Conjuntos

Objetivos

Usar o princípio da inclusão e da exclusão para resolver problemas envolvendo conjuntos

Determinar a união, intersecção , diferença e complemento de conjuntos

Compreender as relações entre conjuntos

Conhecer a linguagem da Teoria dos conjuntos

Encontrar o conjunto das partes de um conjunto finito

Conceitos

Definições:

❖ Conjunto é uma coleção (lista) não ordenada de objetos de qualquer natureza.

Notação: letras maiúsculas – A, B, C, ...

❖ Elementos são os objetos que constituem um conjunto.

Notação: letras minúsculas – a, b, c, ...

Ex:

- conjunto dos estados da região Sul do Brasil.
- conjunto dos alunos do curso de Ciência da Computação do IFSul.
- conjuntos dos números primos.

Conceitos

Pertinência

$x \in A$	significa	o elemento x pertence ao conjunto A
$x \notin A$	significa	o elemento x não pertence ao conjunto A

Ex:

Se $T = \{ i , f , s \}$ então: $s \in T$ → o elemento "s" pertence ao conjunto T

$x \notin T$ → o elemento "x" **não** pertence ao conjunto T

Conceitos

Representação

- **Por extensão (listagem, numeração):** A = {a, e, i, o, u}

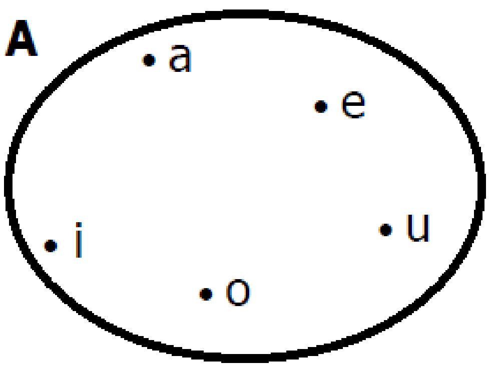
Escrevemos os elementos do conjunto entre chaves e separamos por vírgula.

- **Por compreensão (propriedade):** A = {x | x é uma vogal}

Característica comum a todos os elementos que constituem o conjunto.

- **Por diagramas* (figuras):**

* Diagramas de Venn-Euler



Conceitos

Tipos de conjuntos

- **Conjunto universo**

Contém todos os elementos de interesse que serão considerados em determinada situação problema.

Notação: U

Ex:

Quando estudamos a população humana, o conjunto universo é constituído por todos os seres humanos do planeta.

Se vamos estudar a faixa salarial de uma empresa, o conjunto universo será constituído por todos os valores dos salários dos funcionários dessa empresa.

Conceitos

Tipos de conjuntos

- **Conjunto unitário**

  Possui um único elemento.

  Ex:

  Conjunto dos números primos pares: A = { 2 }

- **Conjunto vazio**

  Não possui elementos.

  Notação: { } ou ∅

  Obs: { ∅ } é um conjunto unitário.

  Ex:

  Conjunto dos dinossauros vivos: A = ∅

Conceitos

Tipos de conjuntos

- **Conjunto finito**

  Possui um número finito de elementos.

  Ex:

  Conjunto dos números pares positivos menores que 100

  {2, 4, 6, 8, ..., 92, 94, 96, 98}

- **Conjunto infinito**

  Possui um número infinito de elementos.

  Ex:

  Conjunto de todos os números ímpares positivos

  {1, 3, 5, 7, 9, 11, ...}

Conceitos

Igualdade de conjuntos

Dois ou mais conjuntos são iguais quando possuem exatamente os mesmos elementos.

Simbolicamente: $A = B \Leftrightarrow (\forall x,\ x \in A \Leftrightarrow x \in B)$

Ex:

$A = \{ x \mid x$ é número par positivo menor que $8 \}$

$B = \{ 4, 6, 2 \}$

$C = \{ 2, 4, 5 \}$

$D = \{ 2, 4, 6, 8 \}$

$E = \{ 2, 4, 4, 6 \}$

Analisando:

$A = B = E$

$A \neq C$

$A \neq D$

INSTITUTO FEDERAL
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo

Conceitos

Ciência da Computação

Características dos conjuntos

– A <u>ordem</u> em que os elementos são listados em um conjunto é irrelevante: {3, 2, 1} = {1, 2, 3}

– A <u>repetição</u> dos elementos em um conjunto é irrelevante:
{1, 1, 1, 3, 2, 2} = {1, 2, 3}

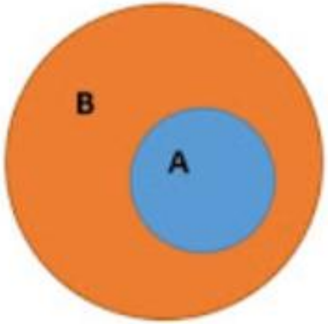
Conceitos

Subconjuntos

Dados dois conjuntos A e B, dizemos que A é um subconjunto de B (ou parte de B) quando todo elemento de A também for elemento de B.

Escrevemos:

- $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$ (lê-se: A está contido em B)
- $\mathbf{B} \supset \mathbf{A}$ (lê-se: B contém A)
- **A** é parte de **B**

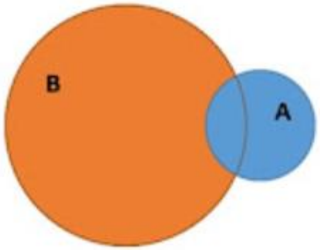


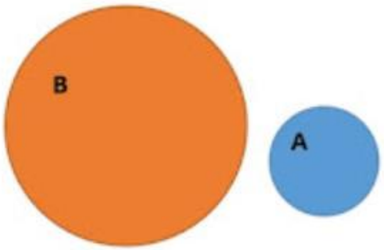
Se A não é subconjunto de B, escrevemos:

$A \not\subset B$ (lê-se: A não está contido em B)

$B \not\supset A$ (lê-se: B não contém A)

A não é parte de B





Conceitos

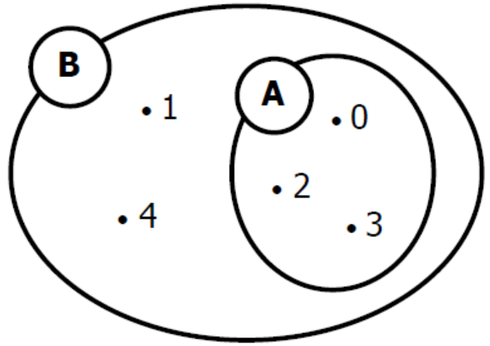
Subconjuntos

Ex:

1) Considere os conjuntos A = {0, 2, 3} e B = {0, 1, 2, 3, 4}.

