INSTITUTO FEDERAL
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo

Engenharia Civil

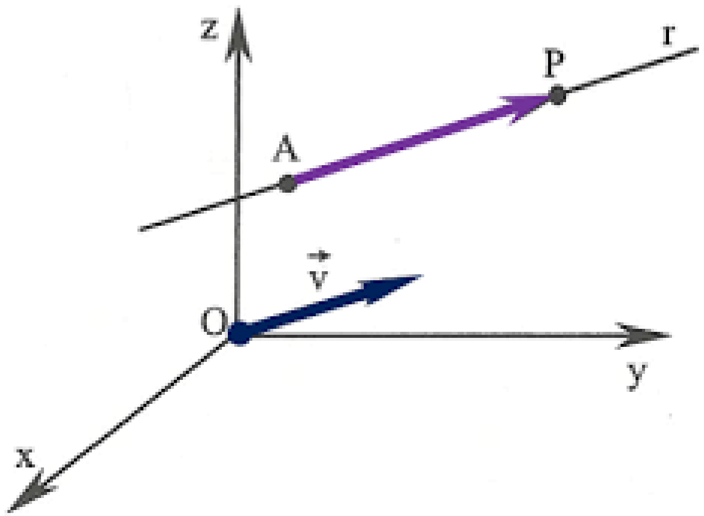
Geometria Analítica

Profa. Me. Samanta Santos da Vara Vanini
samantavanini@ifsul.edu.br

Reta (Vetorial)

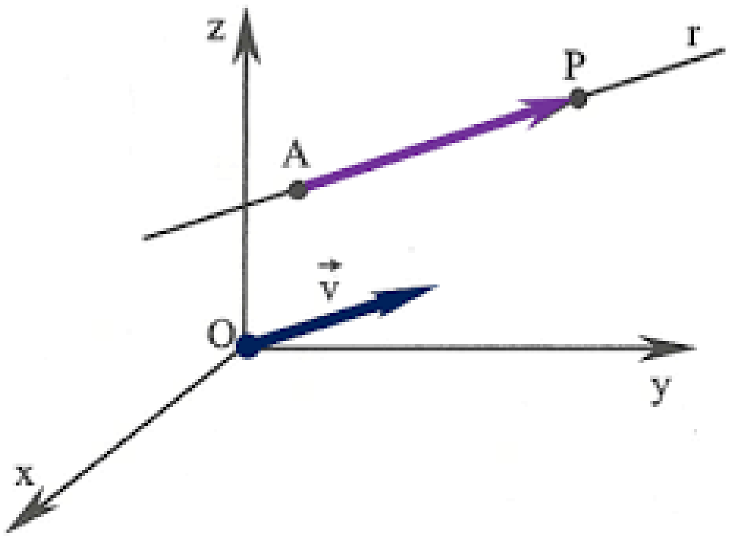
Uma reta pode ser representada por dois pontos distintos.

Suponha a reta definida pelos pontos A e P, que forma o vetor AP // ao vetor v.



Reta (Vetorial)

Se $\overrightarrow{AP} // \vec{v}$, temos que $\overrightarrow{AP} = \lambda \vec{v}$, para um número real λ.



Assim, $P = A + \lambda \vec{v}$.

Reta (Vetorial)

Logo,

$$(x_2, y_2, z_2) = (x_1, y_1, z_1) + \lambda(x, y, z)$$

Em que a equação vetorial da reta r tem como $\vec{v}$ o vetor diretor e λ o parâmetro.

Reta (Vetorial)

Exemplo:

a) Encontre a equação vetorial da reta s que passa por B(1,-1,4) e tem a direção de $\vec{w} = (2,3,2)$.

b) Encontre a equação da reta r que:

- Passa pelos pontos A(3,-1,1) e B(2,1,2).
- Passa pelo ponto P(4,1,0) e contém representantes do vetor $\vec{v} = (2,6,-2)$.

