

Lista de exercícios – Conjuntos

1) Represente por extensão, os conjuntos descritos abaixo.

- a) O Conjunto G, dos números primos positivos menores que 10.
- b) O Conjunto O, dos polos geográficos da Terra.
- c) O Conjunto S, dos números múltiplos não negativos de 3 menores que 15.
- d) O Conjunto M, dos divisores positivos de 9.
- e) O Conjunto A, dos números pares menores que 6.
- f) O conjunto F, dos números pares maiores que 50 e menores que 200.

2) Represente os conjuntos abaixo através de uma propriedade comum a seus elementos.

- a) $B = \{ 1, 3, 5 \}$
- b) $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$
- c) $G = \{ 0, 5, 10, 15, 20, \dots \}$
- d) $O = \{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 \}$
- e) $S = \{ 0, 1, 4, 9, 16, \dots \}$

3) Determine o número de elementos de $P(A)$, quando:

- a) $A = \{ x \mid x \text{ é número ímpar compreendido entre 4 e 21} \}$
- b) $A = \{ x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é número par menor que 10} \}$

4) Escreva por extensão o conjunto das partes do conjunto M, sendo $M = \{ x \mid x \text{ é vogal da palavra banana} \}$.

5) Quantos elementos tem um conjunto que possui 2048 subconjuntos?

6) O conjunto das partes de um conjunto V é um conjunto unitário. Isto é possível? Quando?

7) Quando um conjunto das partes $P(C)$ tiver 2 elementos, quantos elementos terá o conjunto C?

8) Um conjunto A tem 18 subconjuntos. Determine o número de elementos de A.

9) Num programa de tevê, um espectador participa de um jogo onde deve responder a 5 perguntas. As perguntas por apresentarem diferentes níveis de dificuldade, correspondem a prêmios diferentes: um relógio, um rádio, um fogão, um televisor e uma geladeira. Para cada resposta certa, o espectador recebe um prêmio correspondente à pergunta. De quantas maneiras diferentes pode ser premiado (ou não) esse espectador?

10) Uma represa possui quatro comportas e elas têm vazões diferentes entre si. Pode-se dar vazão por apenas uma das comportas, ou por duas quaisquer, ou por três quaisquer, ou ainda pelas quatro simultaneamente. De quantas maneiras diferentes pode-se dar vazão à água desta represa?

11) Sejam $A = \{1, 2, \dots, 8, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $D = \{3, 4, 5\}$ e $E = \{3, 5\}$. Quais desses conjuntos podem ser iguais a um conjunto X sob cada uma das condições seguintes?

- a) X e B são disjuntos.
- b) $X \subseteq D$, mas $X \not\subseteq B$.
- c) $X \subseteq A$, mas $X \not\subseteq C$.
- d) $X \subseteq C$, mas $X \not\subseteq A$.

12) O programa QUAD encontra e imprime soluções de equações quadráticas da forma $ax^2 + bx + c = 0$. O programa PAR lista todos os inteiros pares de $-2n$ a $2n$. Denote por Q o conjunto de valores de saída de QUAD e por P o conjunto de valores de saída de PAR.

- a) Mostre que, para $a = 1$, $b = -2$, $c = -24$ e $n = 50$, $Q \subseteq P$.
- b) Mostre que, para os mesmos valores de a , b e c , mas para $n = 2$, $Q \not\subseteq P$.

13) Dentre as relações a seguir, determine as que são corretas. Para as que forem falsas, apresente um contraexemplo:

a) $A \not\subset B$ e $B \not\subset C \Rightarrow A \subset C$

b) $A = B$ e $B = C \Rightarrow A = C$

c) $A \neq B$ e $B \neq C \Rightarrow A \neq C$

14) Faça um diagrama que satisfaça as seguintes condições: $2 \in A$, $4 \notin A$, $3 \in A \cap B$, $A \cup B = \{2, 3, 4\}$.

15) Sendo $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ e $C = \{5, 6, 7, 8, 9\}$, determine:

a) $A \cup B$

b) $A \cup C$

c) $B \cup C$

d) $A \cup B \cup C$

e) $A \cap B$

f) $A \cap C$

g) $B \cap C$

h) $A \cap B \cap C$

16) Dados $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq 1\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x < 1\}$, determine o conjunto

$$(A \cup B) - (A \cap B).$$

17) Dados $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 1\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 1\}$, determine o conjunto

$$(A \cup B) - (A \cap B).$$

18) Dados os conjuntos $A = \{2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, determine o conjunto C , tal que $A \cap C = \{2\}$, $B \cap C = \{4\}$ e $A \cup B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.

19) Escreva uma expressão com conjuntos para o resultado de uma busca na rede sobre páginas a respeito de cães que não são de caça. Suponha que D = conjunto de páginas sobre cães e R = conjunto de páginas sobre cães de caça.