A **é** subconjunto de B,

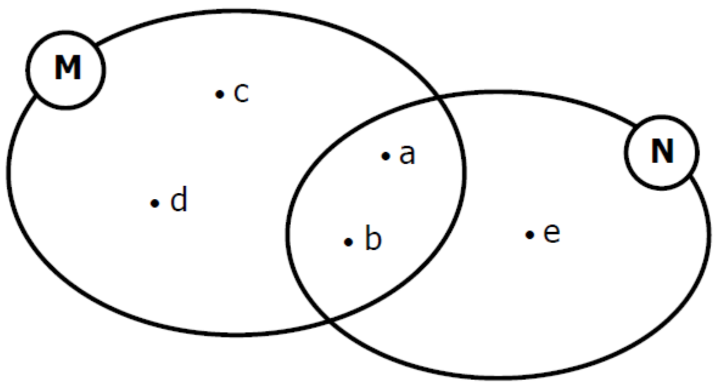
pois todos os elementos de A também estão em B.



2) Considere os conjuntos N = {a, b, e} e M = {a, b, c, d}.

N **não é** subconjunto de M,

pois o elemento <u>e</u> está em N, mas não está em M.



Conceitos

Propriedades de inclusão

Simbolicamente:

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B)$$

Consequências:

- $\forall A$, temos que $A \subset A$
- $\forall A$, temos que $\varnothing \subset A$
- $\forall A$, $\forall B$ e $\forall C$, se: $A \subset B$ e $B \subset C$, então: $A \subset C$.
- $\forall A$ e $\forall B$, se: $A \subset B$ e $B \subset A$, então: $A = B$.

Conceitos

Lembrete:

- Os símbolos $\in$, $\notin$ são utilizados para relacionar $\in$lementos com conjuntos.
- Os símbolos $\subset$, $\not\subset$, $\supset$, $\not\supset$ são utilizados para relacionar $\subset$onjuntos com conjuntos.

Conceitos

Conjunto das partes

O Conjunto das Partes de um Conjunto: [$\mathscr{P}$]

Dado um conjunto A, podemos construir um novo conjunto formado por todos os subconjuntos (partes) de A. Esse novo conjunto chama-se CONJUNTO dos SUBCONJUNTOS de A ou CONJUNTO das PARTES de A e é indicado por $\mathscr{P}(A)$.

Exemplo: Considere o conjunto $B = \{ 3, 5, 10 \}$.

Os possíveis Subconjuntos de B são:

$\varnothing$	$\{3, 5\}$
$\{3\}$	$\{3, 10\}$
$\{5\}$	$\{5, 10\}$
$\{10\}$	$\{3, 5, 10\}$

Então, o Conjunto das $\mathscr{P}$artes de B é: $\mathscr{P}(B) = \pmb{\{} \varnothing, \{3\}, \{5\}, \{10\}, \{3, 5\}, \{3, 10\}, \{5, 10\}, B \pmb{\}}$

Atenção:

$5 \in B$ $\quad \{5\} \subset B$ $\quad \{5\} \in \mathscr{P}(B)$ $\quad \pmb{\{}\{5\}\pmb{\}} \subset \mathscr{P}(B)$

$\varnothing \subset B$ $\quad \varnothing \in \mathscr{P}(B)$ $\quad \varnothing \subset \mathscr{P}(B)$ $\quad 5 \notin \mathscr{P}(B)$ $\quad B \in \mathscr{P}(B)$

Simbolicamente, temos: $\mathscr{P}(A) = \{ X \mid X \subset A \}$ e $X \in \mathscr{P}(A) \Leftrightarrow X \subset A$

Conjunto das partes

Número de Elementos de um Conjunto das Partes:

Seja A um conjunto com um número finito de elementos.

Indicamos por **n(A)** $\rightarrow$ o **número de elementos** de A.

Indicamos por **n[$\mathscr{P}$(A)]** $\rightarrow$ o **número de elementos** do Conjunto das Partes de A.

Assim, temos que:

Se $n(A) = K \quad \Rightarrow \quad n[\mathscr{P}(A)] = 2^K$ ou ainda $n[\mathscr{P}(A)] = 2^{n(A)}$

Considerando o exemplo dado anteriormente:

$B = \{ 3, 5, 10 \}$ com $\mathscr{P}(B) = \{ \varnothing, \{3\}, \{5\}, \{10\}, \{3, 5\}, \{3, 10\}, \{5, 10\}, B \}$

Assim temos: $n(B) = 3$. Logo, note que: $n[\mathscr{P}(B)] = 2^3 = 8$ elementos.

Obs: O conjunto das partes também é chamado de conjunto *potência*.

Conceitos

Exercício:

Dado o conjunto $E = \{ 2, 3, 14, 18 \}$, estabeleça as relações $\in$, $\notin$, $\subset$, $\not\subset$ entre :

a) 2 .... E

b) $\{ 2 \}$ .... E

c) $\{ 4 \}$ .... E

d) $\{ 2, 3 \}$ .... E

e) $\varnothing$ .... E

f) 4 .... E

g) $\{ 1, 2, 3 \}$ .... E

h) $\{ 2, 3, 14, 18 \}$ .... E

i) $\{ 3 \}$ .... $\mathcal{P}(E)$

j) 3 .... $\mathcal{P}(E)$

k) $\{ \varnothing, \{3\} \}$ .... $\mathcal{P}(E)$

l) $\{ \{3\} \}$ .... $\mathcal{P}(E)$

m) $\{ 2, 18 \}$ .... $\mathcal{P}(E)$

n) $\varnothing$ .... $\mathcal{P}(E)$

o) $\{ \{3\}, \{14\} \}$ .... $\mathcal{P}(E)$

Respostas

a) $\in$ **b)** $\subset$ **c)** $\not\subset$ **d)** $\subset$ **e)** $\subset$ **f)** $\notin$ **g)** $\not\subset$

h) $\subset$ **i)** $\in$ **j)** $\notin$ **k)** $\subset$ **l)** $\subset$ **m)** $\in$ **n)** $\in$ ou $\subset$

o) $\subset$

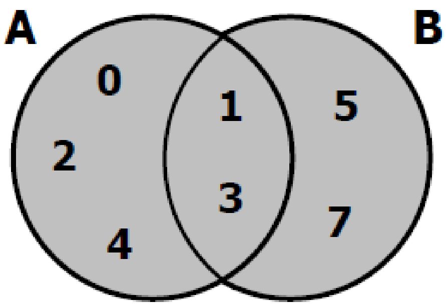
Operações

- **União**

Simbolicamente: $A \cup B = \{ x \mid x \in A$ **ou** $x \in B \}$

Ex: A = {0, 1, 2, 3, 4} e B = {1, 3, 5, 7}

$A \cup B = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7 \}$



Observações:

\# Nos diagramas acima, as regiões sombreadas representam a UNIÃO dos conjuntos em questão.

