

# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

## Exercícios

A - Calcule as Integrais Elementares

1.  $\int x^2 dx$

2.  $\int x^3 dx$

3.  $\int \sqrt{x^3} dx$

4.  $\int \frac{1}{x^2} dx$

5.  $\int (3x + 5) dx$

6.  $\int (x^3 + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$

7.  $\int \sqrt{x} dx$

8.  $\int \frac{2}{\sqrt{x}} dx$

9.  $\int (\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x^3}) dx$

10.  $\int (2x + 5) dx$

11.  $\int \frac{dx}{-9x^2}$

12)  $\int (-2x + 3) dx$

13.  $\int (x^2 - 2x) dx$

14.  $\int (x^3 - x^2 + 1) dx$

15.  $\int (3x^3 + 5x - 1) dx$

B - O custo marginal da fabricação de  $x$  unidades de um produto tem como modelo a seguinte equação  $\frac{dC}{dx} = 32 - 0,04x$  (Custo Marginal). A produção da primeira unidade custa \$50. Ache o Custo Total da produção de 200 unidades.

C - Ache a Função Custo correspondente ao custo marginal  $\frac{dC}{dx} = \frac{1}{20\sqrt{x}} + 4$  com custo de \$750 para  $x = 0$ .

D - Ache a equação da função  $f(x)$  cujo gráfico passa pelo ponto  $P(4, 2)$  e possui derivada  $f'(x) = 6\sqrt{x} - 10$ .

E) Determine a primitiva das seguintes questões

a)  $\int 3x^3 dx$

h)  $\int 3\cos(x) dx$

b)  $\int x \cdot \sqrt{x} \cdot dx$

i)  $\int \sin(3x) dx$

c)  $\int \frac{1}{x^2} dx$

j)  $\int e^{2x} dx$

d)  $\int (3x + 5) dx$

k)  $\int 2e^{2x} dx$

e)  $\int (x^3 + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$

l)  $\int 2 + e^{2x} dx$

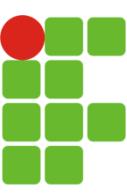
f)  $\int \frac{1}{x^3 \sqrt[4]{x}} dx$

m)  $\int \frac{1}{x} dx$

g)  $\int \frac{dx}{-9x^2}$

n)  $\int \sec^2(x) dx$

o)  $\int \sec(x) \tan(x) dx$



# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

## Respostas

A)

1)  $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$

2)  $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$

3)  $\int \sqrt{x}^3 dx = \frac{2x^2\sqrt{x}}{5} + C$

4)  $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{-1}{x} + C$

5)  $\int (3x + 5)dx = \frac{3x^2}{2} + 5x + C$

6)  $\int \left(x^3 + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{\frac{3}{4}x \cdot x^{1/3}}{3} + 2\sqrt{x} + C$

7)  $\int \sqrt{x} dx = \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$

8)  $\int \frac{2}{\sqrt{x}} dx = 4\sqrt{x} + C$

9)  $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx = \frac{3x^{3/2}}{2} + \frac{1}{2x^2} + C$

10)  $\int 2x + 5 dx = x^2 + 5x + C$

a)  $\frac{3x^4}{4} + c$

b)  $\frac{2x^2\sqrt{x}}{5} + c$

c)  $\frac{-1}{x} + c$

d)  $\frac{3x^2}{2} + 5x + c$

e)  $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + c$

f)  $\frac{-4}{9\sqrt[4]{x^9}} + c$

11)  $\int \frac{dx}{-9x^2} = \frac{1}{9x} + C$

12)  $\int (-2x + 3) dx = -x^2 + 3x + C$

13)  $\int (x^2 - 2x) dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + C$

14)  $\int (x^3 - x^2 + 1) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x + C$

15)  $\int (3x^3 + 5x - 1) dx = \frac{3x^4}{4} + \frac{5x^2}{2} - x + C$

B)  $C = 5618,02$

C)  $C = \frac{\sqrt{x}}{10} + 4X + 750$

D)  $C = 4x\sqrt{x} - 10x + 10$

E)

g)  $\frac{1}{9x} + c$

h)  $3\sin(x) + c$

i)  $-\frac{1}{3}\cos(3x) + c$

j)  $\frac{1}{2}e^{2x} + c$

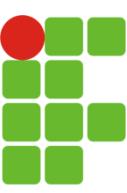
k)  $e^{2x} + c$

l)  $2x + \frac{1}{2}e^{2x} + c$

m)  $\ln(x) + c$

n)  $\tan(x) + c$

o)  $\sec(x) + c$



# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

## Exercícios

Resolva as seguintes Integrais utilizando os métodos estudados.