20) Ilustre as Leis De Morgan usando diagramas de Venn.

a) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

21) Ilustre as Leis de Absorção usando diagramas de Venn.

a) $A \cup (A \cap B) = A$

b) $A \cap (A \cup B) = A$

22) Ilustre as propriedades de distributividade usando diagramas de Venn.

a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

23) Com base nos conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 6, 7\}$ e $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, preencha o campo abaixo com a simbologia adequada:

a) $3 \underline{\hspace{1cm}} A$

b) $7 \underline{\hspace{1cm}} C$

c) $A \underline{\hspace{1cm}} B$

d) $B \underline{\hspace{1cm}} C$

e) $C \underline{\hspace{1cm}} A$

f) $C \underline{\hspace{1cm}} B$

24) Dado o conjunto $A = \{0, 1, 2, \{1, 2\}, 3, \{3, 4\}\}$, assinale V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas.

() $\emptyset \in A$

() $4 \in A$

() $\{\} \subset A$

() $\{\{1, 2\}\} \subset A$

() $\{3, 4\} \subset A$

() $\{1, 2\} \in P(A)$

() $(\{1, 2\} \cup \{3, 4\}) \subset A$

25) Descreva cada um dos conjuntos a seguir listando seus elementos:

a) $\{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 9\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| = 5\}$

d) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 2x - 8 = 0\}$

e) $\{x \in \mathbb{N} \mid (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 3) = 0\}$

26) Determine se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações:

a) $-7 \in \mathbb{N}$

b) $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

c) $-8 \notin \mathbb{Q}$

d) $\sqrt{9} \in I$

e) $\pi^3 \in \mathbb{Q}$

f) $\sqrt{-7} \in I$

g) $\frac{15}{7} \in (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$

h) $3\pi \in \mathbb{R}$

i) $4 \in \mathbb{C}$

j) $\frac{12}{3} \in \mathbb{Z}$

k) $\sqrt[3]{64} \in \mathbb{N}$

l) $\mathbb{Z} \cap I = \emptyset$

m) $\{0\} \subset \mathbb{Q}$

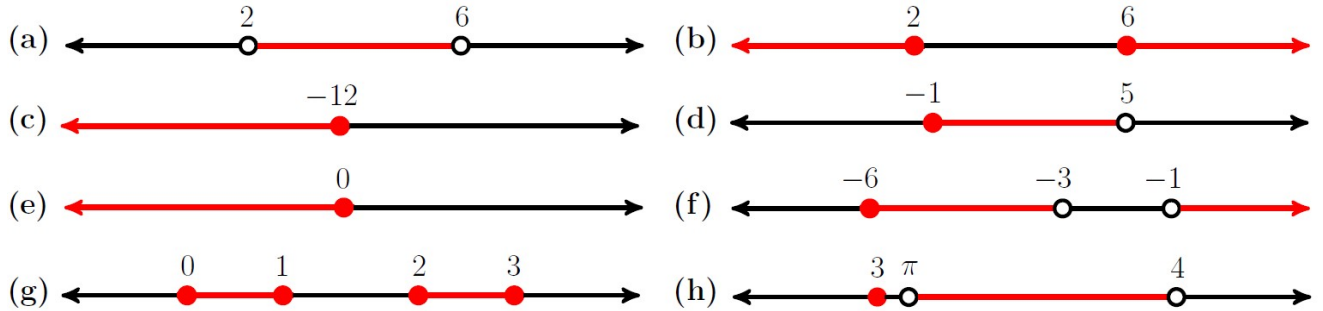
n) $1,4545... \in \mathbb{Q}$

o) $-1,7 \in \mathbb{R}$

27) Diga se é verdadeira ou falsa cada uma das sentenças abaixo:

- (a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$; (b) $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$; (c) $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{Z}$; (d) $(\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \subset \mathbb{R}$;
 (e) $\mathbb{Z}_+^* = \mathbb{N}$; (f) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$; (g) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{N}$; (h) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

28) Representar os conjuntos abaixo, dados graficamente pela parte pintada em vermelho, usando a notação de conjuntos e a notação de intervalos.



29) Represente graficamente os intervalos a seguir e verifique se os números 5 , π , $\sqrt{5}$, $\frac{5}{2}$, $-\frac{15}{7}$ pertencem a cada intervalo.

