

Disciplina: Eletricidade

Aula 04 Leis de Kirchhoff (Parte 01)

Curso: Engenharia Mecânica
Professor: Paulo Cesar da Silva
E-mail: paulocesar@ifsul.edu.br

Passo Fundo
2024

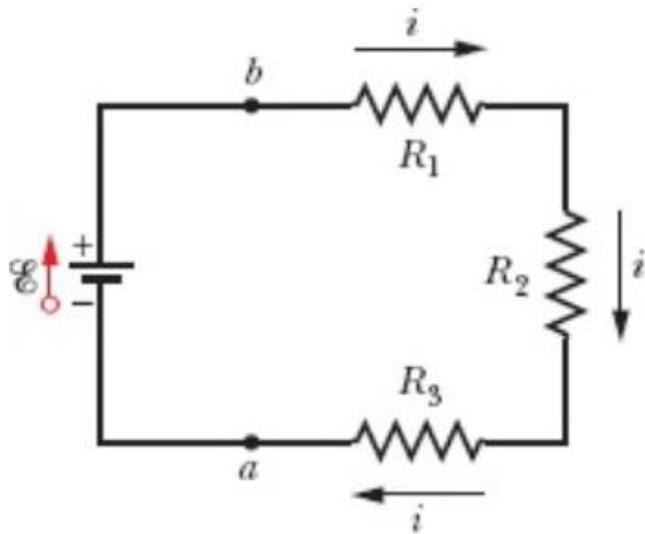


INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SUL-RIO-GRANDENSE

Revisão: Associação de Resistores

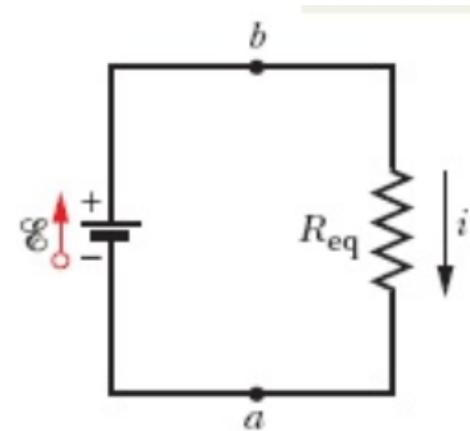
Revisão: Associação de Resistores em Série

- Resistências em Série



$$-\mathcal{E} + iR_1 + iR_2 + iR_3 = 0$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}$$



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

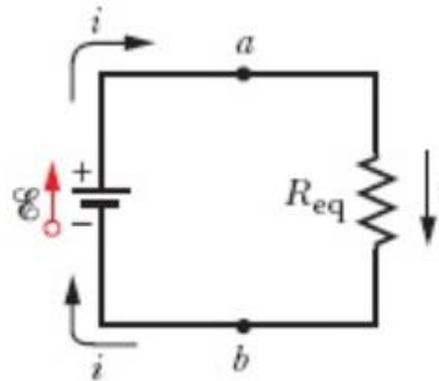
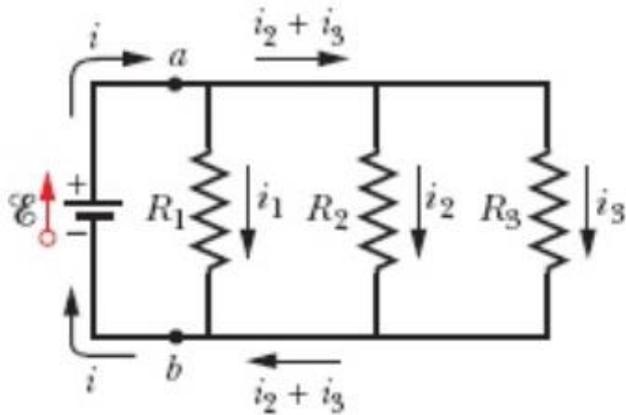
$$-\mathcal{E} + iR_{eq} = 0$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

Revisão: Associação de Resistores em Paralelo

- Resistências em Paralelo



$$i_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{\varepsilon}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{\varepsilon}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{\varepsilon}{R_3}$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = \varepsilon \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$i = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{R_{eq}}$$