Reta (Paramétrica)

A equação paramétrica de uma reta pode ser obtida partindo de uma equação vetorial, como mostrado abaixo.

$$r:(x,y,z)=(x_1,y_1,z_1)+\lambda(x_2,y_2,z_2)$$

$$r:\begin{cases} x = x_1 + \lambda x_2 \\ y = y_1 + \lambda y_2 \\ z = z_1 + \lambda z_2 \end{cases}$$

Engenharia Civil

Reta (Simétrica)

A equação simétrica de uma reta pode ser obtida partindo de uma equação paramétrica, como mostrado abaixo.

$$r:(x,y,z)=(x_1,y_1,z_1)+\lambda(x_2,y_2,z_2)$$

Vetorial

$$r:\begin{cases} x = x_1+\lambda x_2 \\ y = y_1+\lambda y_2 \\ z = z_1+\lambda z_2 \end{cases}$$

Paramétrica

$$r:\frac{x-x_1}{x_2}=\frac{y-y_1}{y_2}=\frac{z-z_1}{z_2}$$

Simétrica

Reta (Reduzida)

A equação reduzida de uma reta pode ser obtida partindo de uma equação paramétrica, isolando o parâmetro em uma delas e substituindo nas demais, como mostrado abaixo..

$$r:\begin{cases} x = x_1 + \lambda x_2 \\ y = y_1 + \lambda y_2 \\ z = z_1 + \lambda z_2 \end{cases} \rightarrow \quad r:\begin{cases} y = y_1 + \dfrac{x - x_1}{x_2} y_2 \\ \\ z = z_1 + \dfrac{x - x_1}{x_2} z_2 \end{cases}$$

Reduzida em função da variável x

Reta

Exemplo:

a) Seja $r: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{4} = z$, determine uma equação de r nas formas vetorial e paramétrica.

b) Seja a reta definida por A(2,-4,-3) e pelo vetor $\vec{v} = (1,2,-3)$, encontre as equações reduzidas da reta em função de x.

Profa. Me. Samanta Santos da Vara Vanini
samantavanini@ifsul.edu.br

Posição Relativa entre duas Retas

1) Retas no mesmo Plano – Retas Coplanares

- Concorrentes

- Paralelas

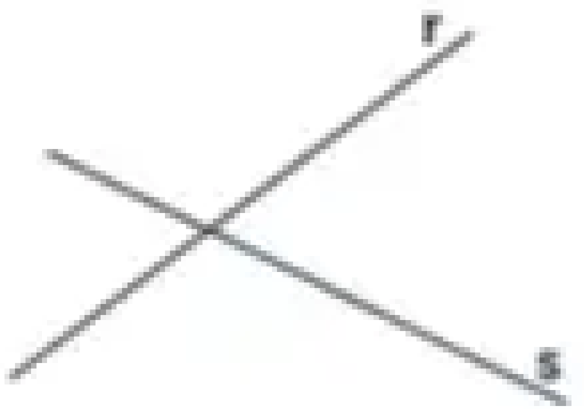
- Coincidentes

Profa. Me. Samanta Santos da Vara Vanini
samantavanini@ifsul.edu.br

Posição Relativa entre duas Retas

1) Retas no mesmo Plano – Retas Coplanares

- **Concorrentes**



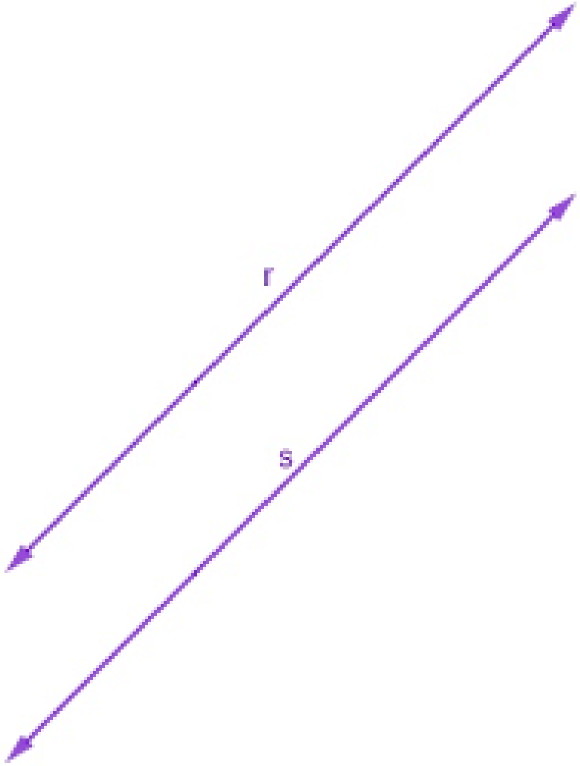
Os vetores das retas r e s são Linearmente Independentes, ou seja, os vetores não são múltiplos.