\# Também representamos o conectivo "**ou**" pelo símbolo: $\vee$

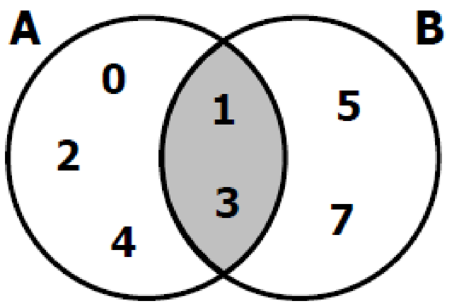
Operações

- ## Interseção

Simbolicamente: $A \cap B = \{ x \mid x \in A \ \mathbf{e} \ x \in B \}$

Ex: $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{1, 3, 5, 7\}$

$A \cap B = \{ 1, 3 \}$



Nota: Se $A \cap B = \varnothing$, dizemos que A e B são conjuntos **disjuntos**.

Observações:

\# Nos diagramas acima, as regiões sombreadas representam a INTERSECÇÃO dos conjuntos em questão.

\# Também representamos o conectivo "**e**" pelo símbolo: $\wedge$

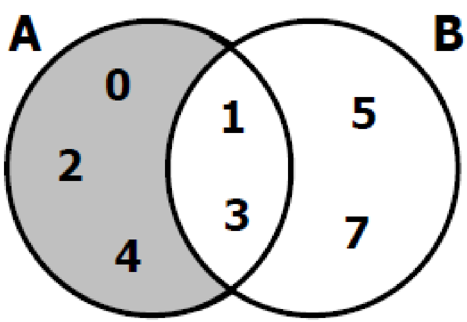
Operações

- **Diferença**

Simbolicamente: $A - B = \{ x \mid x \in A \ \textbf{e} \ x \notin B \}$

Ex: A = {0, 1, 2, 3, 4} e B = {1, 3, 5, 7}

A – B = {0, 2, 4}



Observação:
Nos diagramas acima, as regiões sombreadas representam a DIFERENÇA dos conjuntos em questão.

Operações

- **Diferença**

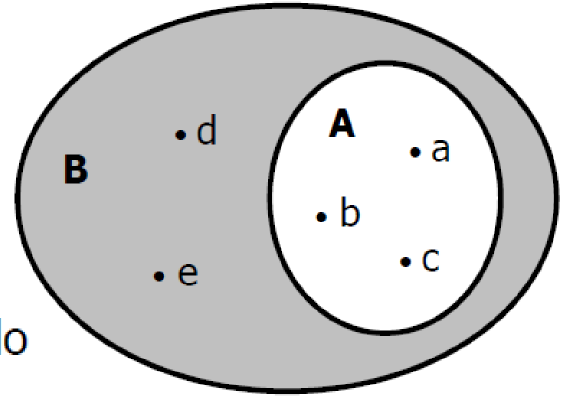
Caso particular: Complementar de um conjunto

Se $A \subset B$ podemos escrever $C_B^A = B - A$.

Lê-se: "**complementar de A em relação a B**".

Ex: A = {a, b, c} e B = {a, b, c, d, e}.

$A \subset B$, então podemos fazer $C_B^A = B - A = \{ d, e \}$



Nota: Observe que o complemento só poderá ocorrer quando relacionarmos um conjunto com um de seus **subconjuntos**.

Operações

- Para um conjunto **P** qualquer e conjunto Universo **U**, temos:

$$C_U^P = P' = P^c = \overline{P} = U - P\,.$$

Ou seja, o complementar do conjunto P em relação ao conjunto universo U é a **negação** de P.

Operações

PROPRIEDADES GERAIS:

Para os conjuntos A, B e C quaisquer, teremos várias propriedades. Veja algumas:

- $A \cup A = A$
- $A \cap A = A$
- $A \cup \varnothing = A$
- $A \cap \varnothing = \varnothing$
- $A \cup B = B \cup A$
- $A \cap B = B \cap A$

- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

- $A - B \neq B - A$ $\rightarrow$ **Nota:** só teremos $A - B = B - A$ se $A = B$.

Operações

Algumas Propriedades envolvendo o Complemento [de um Conjunto]

Para os conjuntos A e B quaisquer, temos:

- $C_A^A = \varnothing$
- $C_A^\varnothing = A$
- $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$ que também pode ser escrito na forma: $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$ que também pode ser escrito na forma: $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Operações

EXERCÍCIOS – Operações com Conjuntos

1) Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 4, 5\}$, $B = \{0, 2, 4, 6\}$, $C = \{1, 3, 5, 11\}$ e $D = \{2, 4\}$, determine:

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $A \cap C$

d) $A - B$

e) $A \cup B \cup C$

f) $A \cap B \cap C$

g) $(B \cap C) \cup A$

h) $(A \cap C) \cap \varnothing$

i) $\{\ \} \cup (A \cup B)$

j) $(B \cup C) \cap A$

l) $B - C$

m) $B - (D - A)$

n) C_B^D

o) C_A^D

p) $C_C^{\varnothing}$

q) $n[\mathcal{P}(C)]$

r) $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$

s) $\mathcal{P}(B)$

RESPOSTAS

1a) $\{0,1,2,4,5,6\}$ **1b)** $\{0,2,4\}$ **1c)** $\{1,5\}$ **1d)** $\{1,5\}$ **1e)** $\{0,1,2,3,4,5,6,11\}$ **1f)** $\varnothing$ **1g)** $A = \{0,1,2,4,5\}$