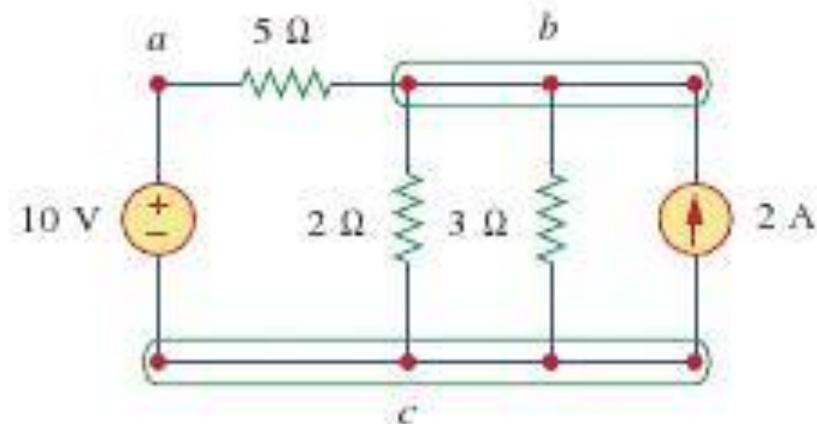
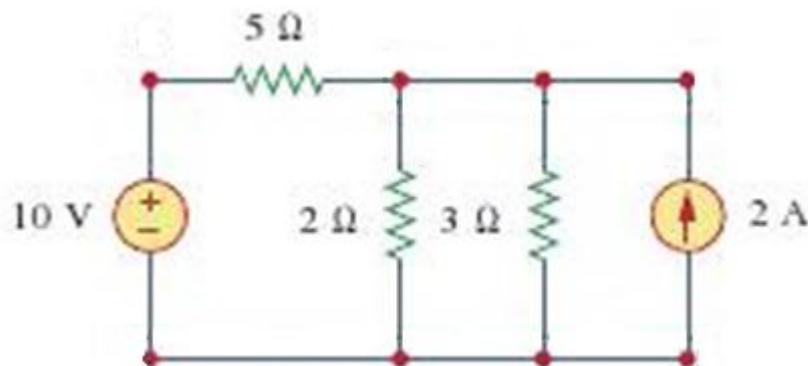
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$R_{eq} = \frac{R_n \times R_m}{R_n + R_m}$$

Revisão: Conceitos Elétricos

Revisão: Conceitos Elétricos

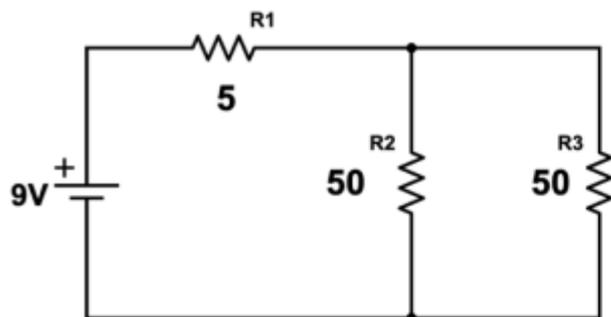
- **Nó:** ponto do circuito em que dois ou mais terminais estão ligados, podendo ser terminais de quaisquer elementos do circuito.
- **Ramo:** é o caminho entre dois nós, sendo que ao longo do ramo, a corrente elétrica é a mesma.
- **Malha:** caminho fechado seguido sobre ramos.



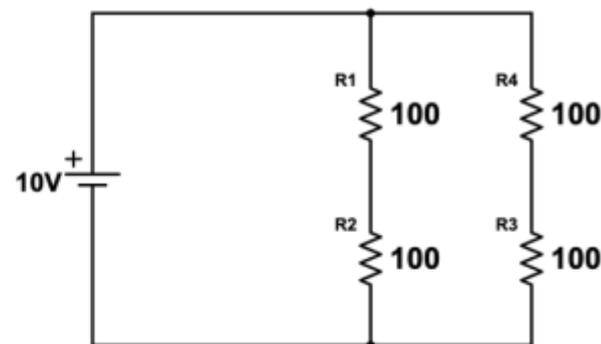
Exercícios

Associação de Resistores

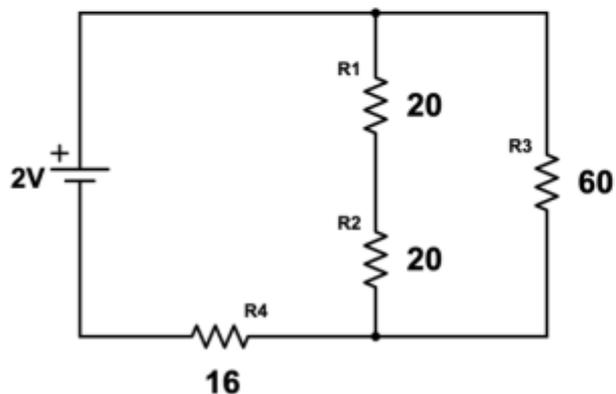
- Exercícios:** Determine o circuito equivalente simplificado, a corrente na fonte (IF).