Posição Relativa entre duas Retas

1) Retas no mesmo Plano – Retas Coplanares

- **Paralelas**

Os vetores das retas r e s são Linearmente Dependentes, ou seja, os vetores são Múltiplos e não possuem pontos em comum.

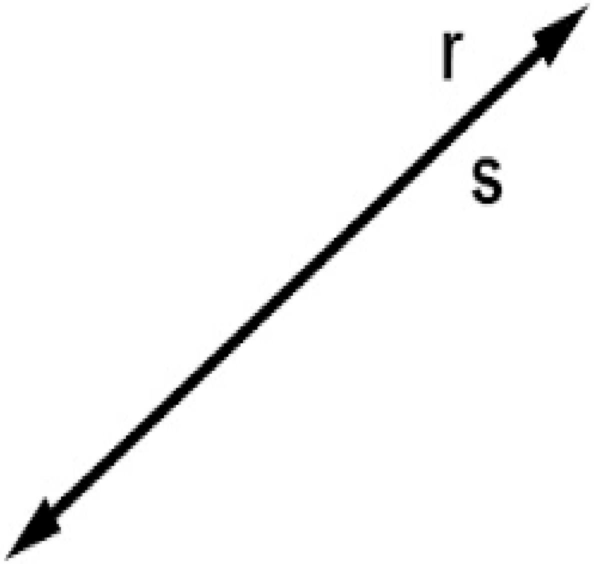


Posição Relativa entre duas Retas

1) Retas no mesmo Plano – Retas Coplanares

❖ **Coincidentes**

Os vetores das retas r e s são Linearmente Dependentes, ou seja, os vetores são Múltiplos e possuem todos os pontos em comum.

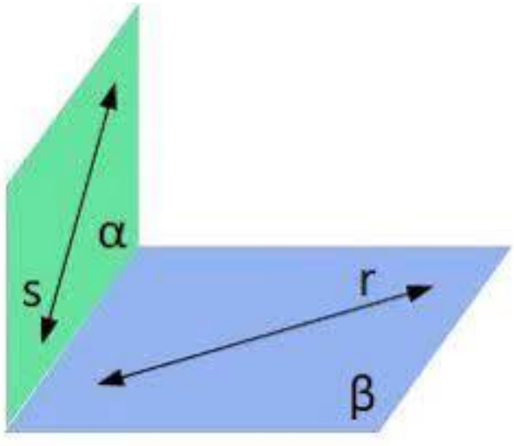


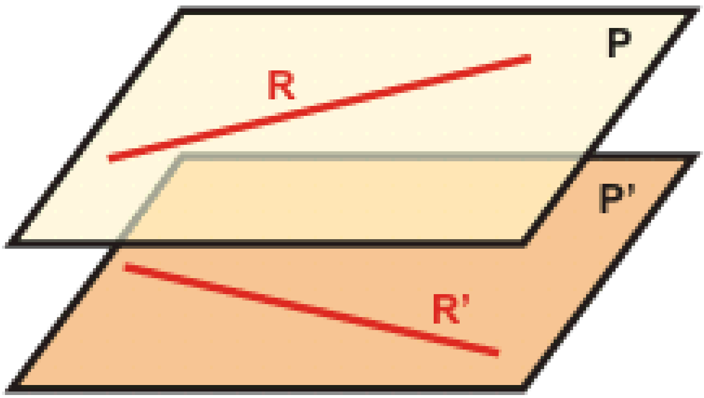
Profa. Me. Samanta Santos da Vara Vanini
samantavanini@ifsul.edu.br

Engenharia Civil

Posição Relativa entre duas Retas

2) Retas em diferentes Plano – Retas Reversas





O produto misto entre os vetores que representam cada uma das retas e o vetor composto por dois pontos, um em cada reta, tem que ser diferente de zero.

