

Lista de exercícios 0 – Integral indefinida

1) Como a diferenciação está relacionada com a integração?

2) Confirme que a fórmula está correta e enuncie uma fórmula de integração correspondente:

$$\frac{d}{dx}[xe^x] = (x+1)e^x$$

3) Verifique, por derivação que a fórmula está correta.

a) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = \sqrt{x^2 + 1} + C$

b) $\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$

4) Encontrar uma primitiva F , da função $f(x) = x^{2/3} + x$, que satisfaça $F(1) = 1$.

5) Determinar a função $f(x)$ tal que $\int f(x) dx = x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x + c$.

6) Encontrar uma primitiva da função $f(x) = \frac{1}{x^2} + 1$ que se anule no ponto $x = 2$.

7) Sabendo que a função $f(x)$ satisfaz a igualdade

$$\int f(x) dx = \sin x - x \cos x - \frac{1}{2}x^2 + c, \text{ determinar } f(\pi/4).$$

8) Encontrar uma função f tal que $f'(x) + \sin x = 0$ e $f(0) = 2$.

9) Resolva os problemas de valor inicial, ou seja, encontre a função y que satisfaz as condições dadas.

a) $\frac{dy}{dx} = 9x^2 - 4x + 5, y(-1) = 0$

b) $\frac{dy}{dt} = \sin t + 1, y\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

c) $\frac{dy}{dt} = \sec^2 t - \sin t, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

d) $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{t}, y(-1) = 5$

10) Uma partícula move-se ao longo de um eixo s com função posição $s = s(t)$ e função velocidade $v(t) = s'(t)$. Use a informação para encontrar $s(t)$.

a) $v(t) = 32t; s(0) = 20$

b) $v(t) = \cos t; s(0) = 2$

c) $v(t) = 3e^t; s(1) = 0$

11) Calcule as integrais indefinidas.

a) $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$

b) $\int \left(\sqrt{2y} - \frac{1}{\sqrt{2y}} \right) dy$

c) $\int \frac{\sqrt{2}dt}{3t^2 + 3}$

d) $\int x^3 \sqrt{x} dx$

e) $\int \frac{x^5 + 2x^2 - 1}{x^4} dx$

f) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

g) $\int \sqrt{\frac{9}{1-x^2}} dx$

h) $\int \frac{\ln x}{x \ln x^2} dx$

i) $\int (2^t - \sqrt{2}e^t + \cosh t) dt$

j) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx$

Respostas

2) $\int (x+1)e^x dx = xe^x + c$

4) $\frac{3}{5}x^{5/3} + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{10}$

5) $2x - \operatorname{sen} 2x$

6) $-\frac{1}{x} + x - \frac{3}{2}$

7) $\frac{\pi(\sqrt{2}-2)}{8}$

8) $\cos x + 1$

9) a) $y = 3x^3 - 2x^2 + 5x + 10$

b) $y = -\cos t + t + 1 - \pi/3$

c) $y = t \operatorname{tg} t + \cos t - \frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $y(t) = \ln |t| + 5$

10) a) $s(t) = 16t^2 + 20$

b) $s(t) = \operatorname{sen} t + 2$

c) $s(t) = 3e^t - 3e$

11) a) $-\operatorname{cotgx} + c$

b) $\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{x^3}} - \sqrt{2x} + c$

c) $\frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctgx} + c$

d) $\frac{2}{9} \sqrt{x^9}$

e) $\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x} + \frac{1}{3x^3} + c$

f) $\sec x + c$

g) $3 \operatorname{arc sen} x + c$

h) $\frac{1}{2} \ln |x| + c$

i) $\frac{2^t}{\ln 2} - \sqrt{2}e^t + \operatorname{sen} ht + c$

j) $x - 2 \operatorname{arctgx} + c$