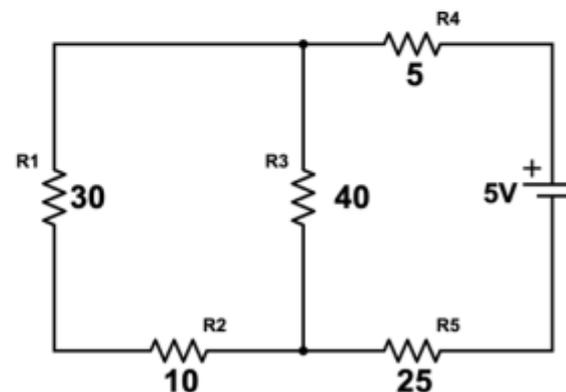
Circuito 1



Circuito 2



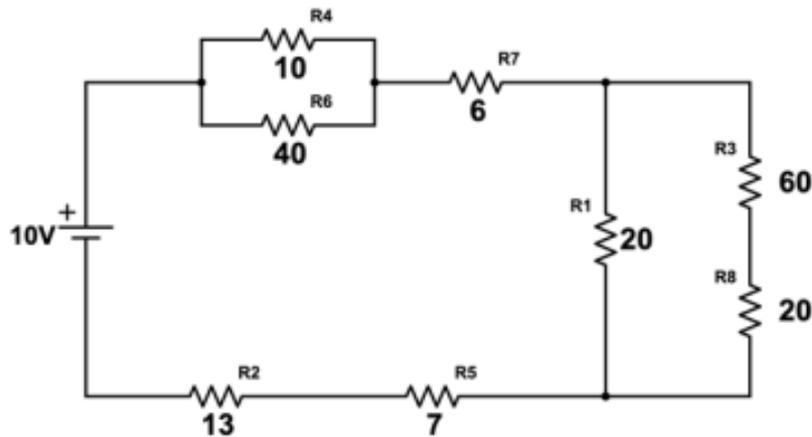
Circuito 3



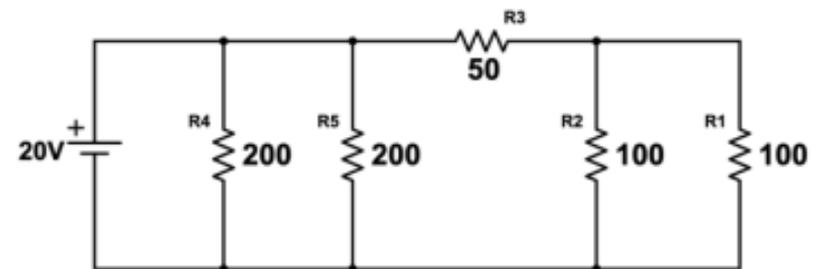
Circuito 4

Associação de Resistores

- Exercícios:** Determine o circuito equivalente simplificado, a corrente na fonte (IF).



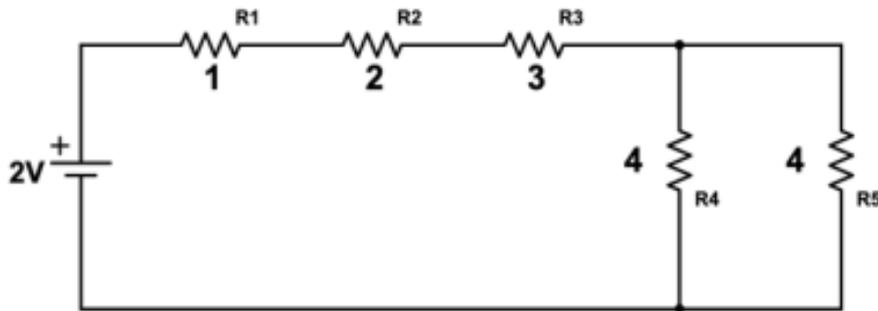
Circuito 5



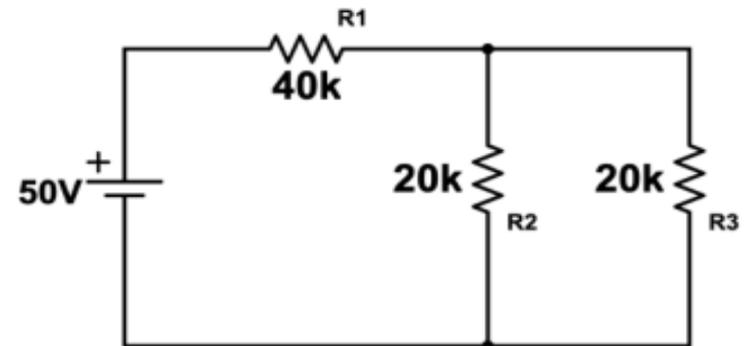
Circuito 6

Associação de Resistores

- Exercícios:** Determine o circuito equivalente simplificado, a corrente na fonte (IF).