Posição Relativa entre duas Retas

Exemplos:

Determine a posição relativa entre as retas:

1) $r:(x,y,z)=(1,2,3)+t(0,1,3)$

$s:(x,y,z)=(1,3,6)+t(0,2,6)$

2) $r:(x,y,z)=(1,2,3)+t(0,1,3)$

$$s:\begin{cases} x=t \\ y=t+1\ ,\ t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$$

Posição Relativa entre duas Retas

Exemplos:

Determine a posição relativa entre as retas:

3) $r:(x,y,z)=(1,2,3)+t(0,1,3)$

$$s:\begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y-z=-4 \end{cases}$$

Posição Relativa entre duas Retas

Exemplos:

Determine a posição relativa entre as retas:

4) $r:(x,y,z)=(1,-1,1)+t(-2,1,-1)$

$$s:\begin{cases} y+z=3 \\ x+y-z=6 \end{cases}$$

5) $r:(x,y,z)=(8,1,9)+t(2,-1,3)$

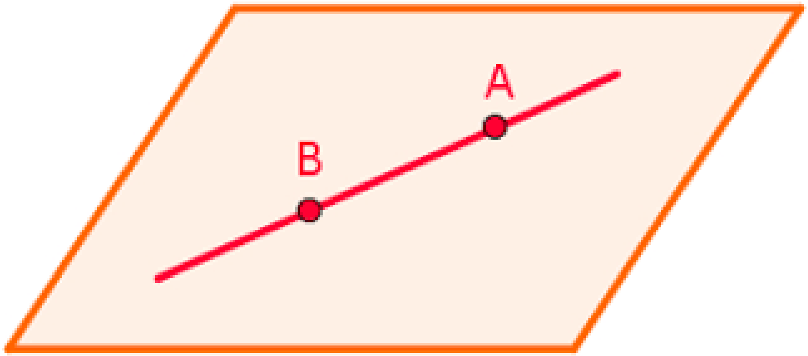
$s:(x,y,z)=(3,-4,4)+t(1,-2,2)$

Posição Relativa entre Retas e Planos

- Reta contida no Plano
- Reta paralela ao Plano
- Reta transversal ao Plano
- Reta perpendicular ao Plano

Posição Relativa entre Retas e Planos

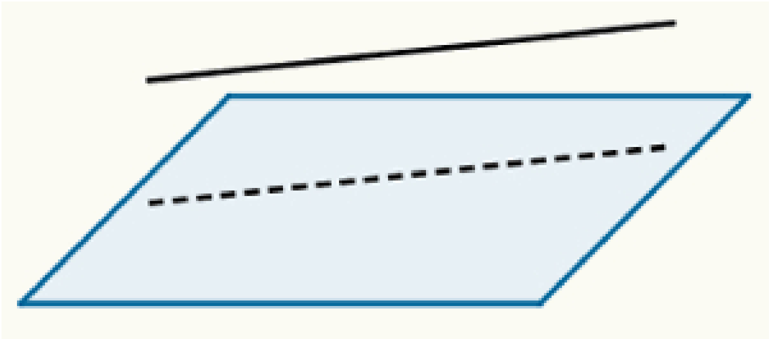
❖ Reta contida no Plano



- Possui todos os pontos em comum.

Posição Relativa entre Retas e Planos

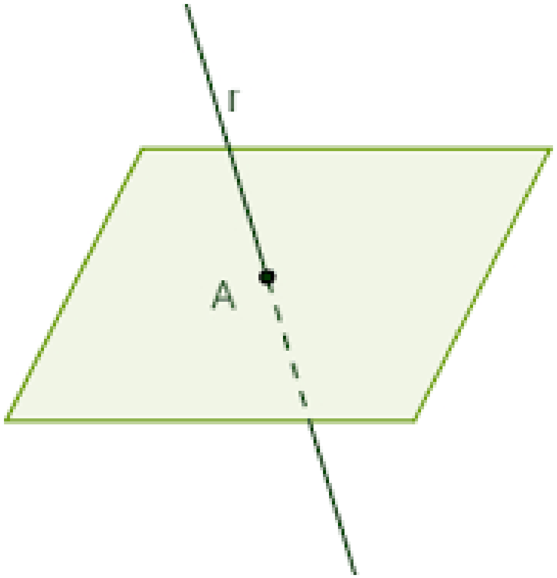
❖ Reta paralela ao Plano



- Não possui pontos em comum.