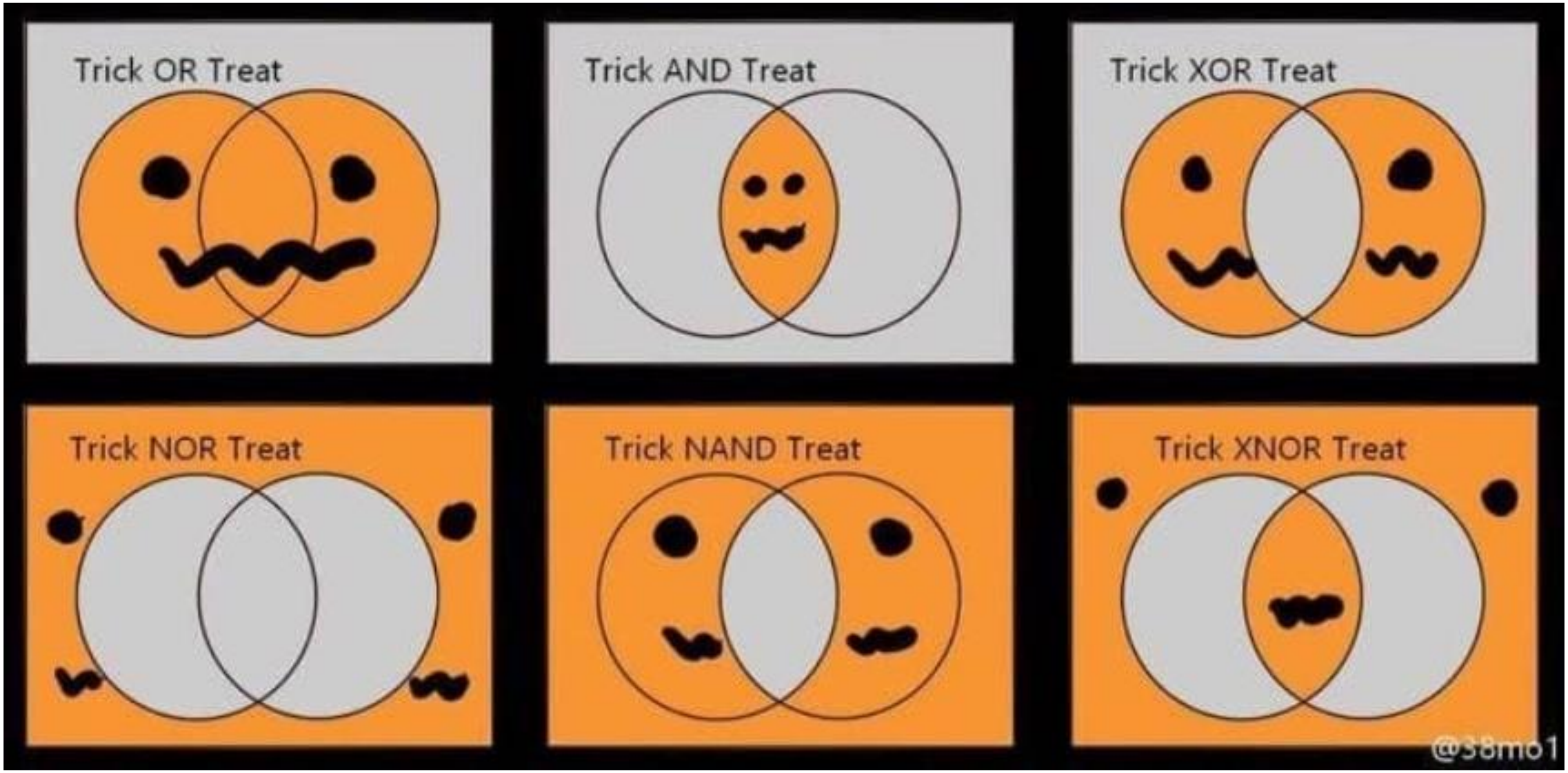
1h) $\varnothing$ **1i)** $\{0,1,2,4,5,6\}$ **1j)** $\{0,1,2,4,5\} = A$ **1l)** $B = \{0,2,4,6\}$ **1m)** $B = \{0,2,4,6\}$ **1n)** $\{0,6\}$

1o) $\{0,1,5\}$ **1p)** $C = \{1,3,5,11\}$ **1q)** 16 elementos **1r)** $\{\varnothing, \{0\}, \{2\}, \{4\}, \{0,2\}, \{0,4\}, \{2,4\}, \{0,2,4\}\}$

s) $\mathcal{P}(B) = \{\varnothing, \{0\}, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{0,2\}, \{0,4\}, \{0,6\}, \{2,4\}, \{2,6\}, \{4,6\}, \{0,2,4\}, \{0,2,6\}, \{0,4,6\}, \{2,4,6\}, B\}$

Operações

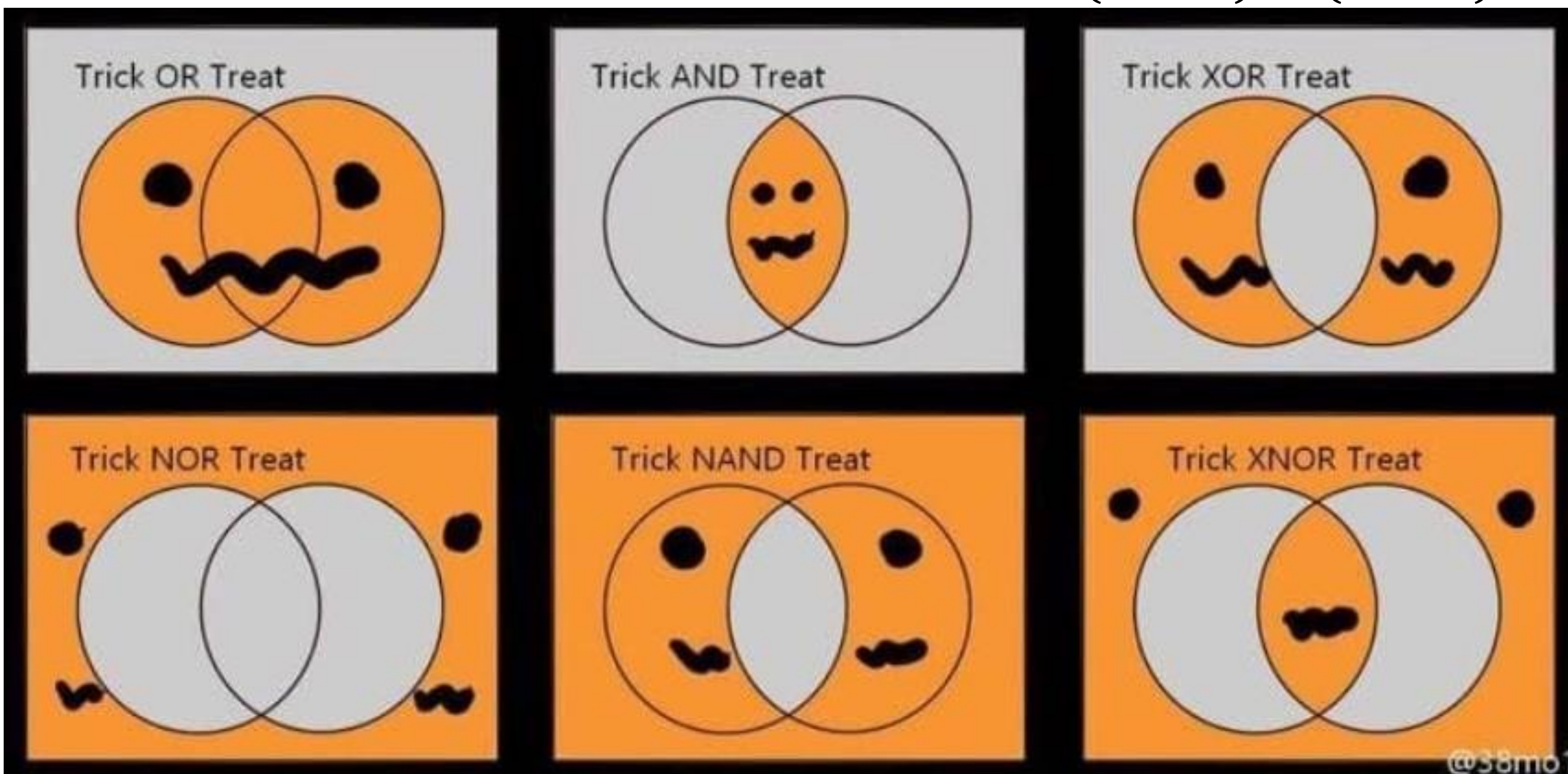
2) Considerando dois conjuntos A e B, utilize as operações com conjuntos para representar cada situação abaixo.