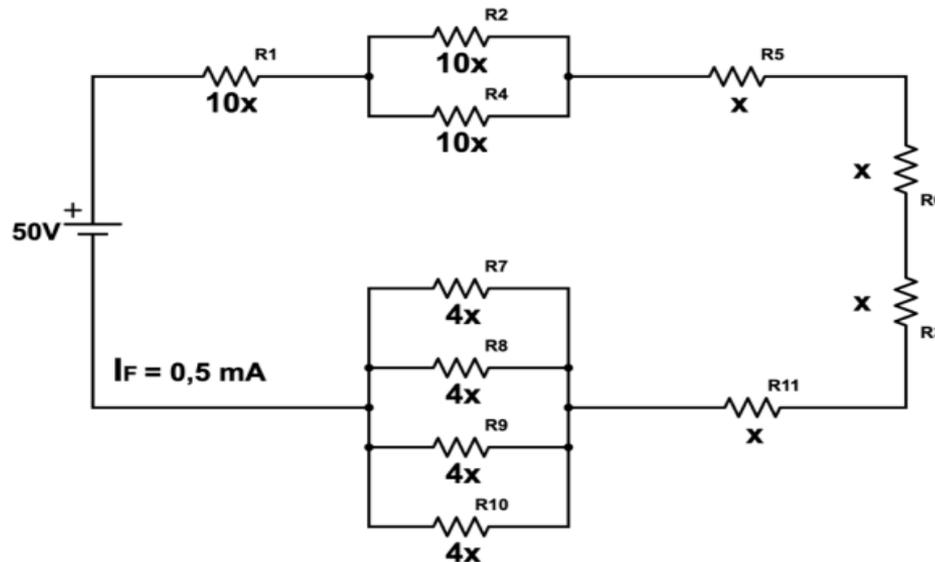
Circuito 7



Circuito 8

Associação de Resistores

- Exercícios:** Determine o valor de x , sabendo que a corrente total do circuito ($I_F = 0,5\text{mA}$).



Circuito 9

Associação de Resistores

- **Exercícios:**
- 10) A lâmpada de 60W na Figura 1 é de 120 V. Calcule V_s para fazer que a lâmpada opere nas condições estabelecidas.

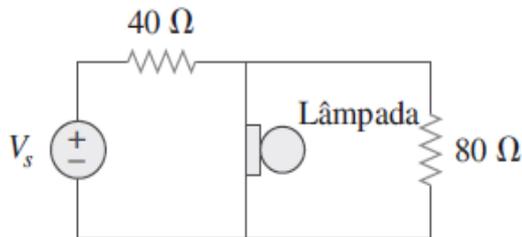


Figura 1

Associação de Resistores

- **Exercícios:**

- 11) Três lâmpadas estão conectadas em série a uma fonte de 120V, conforme mostrado na Figura 2. Determine a corrente I que passa pelas lâmpadas. Cada lâmpada é específica para 120V. Qual o valor da potência dissipada em cada lâmpada? Elas produzem muita luz?

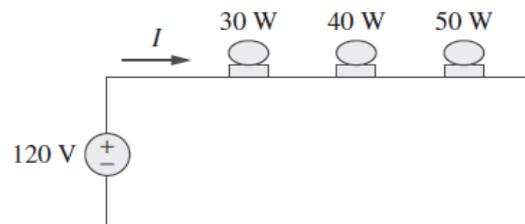


Figura 2

- 12) Se as três lâmpadas da Figura 2 estiverem conectadas em paralelo a uma fonte de 120V, calcule a corrente que passa em cada lâmpada.