Posição Relativa entre Retas e Planos

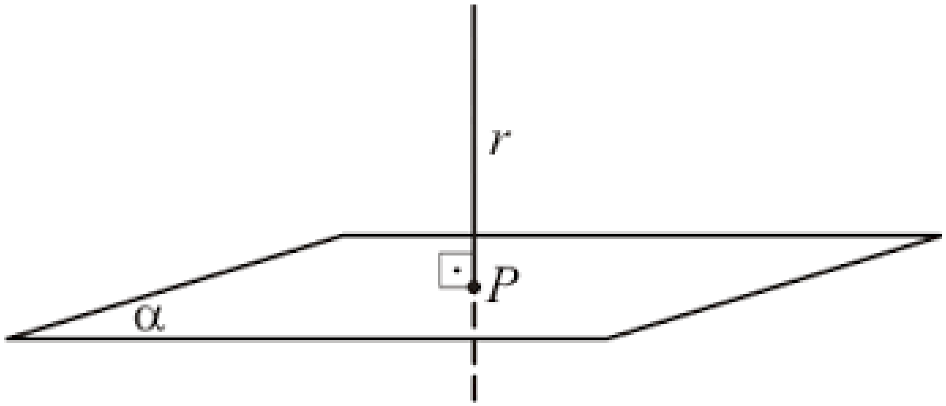
❖ Reta transversal ao Plano



- Possui um ponto em comum.

Posição Relativa entre Retas e Planos

❖ Reta perpendicular ao Plano



- Possui um ponto em comum e o ângulo de 90 graus com o plano.

Posição Relativa entre Retas e Planos

Exemplos:

Determine a posição relativa entre a reta e o plano em cada caso:

1) $r:(x,y,z)=(1,1,0)+t(1,-1,1)$

$\pi: x+y-z+2=0$

2) $r:\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \ , t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$

$\pi: x+y-2=0$

Posição Relativa entre Retas e Planos

Exemplos:

Determine a posição relativa entre a reta e o plano em cada caso:

3) $$r:\begin{cases} 2x - y - z = 5 \\ x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$\pi : x + y + 4z = 4$$

4) $$r : (x, y, z) = (1,1,1) + t(3,2,1)$$

$$\pi : (x, y, z) = (1,1,3) + t(1,-1,1) + s(0,1,3)$$

Posição Relativa entre Retas e Planos

Exemplos:

Determine a posição relativa entre a reta e o plano em cada caso:

