-1, +\infty)$  crescente;  $(-\infty, -1]$  decrescente
- d)  $(-\infty, -2] \cup [2/3, +\infty)$  crescente;  $[-2, 2/3]$  decrescente
- e)  $(-\infty, -\sqrt{7/3}] \cup [\sqrt{7/3}, +\infty)$  crescente ;  $[-\sqrt{7/3}, \sqrt{7/3}]$  decrescente;
- f)  $\left[ \frac{2\pi}{3} + 2n\pi, \frac{4\pi}{3} + 2n\pi \right], n \in \mathbb{Z}$  decrescente;  $\left[ \frac{-2\pi}{3} + 2n\pi, \frac{2\pi}{3} + 2n\pi \right], n \in \mathbb{Z}$  crescente
- g)  $(-\infty, +\infty)$  crescente                      h)  $(-\infty, +\infty)$  decrescente
- i)  $(-\infty, +1]$ ; crescente;  $[1, +\infty)$  decrescente
- j)  $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$  crescente;  $[0, 1) \cup (1, 2]$  decrescente

6)

- a) 7; -5    b) 7, 5; -4    d) 100; -4/27
- e) 1/2; -1/2

7) a) é cresc em todos os reais.

b) cresc  $(-1, \infty)$  decres  $(-\infty, -1)$  ponto mín em  $x = -1$



# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica



Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

- c) cresc  $(-\infty, 0) \cup (4/3, \infty)$  decres  $(0, 4/3)$  máx em  $x = 0$  e mín em  $x = 4/3$   
d) cresc  $(-\infty, -3) \cup (2, \infty)$  decres  $(-3, 2)$  máx em  $x = -3$  e mín em  $x = 2$   
e) cresc  $(-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$   
f) cresc  $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$  decres  $(-1, 0) \cup (0, 1)$  máx em  $x = -1$  e mín em  $x = 1$

8)

a)  $\neq; 3/7$

b)  $2; \neq$

c)  $-7; 1$

d)  $\neq; 1$

e)  $\neq; 0$

f)  $8$

g)  $\neq; \neq$

h)  $\neq; -3/2$

i)  $2; -2$

j)  $-1 + \sqrt{5}; -1 - \sqrt{5}$

k)  $-2; -4/5$

l)  $64/5; 0$

9)

$a = 3; b = -3$

10)

$a$  é qualquer real;  $b = -3a$ ;  $c = 0$ ;  $d$  é qualquer real

11)

a)  $(5/3, f(5/3)); (-\infty, 5/3)$  côncava para cima;  $(5/3, +\infty)$  côncava para baixo

b)  $(-1/3, f(-1/3)); (2, f(2)); (-\infty, 1/3) \cup (2, +\infty)$  côncava para cima;  $(-1/3, 2)$  côncava para baixo

c)  $\neq; (-4, +\infty)$  côncava para cima;  $(-\infty, -4)$  côncava para baixo

d)  $(2/3, f(2/3)); (2/3, +\infty)$  côncava para cima;  $(-\infty, 2/3)$  côncava para baixo

e)  $(-2 \pm \sqrt{2}, f(-2 \pm \sqrt{2})); (-\infty, -2 - \sqrt{2}) \cup (-2 + \sqrt{2}, +\infty)$  côncava para cima;  $(-2, \sqrt{2}, -2 + \sqrt{2})$  côncava para baixo

f)  $\neq; (-1, +\infty)$  côncava para baixo