Leis de Kirchhoff

Leis de Kirchhoff

- **Leis de Kirchhoff**
- A **lei de Ohm** por si só não é o bastante para analisar os circuitos; entretanto, quando associada com as **duas leis de Kirchhoff**, elas formam um conjunto de ferramentas poderoso e suficiente para analisar uma série de circuitos elétricos;
- As leis de Kirchhoff foram introduzidas pela primeira vez em 1847 pelo físico alemão Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887);
- São formalmente conhecidas como lei de Kirchhoff para corrente (LKC, ou lei dos nós) e lei de Kirchhoff para tensão (LKT, ou lei das malhas);

Lei de Kirchhoff para Tensão (LKT)

Leis de Kirchhoff

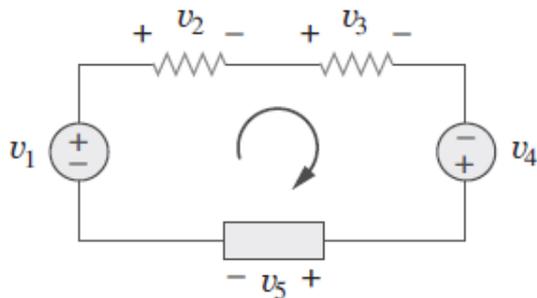
- **Leis de Kirchhoff**
- **A Lei de Kirchhoff para tensão (LKT)** diz que a soma algébrica de todas as tensões em torno de um caminho fechado (ou laço) é zero.

$$\sum_{m=1}^M v_m = 0$$

- Onde
- M : é o número de tensões no laço (ou o número de ramos no laço)
- v_m : é a m -ésima tensão.

Leis de Kirchhoff

- **Leis de Kirchhoff**
- **Lei de Kirchhoff para tensão (LKT):** Para ilustrar a LKT, considere o circuito da Figura 2.19. O sinal em cada tensão é a polaridade do terminal encontrado primeiro à medida que percorremos o laço, partindo de qualquer ramo e percorrendo o laço no sentido horário ou anti-horário, conforme mostrado; então, as tensões seriam $-v_1$, $+v_2$, $+v_3$, $-v_4$ e $+v_5$, nessa ordem.



$$-v_1 + v_2 + v_3 - v_4 + v_5 = 0$$

$$v_2 + v_3 + v_5 = v_1 + v_4$$

- **A soma das quedas de tensão é igual à soma das elevações de tensão.**

Figura 2.19 Circuito com um único laço ilustrando a LKT.

Leis de Kirchhoff

- **Leis de Kirchhoff**
- **Lei de Kirchhoff para tensão (LKT):** Quando as fontes de tensão estiverem conectadas em série, a LKT pode ser aplicada para obter a tensão total.
- A tensão associada é a soma algébrica das tensões das fontes individuais.

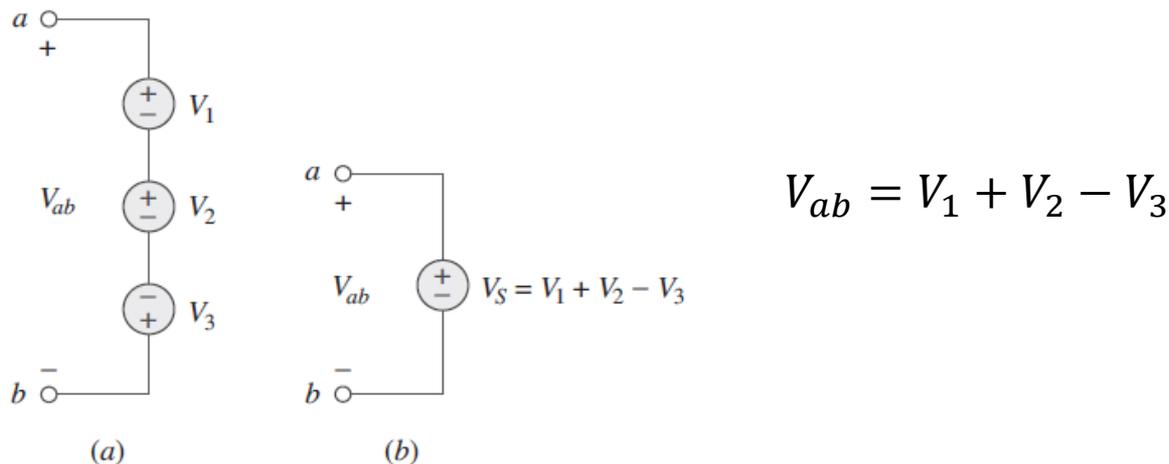


Figura 2.20 Fontes de tensão em série: (a) circuito original; (b) circuito equivalente.