5) $r:(x,y,z)=(1,1,0)+t(0,1,-1)$

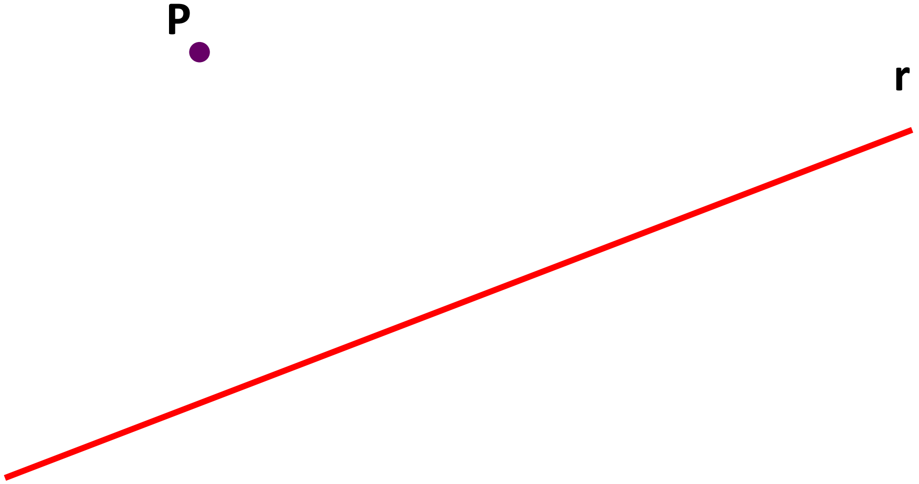
$\pi:(x,y,z)=x-y-z=2$

INSTITUTO FEDERAL
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo

Engenharia Civil

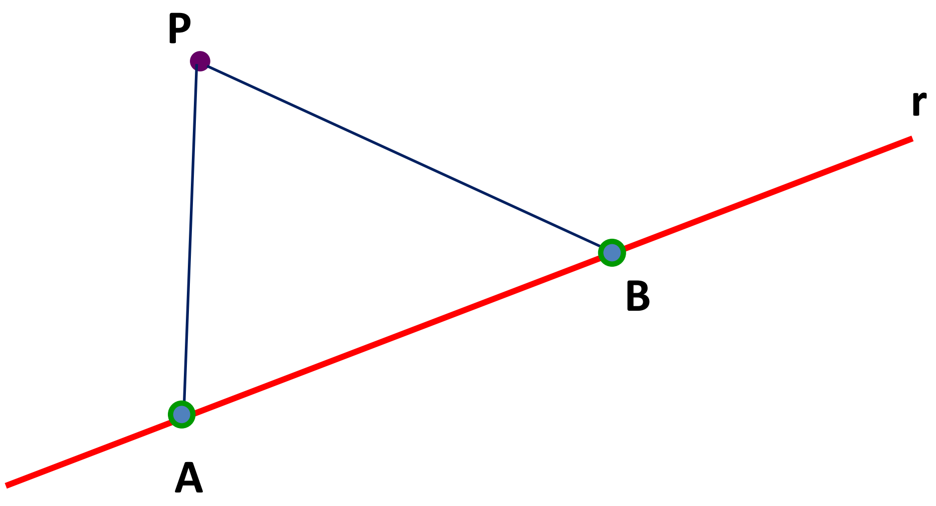
Distância entre Ponto e Reta

Noção intuitiva



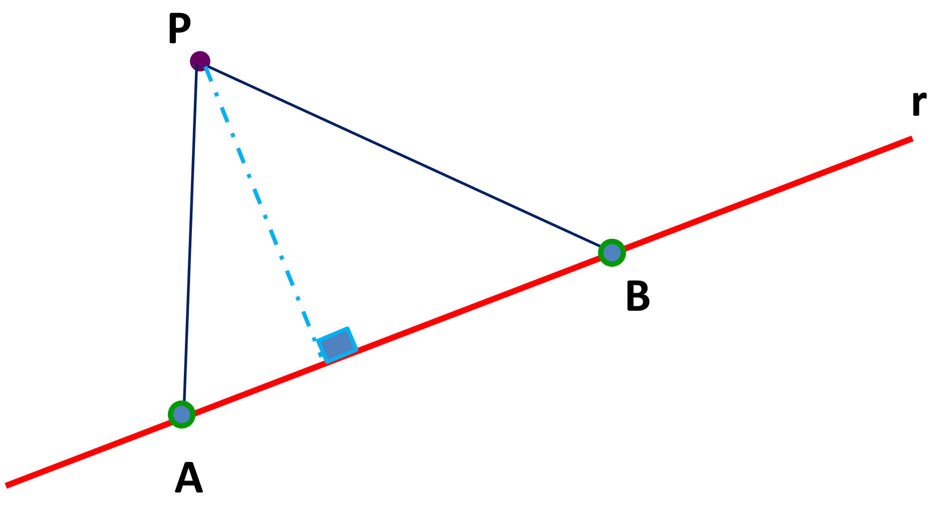
Distância entre Ponto e Reta

Noção intuitiva



Distância entre Ponto e Reta

Noção intuitiva



Distância entre Ponto e Reta

Noção intuitiva

$$\boxed{d(P,r) = \frac{\left|\overrightarrow{AP} x \overrightarrow{d_r}\right|}{\left|\overrightarrow{d_r}\right|}}$$

Exemplo:

Determine a distância entre P(1, -2, 5) e a reta $r:\begin{cases} x = -7 + t \\ y = 8 - 3t \\ z = 6t \end{cases}$.

Distância entre Ponto e Reta

Exemplo:

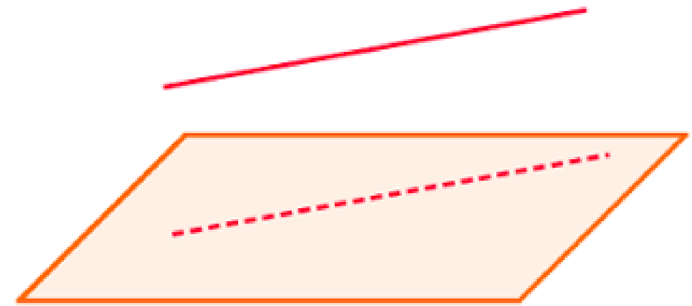
Determine o ponto da reta $r:\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$ que está mais próximo da reta $s:\begin{cases} x = 1 + 2m \\ y = 2 + m \\ z = -1 - 3m \end{cases}$.