1)  $\int (4x + 3)dx$

2)  $\int (9t^2 - 4t + 3)dt$

3)  $\int \left( \frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^2} \right) dx$

4)  $\int (3x - 1)^2 dx$

5)  $\int (\sqrt{3x - 2}) dx$

6)  $\int \sqrt[3]{(8t + 5)} dt$

7)  $\int (3z + 1)^4 dz$

8)  $\int \frac{(x - 2)}{(x^2 - 4x + 3)^3} dx$

9)  $\int \frac{2x}{1+x^2} dx$

10)  $\int \frac{x}{(1+x^2)^3} dx$

11)  $\int 9(x^2 + 3x + 5)^8 (2x + 3) dx$

12)  $\int x^3 e^{x^4+2} dx$

13)  $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

14)  $\int \cos(4x - 1) dx$

16)  $\int x \operatorname{sen}(x^2) dx$

17)  $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^4 x} dx$

18)  $\int \operatorname{sen}^4 x \cdot \cos x dx$

19)  $\int \frac{\operatorname{sen} x}{(5 - \cos x)^3} dx$

20)  $\int 8x\sqrt{1-2x^2} dx$

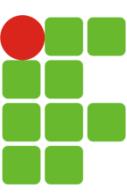
Respostas: 1)  $2x^2 + 3x + C$     2)  $3t^3 - 2t^2 + 3t + C$     3)  $\frac{-1}{2x^2} + \frac{3}{x} + C$     4)  $\frac{(3x-1)^3}{9} + C$

5)  $\frac{2}{9}\sqrt{(3x-2)^3} + C$     6)  $\frac{3}{32}\sqrt[3]{(8t+5)^4} + C$     7)  $\frac{(3z+1)^5}{15} + C$     8)  $\frac{-1}{4(x^2-4x+3)^2} + C$

9)  $\ln|1+x^2| + C$     10)  $-\frac{1}{4(1+x^2)^2} + C$     11)  $(x^2 + 3x + 5)^9 + C$     12)  $\frac{1}{4}e^{x^4+2} + C$

13)  $\frac{(\ln x)^3}{3} + C$     14)  $\frac{\operatorname{sen}(4x-1)}{4} + C$     16)  $\frac{-1}{2}\cos(x^2) + C$     17)  $\frac{1}{3\cos^3 x} + C$

18)  $\frac{\operatorname{sen}^5(x)}{5} + C$     19)  $\frac{-1}{2(5-\cos x)^2} + C$     20)  $-\frac{4\sqrt{(1-2x^2)^3}}{3} + C$



# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

**Resolver as integrais por substituição de variáveis**

a.  $\int 3x\sqrt{4-x^2}dx$

d.  $\int \frac{dx}{(x+4)^3}$

b.  $\int \frac{(x^2+2x)}{\sqrt[3]{x^3+3x^2+4}}dx$

e.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}$

c.  $\int \frac{dx}{(1+x)^{3/4}}$

g.  $\int xe^{4-x^2}dx$

f.  $\int \frac{\ln^2 3x}{x}dx$

m.  $\int \operatorname{tg}(4x)dx$

h.  $\int \frac{e^x dx}{1+e^x}$

n.  $\int \frac{x}{\cos^2(x^2)}dx$

i.  $\int \sin(3x)dx$

o.  $\int \left(\sqrt{2x} - \frac{1}{\sqrt{2x}}\right)dx$

j.  $\int \frac{dx}{3x+1}$

k.  $\int e^x \sin(e^x)dx$

l.  $\int \sin\left(\frac{x}{5}\right)dx$

## Respostas

a.  $-\sqrt{(4-x^2)^3} + c$

i.  $\frac{-1 \cdot \cos(3x)}{3} + c$

b.  $\frac{1}{2} \sqrt[3]{(x^3+3x^2+4)^2} + c$

j.  $\frac{\ln|3x+1|}{3} + c$

c.  $4.(1+x)^{1/4} + c \text{ ou } 4\sqrt[4]{(1+x)} + c$

k.  $-\cos(e^x) + c$

d.  $-\frac{1}{2(x+4)^2} + c$

l.  $-5 \cos\left(\frac{x}{5}\right) + c$

e.  $2\ln|1+\sqrt{x}| + c$

m.  $\frac{-\ln|\cos 4x|}{4} + c$

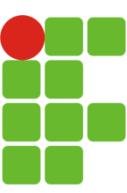
f.  $\frac{1}{3}[\ln(3x)]^3 + c$

n.  $\frac{\operatorname{tg}(x^2)}{2} + c$

g.  $\frac{-1}{2}e^{4-x^2} + c$

h.  $\ln|1+e^x| + c$

o.  $\frac{\sqrt{(2x)^3}}{3} - \sqrt{2x} + c$



# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

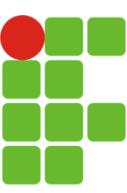
## Integrais elementares e Integrais por substituição de variáveis