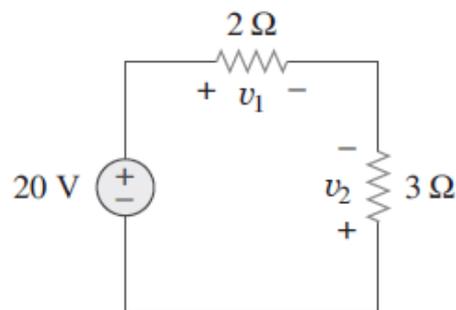
Leis de Kirchhoff

- **Exemplo 2.5:** Para o circuito da Figura abaixo, determine as tensões v_1 e v_2 .
- **Solução:** Para encontrar v_1 e v_2 , aplicamos a lei de Ohm e a lei de Kirchhoff para tensão. Consideremos que a corrente i flua pelo laço, conforme mostra a Figura 2.21b. Da lei de Ohm,

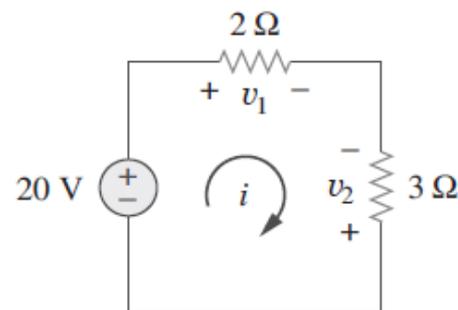
$$v_1 = 2i \qquad -v_2 = 3i$$

- Aplicando a LKT pelo laço, obtemos

$$-20 + v_1 - v_2 = 0$$



(a)



(b)

Leis de Kirchhoff

- Exemplo 2.5:
- Solução:

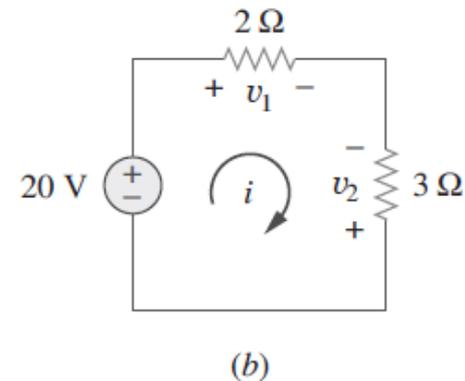
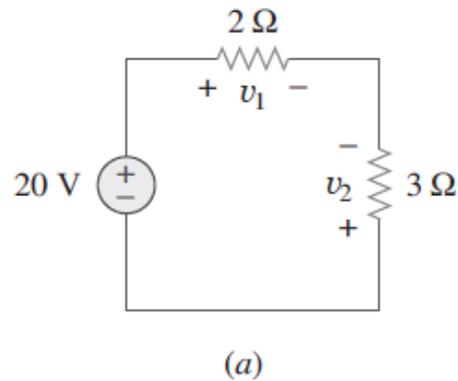
$$-20 + 2i + 3i = 0 \longrightarrow 5i = 20 \longrightarrow i = 4A$$

$$v_1 = 2i$$

$$v_1 = 8V$$

$$v_2 = -3i$$

$$v_2 = -12V$$



Leis de Kirchhoff

- **Problema prático 2.5:** Determine v_1 e v_2 no circuito da Figura 2.22.
- **Resposta:** 16V, -8V

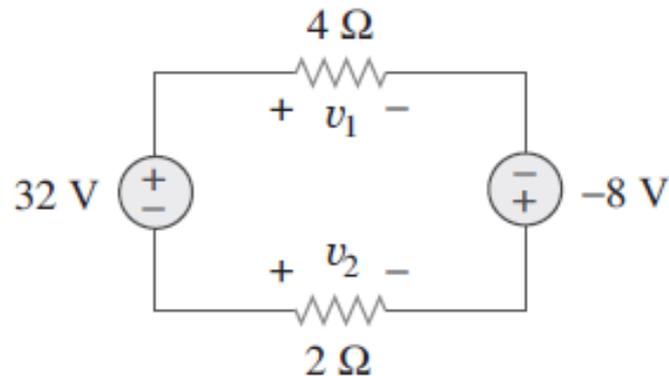


Figura 2.22 Esquema para o Problema prático 2.5.

Leis de Kirchhoff

- **Exemplo 2.6:** Determine v_o e i no circuito mostrado na Figura 2.23a.