Operações

Respostas:

$A \cup B$ $\qquad$ $A \cap B$ $\qquad$ $(A \cup B) - (A \cap B)$



$\overline{A \cup B}$ $\qquad$ $\overline{A \cap B}$ $\qquad$ $\overline{(A \cup B) - (A \cap B)}$

Operações

3) A parte hachurada do diagrama representa:

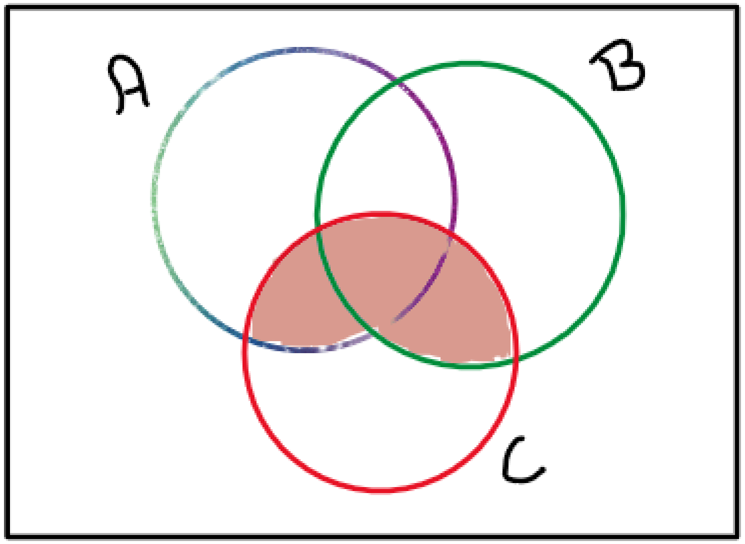
( ) $(A \cap B) \cup C$

(X) $(A \cup B) \cap C$

( ) $A \cup (B \cap C)$

( ) $A \cap B \cap C$

( ) $A \cap (B \cup C)$



Operações

4) (ENAD 2011) Observe o diagrama de Venn a seguir.

A função representada em azul no diagrama também poderia ser expressa pela função lógica f(x, y, z) =

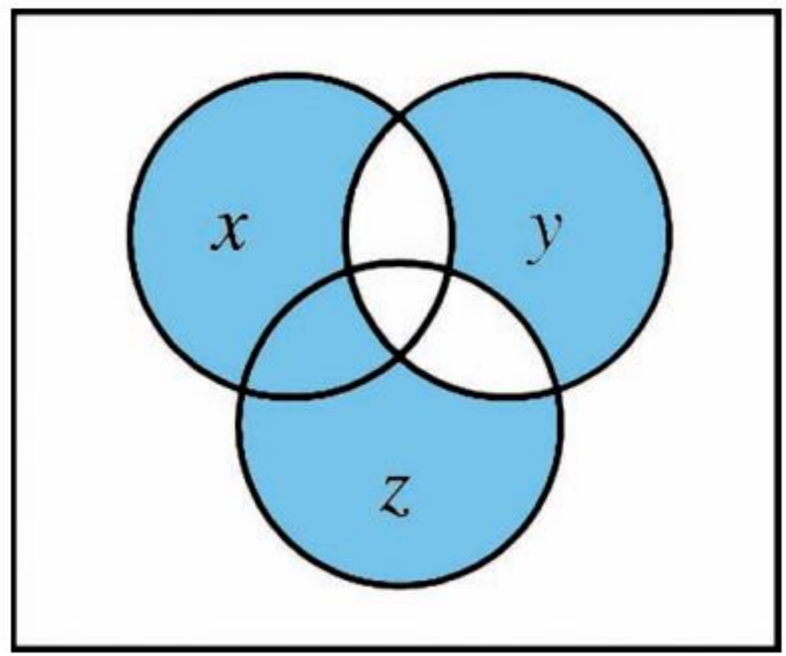
A $(x+z)\,y + x\,\overline{y}\,z$

B $(x+z)\,y + \overline{x}\,y\,\overline{z}$

C $(x+z)\,y + \overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z}$

D $(x+z)\,\overline{y} + x\,\overline{y}\,z$

$(x+z)\,\overline{y} + \overline{x}\,y\,\overline{z}$



Operações

5) Na internet, a maioria dos sites de buscas permite que o internauta faça combinações entre as palavras que quer pesquisar. Em geral, as regras de procura são as seguintes:

Quando as palavras são digitadas com um espaço entre elas, a busca é feita por uma palavra ou pela outra.

Quando se usa o sinal de “+” entre as palavras, a busca é feita por uma palavra e pela a outra palavra.

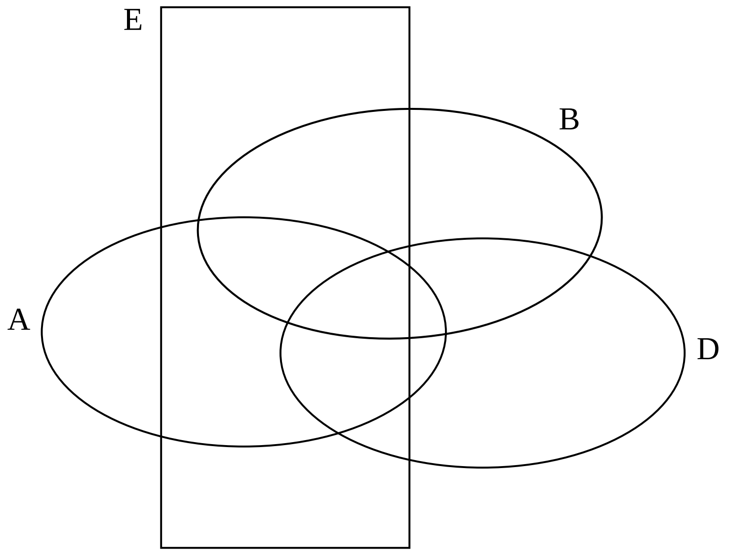
Quando se usa o sinal de “-” entre as palavras, a busca é feita por uma palavra, e não pela outra.