Engenharia Civil

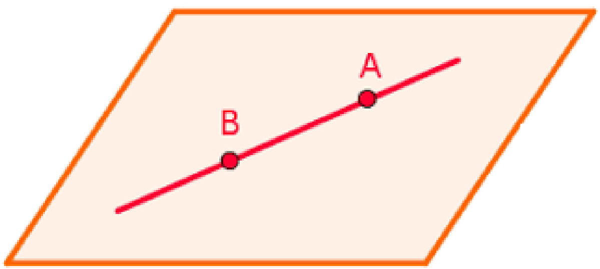
Distância entre Reta e Plano

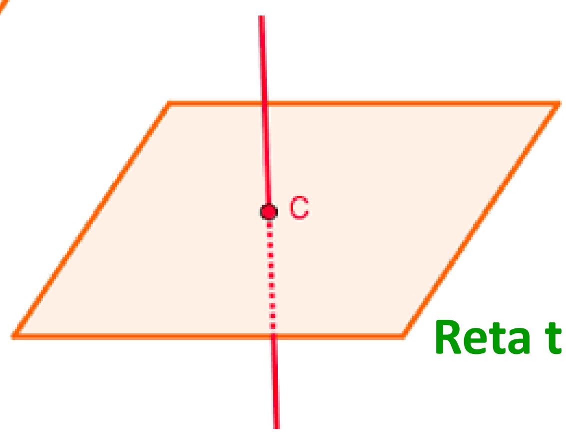
Considere a reta e o plano abaixo.

Reta paralela ao plano



Reta contida no plano

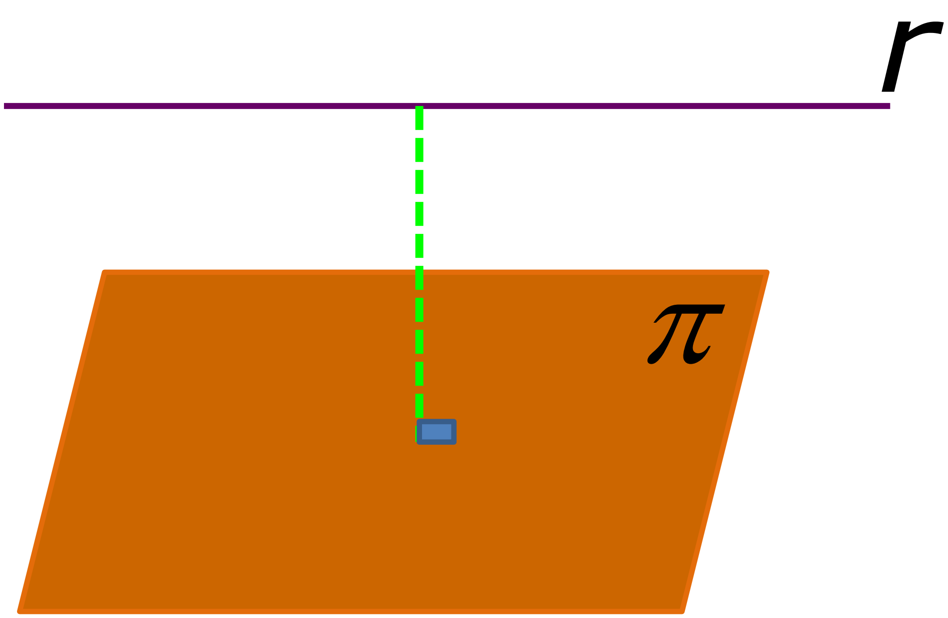




Reta transversal ao plano

Distância entre Reta e Plano

Definindo a distância entre reta e plano



Distância entre Reta e Plano

Definindo a distância entre reta e plano

$$\boxed{d(r,\pi) = d(P,\pi)}$$

$$d(r,\pi) = \frac{|x_P.a + y_P.b + z_P.c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Lembrando :

$$\pi : ax + by + cz + d = 0$$

$$P(x_P, y_P, z_P)$$

Distância entre Reta e Plano

Exemplo:

Determine a distância entre $r:\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2+5t \\ z = -1-3t \end{cases}$ e

$\alpha : -x + 2y + 4z + 7 = 0$.