

Engenharia Civil e Engenharia Mecânica



Derivadas

Engenharia Civil e Engenharia Mecânica



Ementa

- ~~Reta tangente;~~
- ~~Definição da derivada;~~
- ~~Regras básicas de derivação;~~
- ~~Derivadas parciais e regra da cadeia;~~
- ~~Derivada das funções elementares;~~
- ~~Derivada das funções implícitas;~~
- ~~Derivadas de ordem superior;~~

Engenharia Civil e Engenharia Mecânica



Ementa

- ~~Taxas de variação;~~
- ~~Diferencial e aplicações;~~
- ~~Teorema do valor intermediário, de Rolle e do valor médio;~~
- ~~Crescimento e decrescimento de uma função;~~
- ~~Concavidade e pontos de inflexão;~~
- **Problemas de maximização e minimização;**
- **Formas indeterminadas - Regras de L'Hospital;**

Engenharia Civil e Engenharia Mecânica



Problemas de Otimização

Os métodos aprendidos para encontrar valores extremos têm aplicações práticas em muitas áreas do dia-a-dia.

Um homem de negócios quer minimizar custos e maximizar lucros.

Um viajante quer minimizar o tempo de transporte.

Engenharia Civil e Engenharia Mecânica



Problemas de Otimização

Agora vamos resolver problemas tais como maximizar áreas, volumes e lucros, e minimizar distâncias, tempo e custos.

Na solução de tais problemas práticos o maior desafio está frequentemente em converter o problema em um problema de otimização matemática, estabelecendo a função que deve ser maximizada ou minimizada.

Engenharia Civil e Engenharia Mecânica



Problemas de Otimização

Exemplos:

a) Quer-se construir um cercado retangular aproveitando-se uma parede já existente. Se existe material suficiente para se construir 80 metros de cerca, quais as dimensões do cercado para se ter a maior área cercada possível?

Engenharia Civil e Engenharia Mecânica



Problemas de Otimização

Exemplos:

b) Quer-se construir uma trave de um campo de futebol enterrando-se cada lado a uma profundidade de 1 metro. Para isso dispõe-se de 10 metros de madeira numa peça só. Como deverá ser cortada a peça de madeira para que se tenha a maior área possível sob a trave?

Problemas de Otimização

Exemplos:

c) Quer-se construir uma piscina infantil de base quadrada e que encerre um volume de 32m^3 . O preço do m^2 da base equivale a 2 salários mínimos, enquanto que o preço do m^2 das faces laterais equivale a 16 salários mínimos. Quais as dimensões da piscina para que se tenha preço mínimo?

Regra de L'Hospital

Definição: Sejam f e g funções deriváveis num intervalo aberto I , exceto, possivelmente, em um ponto $a \in I$. Suponhamos que $g'(x) \neq 0$ para todo $x \neq a$ em I .

i) Se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$, então

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$$

ii) Se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$ e $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$, então

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$$

Engenharia Civil e Engenharia Mecânica



Regra de L'Hospital

Obs.: A Regra de L'Hospital nos permite levantar indeterminações do tipo $0/0$ ou $\frac{\infty}{\infty}$ proveniente do cálculo do limite.

Exemplos:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{e^x - 1}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 3x + 2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}x - x}{e^x + e^{-x} - 2}$$