Operações

Baseado nessas regras descritas acima, um rapaz fez a seguinte pesquisa em um site de busca apropriado:

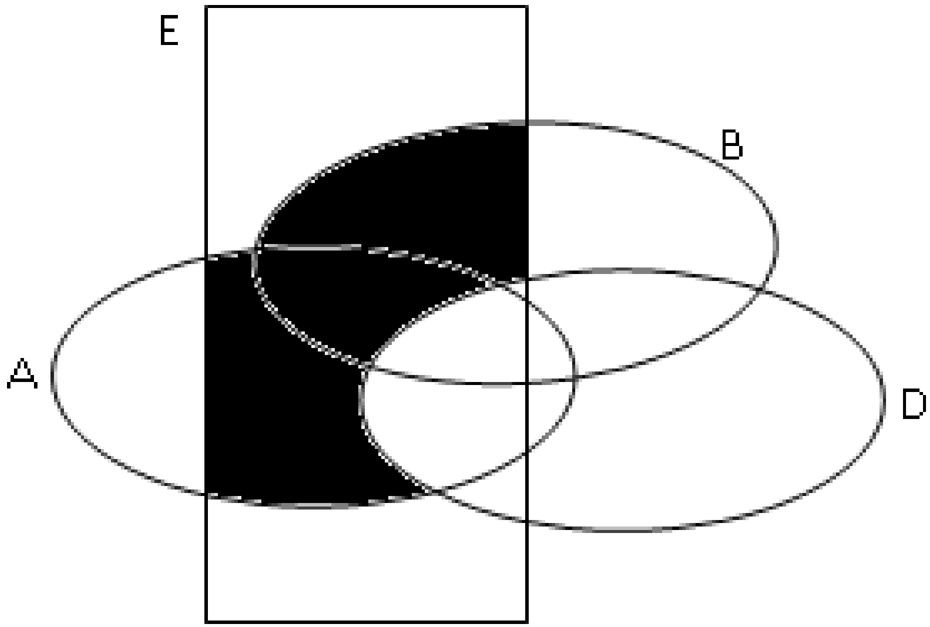
amor beleza – desespero + esperança

Observando o diagrama abaixo, pinte as regiões que representam corretamente o resultado da busca feita pelo rapaz.



Operações

Resposta:



Partições

Partições de um conjunto

Seja S um conjunto não vazio. Uma *partição* de S é uma subdivisão de S em conjuntos disjuntos e não vazios. Precisamente, uma *partição* de S é uma coleção$\{A_i\}$ de subconjuntos não vazios de S tal que:

(i) Cada a em S pertence a um dos A_i.

(ii) Os conjuntos de $\{A_i\}$ são mutuamente disjuntos, isto é, se

$$A_j \neq A_k \quad \text{então} \quad A_j \cap A_k = \emptyset$$

Os subconjuntos em uma partição são chamados de *células*. A Fig. 1-6 é um diagrama de Venn de uma partição do conjunto retangular S de pontos em cinco células, A_1, A_2, A_3, A_4 e A_5.

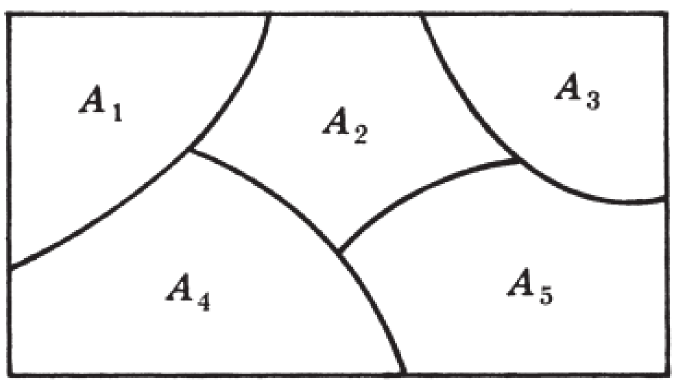


Figura 1-6

Partições

Exercício:
Considere as seguintes coleções de subconjuntos de
S = {1, 2, 3, ... , 8, 9}. Qual é uma partição de S?

(i) $[\{1, 3, 5\}, \{2, 6\}, \{4, 8, 9\}]$

(ii) $[\{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6, 8\}, \{5, 7, 9\}]$

(iii) $[\{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6, 8\}, \{7, 9\}]$

Resposta:

Então (i) não é uma partição de S, uma vez que 7 em S não pertence a qualquer um dos subconjuntos. Além disso, (ii) não é uma partição de S, pois $\{1, 3, 5\}$ e $\{5, 7, 9\}$ não são disjuntos. Por outro lado, (iii) é uma partição de S.

Conjuntos numéricos

Conjunto dos Números Naturais ($\mathbb{N}$)

$\mathbb{N} = \{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , ...\}$

Conjunto dos Números Inteiros ($\mathbb{Z}$)

$\mathbb{Z} = \{..., -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , ...\}$

Note que: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Conjuntos numéricos

Conjunto dos Números Racionais ($\mathbb{Q}$)

Um número é dito racional quando é possível escrevê-lo na forma $\frac{a}{b}$, com $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$.

$$\mathbb{Q} = \{ x \mid x = \frac{a}{b}, \text{com } a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \}$$

Exemplos: -8 $\quad -\frac{5}{4} = \frac{-5}{4} = \frac{5}{-4}$ $\quad -\frac{1}{3}$ $\quad 0$ $\quad \frac{1}{2}$

$\frac{12}{3}$ $\quad 7$ $\quad \sqrt{121}$ $\quad 14\% = \frac{14}{100} = \frac{7}{50}$

Conjuntos numéricos

Os números racionais também podem ser representados na forma decimal.

Decimais finitos:

$$-\frac{5}{4} = -1{,}25 \qquad \frac{3}{8} = 0{,}375 \qquad \frac{12}{5} = 2{,}4 \qquad \frac{75}{20} = \frac{15}{4} = 3{,}75 \qquad \frac{617}{500} = 1{,}234$$

Decimais infinitos e periódicos:

$$-\frac{1}{3} = -0{,}333\ldots \qquad \frac{14}{33} = 0{,}4242\ldots \qquad \frac{6}{7} = 0{,}857142857142\ldots \qquad \frac{13}{6} = 2{,}1666\ldots$$

Conjuntos numéricos

Conjunto dos Números Irracionais (Ir)

Um número é Irracional, quando NÃO é possível escrevê-lo na forma $\frac{a}{b}$, com $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$.

$$\text{Ir} = \{\, x \mid x \text{ é dízima } \underline{\text{não}} \text{ periódica} \,\}$$

Veja os exemplos:

$\sqrt{2} = 1{,}4142135\ldots$

$\sqrt{3} = 1{,}7320508\ldots$

$-\sqrt{3} = -1{,}7320508\ldots$

$\sqrt[3]{25} = 2{,}92401773\ldots$

$2{,}01001000100001\ldots$

$\pi = 3{,}14159265\ldots$ (Número "pi")

$e = 2{,}7182818\ldots$ (Número de Euler)

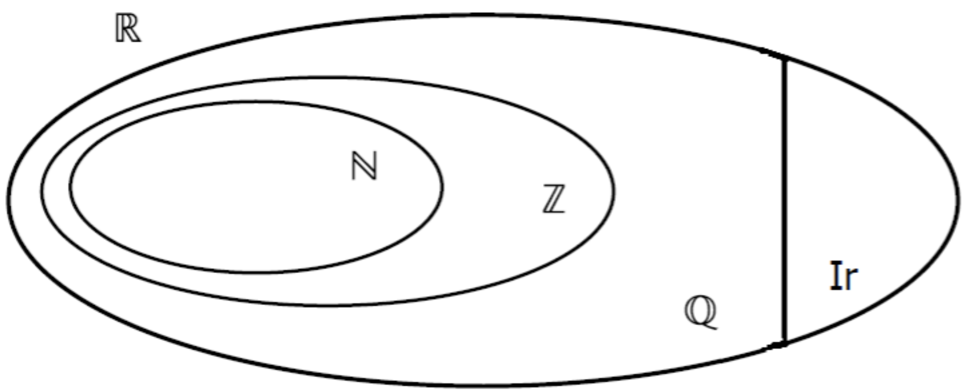
Observe que $\sqrt{9} \notin$ Ir, pois sabemos que $\sqrt{9} = 3$.