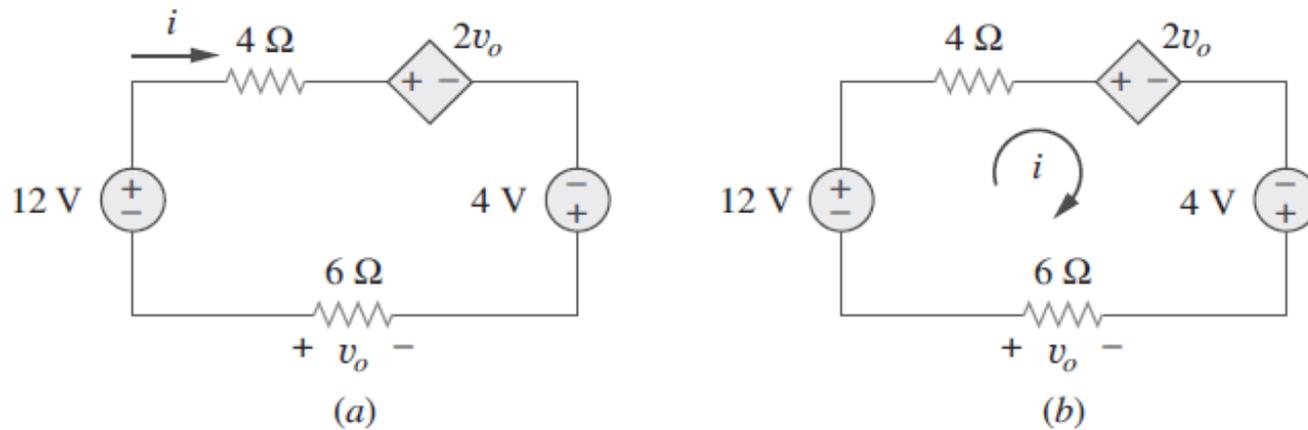


Figura 2.23 Esquema para o Exemplo 2.6.

Leis de Kirchhoff

- **Exemplo 2.6:** Determine v_0 e i no circuito mostrado na Figura 2.23(a).
- **Solução:**
- Aplicando a LKT no laço, como mostrado na Figura ao lado. O resultado é,

$$-12 + 4i + 2v_0 - 4 - v_0 = 0 \quad (2.6.1)$$

- Aplicando a lei de Ohm ao resistor de 6Ω , temos

$$-v_0 = 6i \quad \text{ou} \quad v_0 = -6i \quad (2.6.2)$$

- Substituir a Equação (2.6.2) na Equação (2.6.1) obtemos

$$-16 + 10i - 12i = 0 \longrightarrow i = -8A$$

$$v_0 = 48V$$

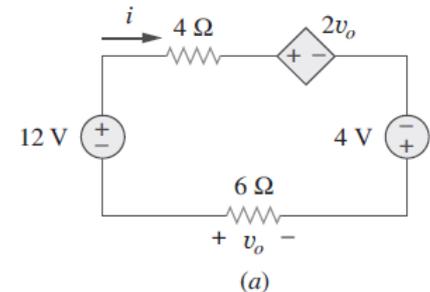
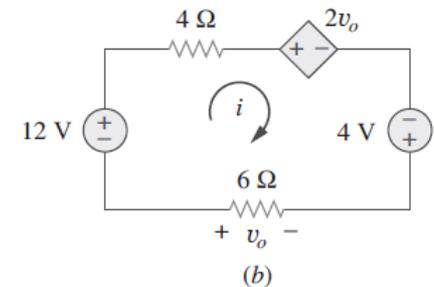


Figura 2.23 Esquema para o Exemplo 2.6.



Leis de Kirchhoff

- **Problema Prático 2.6:** Determine v_x e v_o no circuito da Figura 2.24.
- **Resposta:** 20V, -10V

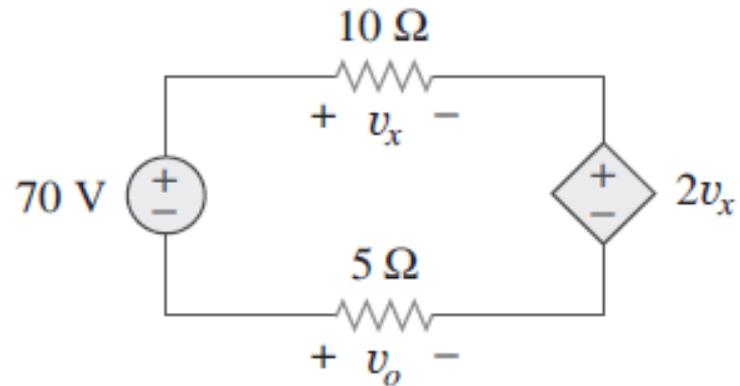


Figura 2.24 Esquema para o Problema prático 2.6.