Calcule as integrais

- 1)  $\int 2x(x^2 + 1)^{23} dx$
- 2)  $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx$
- 3)  $\int (2x^2 + 3x + 5) dx$
- 4)  $\int \left( \frac{2}{x} + 3x - \frac{4}{x^2} \right) dx$
- 5)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \sin \sqrt{x} dx \quad u = \sqrt{x}$
- 6)  $\int \frac{3x}{\sqrt{4x^2 + 5}} dx$
- 7)  $\int \frac{x^2}{x^3 - 4} dx$
- 8)  $\int \sec^2(4x + 1) dx$
- 9)  $\int x \sqrt{1 + 2x^2} dx$
- 10)  $\int \sqrt{\sin 3x} \cos 3x dx$
- 11)  $\int (2x + 7)(x^2 + 7x + 3)^{4/5} dx$
- 12)  $\int \frac{e^x}{(1 + e^x)} dx \quad u = (1 + e^x)$
- 13)  $\int \cot gx \cos \sec^2 x dx \quad u = \cot gx$
- 14)  $\int (1 + \sin x)^9 \cos x dx$
- 15)  $\int \frac{dx}{x \ln x}; \quad u = \ln x$
- 16)  $\int e^{-5x} dx$
- 17)  $\int \frac{\sin 3x}{(1 + \cos 3x)} dx \quad u = (1 + \cos 3x)$
- 18)  $\int e^{2x} dx$
- 19)  $\int x(2 - x^2)^3 dx$
- 20)  $\int \cos(8x) dx$
- 21)  $\int \sec 4x \tan 4x dx$
- 22)  $\int x \sqrt{7x^2 + 12} dx$
- 23)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}} dx$
- 24)  $\int \frac{x}{(4x^2 + 1)^3} dx$
- 25)  $\int e^{\sin x} \cos x dx$
- 26)  $\int x^2 e^{-2x^3} dx$
- 27)  $\int \frac{\sin(5/x)}{x^2} dx$
- 28)  $\int x^2 \sec^2(x^3) dx$
- 29)  $\int \frac{dx}{e^x}$
- 30)  $\int \sin^5 3x \cos 3x dx$
- 31)  $\int \cos 4x \sqrt{2 - \sin 4x} dx$
- 32)  $\int \sec^3 2x \tan 2x dx$
- 33)  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

## Respostas

- 1)  $\frac{(x^2 + 1)^{24}}{24} + C$
- 2)  $-\frac{\cos^4 x}{4} + C$
- 3)  $\frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 5x + C$
- 4)  $2 \ln |x| + \frac{3x^2}{2} + \frac{4}{x} + C$
- 5)  $-2 \cos \sqrt{x} + C$
- 6)  $\frac{3}{4} \sqrt{4x^2 + 5} + C$
- 7)  $\frac{1}{3} \ln(x^3 - 4) + C$
- 8)  $\frac{1}{4} \tan(4x + 1) + C$



# Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

- 9)  $\frac{(1+2x^2)^{\frac{3}{2}}}{6} + C$     10)  $\frac{2}{9}(\operatorname{sen}3x)^{\frac{3}{2}} + C$     11)  $\frac{5}{9}(x^2+7x+3)^{\frac{9}{5}} + C$     12)  $\ln|1+e^x| + C$   
13)  $-\frac{1}{2}\operatorname{cotg}^2 x + C$     14)  $\frac{1}{10}(1+\operatorname{sen}x)^{10} + C$     15)  $\ln|\ln x| + C$     16)  $\frac{-1}{5}e^{-5x} + C$   
17)  $-\frac{1}{3}\ln|(1+\cos 3x)| + C$     18)  $\frac{1}{2}e^{2x} + C$     19)  $-\frac{(2-x^2)^4}{8} + C$     20)  $\frac{1}{8}\operatorname{sen}(8x) + C$   
21)  $\frac{1}{4}\sec(4x) + C$     22)  $\frac{1}{21}(7x^2+12)^{\frac{3}{2}} + C$     23)  $\frac{2}{3}\sqrt{x^3+1} + C$     24)  $\frac{-1}{16}(4x^2+1)^{-2} + C$   
25)  $e^{\operatorname{sen}x} + C$     26)  $\frac{-1}{6}e^{-2x^3} + C$     27)  $\frac{1}{5}\cos(\frac{5}{x}) + C$     28)  $\frac{1}{3}\operatorname{tg}(x^3) + C$   
29)  $-e^{-x} + C$     30)  $\frac{1}{18}\operatorname{sen}^6 3x + C$     31)  $-\frac{1}{6}(2-\operatorname{sen}4x)^{\frac{3}{2}} + C$     32)  $\frac{1}{6}\sec^3(2x) + C$   
33)  $2e^{\sqrt{x}} + C$