Outras Notações para o Conjunto dos Irracionais: $(\mathbb{R} - \mathbb{Q})$ ou $\mathbb{Q}'$

Conjuntos numéricos

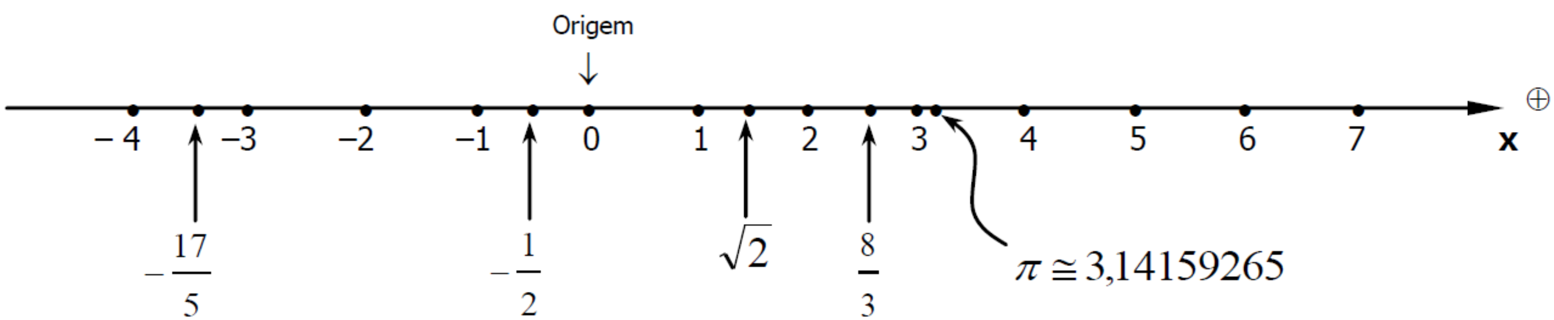
Conjunto dos Números Reais ($\mathbb{R}$)

$$\mathbb{R} = \{ x \mid x \in \mathbb{Q} \text{ ou } x \in Ir \} = \mathbb{Q} \cup Ir$$



Observe que: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ e $\mathbb{Q} \cap Ir = \varnothing$.

"Reta Real"



Conjuntos numéricos

Conjunto dos Números Complexos ($\mathbb{C}$)

Também conhecido como conjunto dos números "imaginários", não fará parte de nosso estudo neste momento (embora tenha grande aplicação na área eletroeletrônica, entre outras). Podemos dizer, de forma simples, que se trata de um conjunto numérico que envolve, além dos números reais, números do tipo $\sqrt{-4}$ que não podem ser definidos em $\mathbb{R}$.

Número complexo é todo número que pode ser escrito na forma

$$z = a + bi$$

onde:

a e *b* são números reais

a é a parte real e *b* é a parte imaginária do número complexo *z*

i é a unidade imaginária, sendo $i = \sqrt{-1}$ ou $i^2 = -1$

Exemplos: $4 - 3i$ $5i$ 6 $\sqrt{-7}$

Conjuntos numéricos

EXERCÍCIOS – Conjuntos Numéricos Fundamentais

1) Relacione usando $\in$ ou $\notin$:

a) -5 .... $\mathbb{N}$

b) $\dfrac{2}{3}$ .... $\mathbb{Z}$

c) $\sqrt{5}$ .... $\mathbb{R}$

d) 4 .... $\mathbb{Q}$

e) $\dfrac{4}{11}$ .... $\mathbb{R}-\mathbb{Q}$

f) $\sqrt{-9}$ .... $\mathbb{R}$

g) -13 .... $\mathbb{Q}$

h) $\sqrt{0}$ .... $\mathbb{R}$

i) -1 .... $\mathbb{R}$

j) $\dfrac{108}{9}$ .... $\mathbb{N}$

l) 0 .... $\mathbb{Z}_+$

m) $-\dfrac{4}{2}$ .... $\mathbb{Q}^*$

n) $\sqrt{361}$ .... Ir

o) (2,33... x 9) .... $\mathbb{N}$

p) $\dfrac{\sqrt[3]{-64}}{2}$ .... $\mathbb{Z}$

q) 0,127 .... $\mathbb{Q}^*$

2) Os conjuntos $A = \{ x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 4 \}$ e $B = \{ x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 4 \}$ são iguais?

RESPOSTAS

1a) $\notin$ **1b)** $\notin$ **1c)** $\in$ **1d)** $\in$ **1e)** $\notin$ **1f)** $\notin$ **1g)** $\in$ **1h)** $\in$ **1i)** $\in$ **1j)** $\in$ **1l)** $\in$ **1m)** $\in$ **1n)** $\notin$ **1o)** $\in$ **1p)** $\in$ **1q)** $\in$

2) Não

Números reais

Outras notações:

$\mathbb{R}^* = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \}$ → Conjunto dos números Reais Não Nulos **ou** diferentes de zero

$\mathbb{R}_+ = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0 \}$ → Conjunto dos números Reais Não Negativos **ou** maiores ou igual a zero

$\mathbb{R}_+^* = \{ x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \}$ → Conjunto dos números Reais Positivos **ou** maiores que zero.

$\mathbb{R}_- = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0 \}$ → Conjunto dos números Reais Não Positivos **ou** menores ou igual a zero

$\mathbb{R}_-^* = \{ x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \}$ → Conjunto dos números Reais Negativos **ou** menores que zero

Números reais

Definições e propriedades dos números reais

Fechamento Se a e $b \in \mathbb{R}$ existe um e somente um número real denotado por $a + b$, chamado soma, e existe um e somente um número real, denotado por ab (ou $a \times b$, ou $a \cdot b$), chamado produto.

Comutatividade Se $a, b \in \mathbb{R}$, então $a + b = b + a$ e $a \cdot b = b \cdot a$.

Associatividade Se a, b e $c \in \mathbb{R}$, então

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad \text{e} \quad a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c.$$

Distributividade Se $a, b, c \in \mathbb{R}$, então

$$a \cdot (b + c) = ab + ac.$$

Existência de Elementos Neutros Existem 0 e $1 \in \mathbb{R}$ tais que $a + 0 = a$ e $a \cdot 1 = a$, para qualquer $a \in \mathbb{R}$.

Existência de Simétricos Todo $a \in \mathbb{R}$ tem um simétrico, denotado por $-a$, tal que $a + (-a) = 0$.