- a) $[-2, 5)$ b) $(2, 7)$ c) $(6, +\infty)$

30) Dados os intervalos $A = [\pi, +\infty)$, $B = (-\infty, \sqrt{17})$ e $C = (\frac{8}{3}, 4]$, determine:

- a) $A \cap B$ b) $A \cap C$ c) $C \cap B$ d) $A \cap B \cap C$ e) $A \cup B$ f) $A \cup C$
 g) $C \cup B$ h) $A \cup B \cup C$ i) $A - B$ j) $A - C$ k) $B - C$ l) $C_{\mathbb{R}}^A$
 m) $C_{\mathbb{R}}^B$ n) $C_{\mathbb{R}}^C$

Respostas

- 1) a) $G = \{2, 3, 5, 7\}$ b) $O = \{\text{Norte, Sul}\}$ c) $S = \{0, 3, 6, 9, 12\}$
 d) $M = \{1, 3, 9\}$ e) $A = \{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4\}$ f) $F = \{52, 54, 56, \dots, 196, 198\}$

2)

a) Uma entre as possíveis maneiras é: $B = \{x \mid x \text{ é ímpar positivo menor que } 6\}$

b) Uma entre as possíveis maneiras é: $A = \{x \mid x \text{ é inteiro positivo menor que } 7\}$

c) Uma possível maneira é: $G = \{x \mid x \text{ é múltiplo não negativo de } 5\}$ ou ainda: $G = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 5\}$

d) Uma possível maneira é: $O = \{x \mid x \text{ é primo positivo menor que } 20\}$ ou ainda: $O = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é primo e } x < 20\}$

e) Uma possível maneira é: $S = \{x \mid x \text{ é quadrado perfeito}\}$ ou ainda: $S = \{x \mid x = n^2 \text{ com } n \in \mathbb{N}\}$

3) a) 256 elementos

b) 32 elementos

4) $P(M) = \{\emptyset, \{a\}\}$

5) 11

6)

Sim. Quando temos que $V = \emptyset$, teremos $\mathcal{P}(V) = \{\emptyset\}$. Note que: $n[\mathcal{P}(V)] = 2^0 = 1$

7) 1 elemento

8) Não existe um conjunto com tais condições.

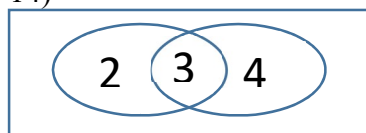
9) 32 maneiras diferentes

10) 15 maneiras diferentes

11) a) C e E b) D e E c) A, B e D d) Nenhum

13) Somente b está correta

14)



15) a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

b) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

c) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

d) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

e) $\{3, 4, 5\}$

f) $\{5\}$

g) $\{5, 6, 7\}$

h) $\{5\}$

16) $\{-5, -4, -3, -2, 1\}$

17) $\{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x \leq -2 \text{ ou } x = 1\}$

18) $\{2, 4, 6\}$

19) $D \cap R'$

23) a) $3 \in A$

b) $7 \notin C$

c) $A \not\subset B$

d) $B \not\subset C$

e) $C \supset A$

f) $C \not\subset B$

24) $F - F - V - V - F - V - F$

25) a) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

b) $\{-3, 3\}$

c) $\{-5, 5\}$

d) $\{-2, 4\}$

e) $\{1, 2\}$

26) Falsas: a) a f); Verdadeiras: g) a o)

27)

(a) V;

(b) V;

(c) V;

(d) V;

(e) F;

(f) F;

(g) F;

(h) V.

28)

(a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 6\} = (2, 6)$.

(b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2 \text{ ou } x \geq 6\} = (-\infty, 2] \cup [6, \infty)$.

(c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -12\} = (-\infty, -12]$.

(d) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 5\} = [-1, 5)$.

(e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\} = \mathbb{R}_- = (-\infty, 0]$.

(f) $\{x \in \mathbb{R} \mid -6 \leq x < -3 \text{ ou } x > -1\}$
 $= [-6, -3) \cup (-1, \infty)$.

(g) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1 \text{ ou } 2 \leq x \leq 3\}$
 $= [0, 1] \cup [2, 3]$.

(h) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 3 \text{ ou } \pi < x < 4\} = \{3\} \cup (\pi, 4)$.

29) a) pertencem ao intervalo: $\pi, \sqrt{5}, \frac{5}{2}$

b) pertencem ao intervalo: $5, \pi, \sqrt{5}, \frac{5}{2}$

c) nenhum dos números dados pertencem ao intervalo.

30) a) $[\pi, \sqrt{17})$

b) $[\pi, 4]$

c) C

d) $[\pi, 4]$

e) $\mathbb{R}$

f) $(8/3, +\infty)$

g) B

h) $\mathbb{R}$

i) $[\sqrt{17}, +\infty)$

j) $(4, +\infty)$

k) $(-\infty, 8/3] \cup (4, \sqrt{17})$

l) $(-\infty, \pi)$

m) $[\sqrt{17}, +\infty)$

n) $(-\infty, 8/3] \cup (4, +\infty)$