

## Lista de exercícios 1 – Integral definida

- 1) Esboce a região delimitada pelo gráfico da função  $f(x) = x+1$ , pelas retas  $x = 1$  e  $x = 3$  e pelo eixo  $x$ . Encontre a área dessa região de duas formas:  
 a) Resolvendo a integral definida pelo Teorema Fundamental do Cálculo.  
 b) Usando fórmulas apropriadas da geometria plana.
- 

- 2) Esboce a região cuja área é representada por  $\int_2^7 (4x-12)dx$ . Em seguida, calcule a integral:  
 i) Pelo Teorema Fundamental do Cálculo.  
 ii) Usando fórmulas apropriadas da geometria plana.
- 

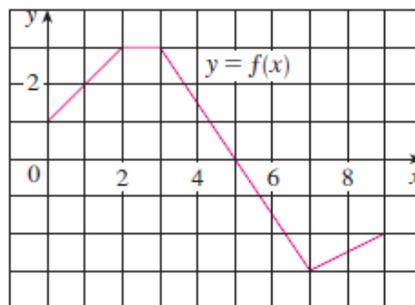
- 3) Na figura abaixo é dado o gráfico da função  $f$ . Calcule cada integral interpretando-a em termos das áreas.

(a)  $\int_0^2 f(x) dx$

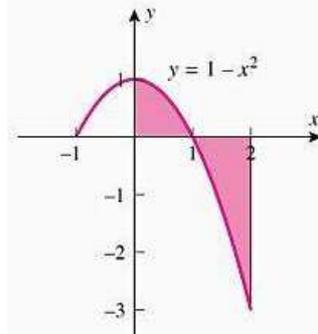
(b)  $\int_0^5 f(x) dx$

(c)  $\int_5^7 f(x) dx$

(d)  $\int_0^9 f(x) dx$



- 4) Escreva a integral que corresponde a região sombreada da figura.



- a) Calcule a integral.  
 b) Qual a área da região sombreada?
- 

- 5) Sabendo que  $\int_0^1 \sqrt[5]{x^2} dx = \frac{5}{7}$ , qual o valor de  $\int_1^0 \sqrt[5]{t^2} dt$ ? (Dica: sem fazer cálculos, apenas utilizando uma das propriedades vistas em aula.)
- 

- 6) Em cada item, calcule a integral da função no intervalo dado, interpretando-a em termos das áreas. Esboce o gráfico das funções.

a)  $f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & -1 \leq x < 0 \\ 5, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ ; em  $[-1, 1]$

b)  $f(x) = |\text{sen } x|$ ; em  $[-\pi, \pi]$

c)  $f(x) = x - \frac{|x|}{2}$ ; em  $[-1, 1]$

---

- 7) Calcule as integrais definidas.

a)  $\int_1^2 \frac{dx}{x^6}$

b)  $\int_{-1}^2 x(1+x^3)dx$

---

c) 
$$\int_{-3}^{-2} \left(t - \frac{1}{t}\right)^2 dt$$

d) 
$$\int_0^{-1} \frac{x^3 + 8}{x + 2} dx$$

e) 
$$\int_0^{\pi/4} \sec^2 t dt$$

f) 
$$\int_0^{\pi/4} \sec \theta \tan \theta d\theta$$

---

8) (Propriedade da integral de funções pares e ímpares) Seja  $f$  contínua em  $[-a, a]$ , temos que:

i) Se  $f$  é par, então 
$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx.$$

ii) Se  $f$  é ímpar, então 
$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

Faça a interpretação desses resultados observando o gráfico de uma função par e de uma função ímpar em um intervalo simétrico com relação a origem.

Em seguida, utilize esses resultados para encontrar o valor das seguintes integrais:

a) 
$$\int_{-\pi}^{\pi} 2 \operatorname{sen} x dx$$

b) 
$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos x}{\pi} dx$$

c) 
$$\int_{-1}^1 (x^4 + x^2) dx$$

---

## Respostas

1) 6

2) 30

3) a) 4

b) 10

c) -3

d) 2

4) a) -2/3

b) 2

5) -5/7

6) a) 9

b) 4

c) -1/2

7) a) 31/160

b) 81/10

c) 9/2

d) -16/3

e) 1

f)  $\sqrt{2} - 1$ 

8) a) 0, ímpar

b) 0, par

c) 16/15, par