Números reais

Definições e propriedades dos números reais

Existência de Inversos Todo $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ tem um inverso, denotado por $1/a$, tal que $a \cdot \frac{1}{a} = 1$.

Subtração Se $a, b \in \mathbb{R}$, a diferença entre a e b, denotada por $a - b$, é definida por $a - b = a + (-b)$.

Divisão Se $a, b \in \mathbb{R}$ e $b \neq 0$, o quociente de a e b é definido por $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$.

Números reais

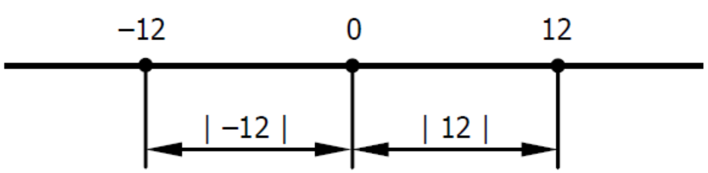
Definições e propriedades dos números reais

Valor Absoluto

Definição O valor absoluto de a, denotado por $|a|$, é definido como

$$|a| = \begin{cases} a \ , & se \ \ a \geq 0 \\ -a \ , & se \ \ a < 0 \end{cases}$$

Interpretação Geométrica Geometricamente o valor absoluto de a, também chamado módulo de a, representa a distância entre a e 0. Escreve-se então $|a| = \sqrt{a^2}$.

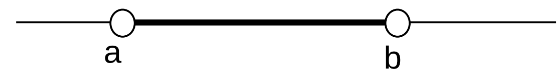


| 12 | = | −12 | = 12 u.c. (unidades de comprimento)

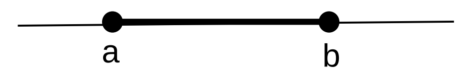
Números reais

<u>Intervalos</u>: são subconjuntos de números reais.

$\{ x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\} =]a, b[$ é um intervalo aberto em a e b.



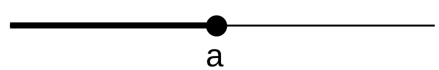
$\{ x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\} = [a, b]$ é um intervalo fechado em a e b.



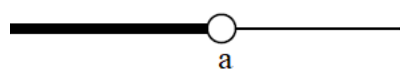
$\{ x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\} = [a, b[$ é um intervalo fechado em a e aberto em b.

$\{ x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\} =]a, b]$ é um intervalo aberto em a e fechado em b.

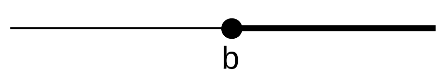
$\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\} =]-\infty, a]$



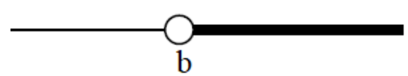
$\{ x \in \mathbb{R} \mid x < a\} =]-\infty, a[$



$\{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq b\} = [b, +\infty[$



$\{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq b\} =]b, +\infty[$



$]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$

INSTITUTO FEDERAL
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo

Números reais

Ciência da Computação

Exercícios:

1) Se A = $\{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 2\}$ e B = $\{x \in \mathbb{R} | -3 < x \leq 1\}$ determine o conjunto $(A \cup B) - (A \cap B)$.

2) Se A = $\{x \in \mathbb{Z} | 0 < x < 2\}$ e B = $\{x \in \mathbb{Z} | -3 < x \leq 1\}$ determine o conjunto $(A \cup B) - (A \cap B)$.

Respostas:

1) $\{x \in \mathbb{R} | -3 < x \leq 0$ ou $1 < x < 2\}$ = $]-3, 0] \cup]1, 2[$
2) {-2, -1, 0}

Princípio da Inclusão e Exclusão

❑ Princípio da Inclusão e Exclusão (Dois conjuntos)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

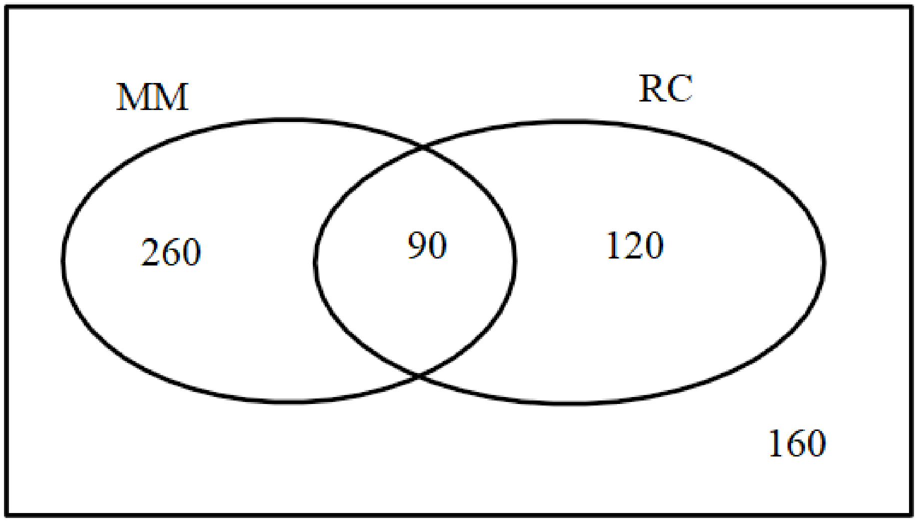
▪ **Problema:** Num curso de informática existem 630 alunos matriculados, sendo que 350 deles estudam "Montagem e Manutenção", 210 deles estudam "Redes e Cabeamentos" e 90 deles estudam as duas disciplinas. Pergunta-se:

a) Quantos alunos estudam apenas MM?
b) Quantos alunos estudam apenas RC?
c) Quantos alunos estudam MM ou RC?
d) Quantos alunos não estudam nenhuma das duas disciplinas?
e) Quantos alunos estudam somente uma disciplina?

Princípio da Inclusão e Exclusão

Resolução:

a) 350 – 90 = 260
b) 210 – 90 = 120
c) 260 + 90 + 120 = 470
d) 630 – 470 = 160
e) 260 + 120 = 380



Princípio da Inclusão e Exclusão

❑ Princípio da Inclusão e Exclusão (Três conjuntos)

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$$
$$- n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

▪ **Problema:** Em uma pesquisa com 60 pessoas verificou-se que:

- ✓ 26 leem Veja
- ✓ 26 leem Caras
- ✓ 25 leem Época
- ✓ 11 leem Caras e Veja
- ✓ 9 leem Veja e Época
- ✓ 8 leem Época e Caras
- ✓ 3 leem as três revistas

a) Quantas pessoas leem apenas Veja?

b) Quantas pessoas leem Veja ou Época mas não leem Caras?

c) Quantas pessoas leem pelo menos uma revista?

d) Quantas pessoas leem apenas uma revista?

Princípio da Inclusão e Exclusão

Resolução:

a) 26 – (8 + 3 + 6) = 9
b) 9 + 6 + 11 = 26
c) 26 + 10 + 5 + 11= 52
d) 9 + 10 + 11 = 30