Análise de Malhas

Análise de Malha

- **Análise de malhas**
- A análise de malhas fornece uma maneira para se verificarem circuitos usando as correntes de malha como variáveis de circuito, e usar essas correntes em vez de correntes de elementos como variáveis.

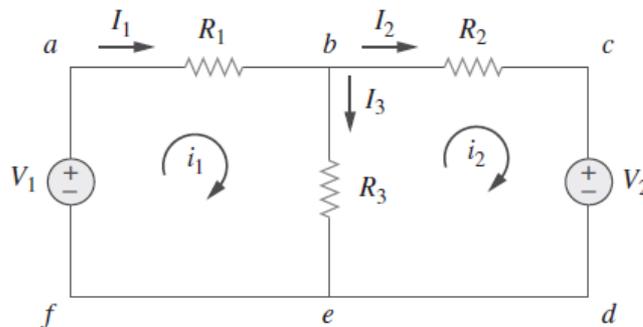


Figura 3.17 Um circuito com duas malhas.

- **Malha é um laço que não contém nenhum outro laço em seu interior.**

Análise de Malha

- **Análise de malhas**
- Na Figura 3.17, por exemplo, os caminhos *abefa* e *bcdeb* são malhas.
- A corrente através de uma malha é conhecida como *corrente de malha*. Nessa análise, estamos interessados na aplicação da LKT para determinar as correntes de malha em dado circuito.

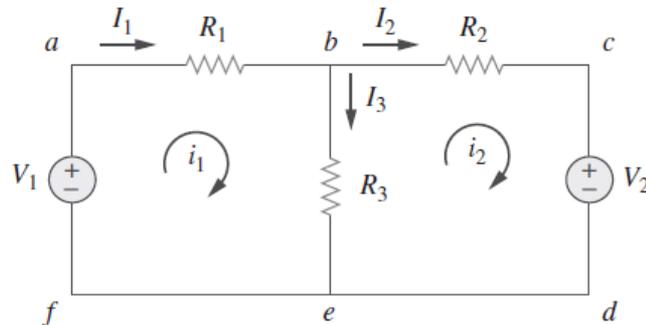


Figura 3.17 Um circuito com duas malhas.

- **Etapas na determinação de correntes de malha:**
 - 1) Atribua correntes de malha i_1, i_2, \dots, i_n a n malhas.
 - 2) Aplique a LKT a cada uma das n malhas. Use a lei de Ohm para expressar as tensões em termos de correntes de malha.
 - 3) Resolva as n equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

Análise de Malha

- **Análise de malhas**
- Para ilustrar as etapas citadas, consideremos o circuito da Figura 3.17. O primeiro passo requer que as correntes de malha i_1 e i_2 sejam atribuídas às malhas 1 e 2. Embora uma corrente de malha possa ser atribuída a cada malha em um sentido arbitrário, a convenção diz para supor que cada corrente de malha flua no sentido horário.

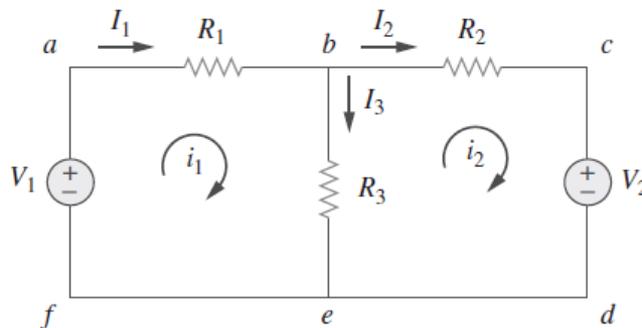


Figura 3.17 Um circuito com duas malhas.

- **Malha 1,**

$$-V_1 + R_1 i_1 + R_3(i_1 - i_2) = 0$$

$$(R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_2 = V_1$$
- **Malha 2,**

$$R_2 i_2 + V_2 + R_3(i_2 - i_1) = 0$$

$$-R_3 i_1 + (R_2 + R_3)i_2 = -V_2$$

Análise de Malha

- **Análise de malhas**
- **Exemplo 3.5:** Para o circuito da Figura 3.18, determine as correntes de ramo I_1 , I_2 e I_3 usando a análise de malhas.
- **Solução:** Primeiro, obtemos as correntes de malha aplicando a LKT.

- Para a malha 1,

$$-15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 = 0$$

$$3i_1 - 2i_2 = 1$$

- Para a malha 2,

$$6i_2 + 4i_2 + 10(i_2 - i_1) - 10 = 0$$

$$i_1 = 2i_2 - 1$$

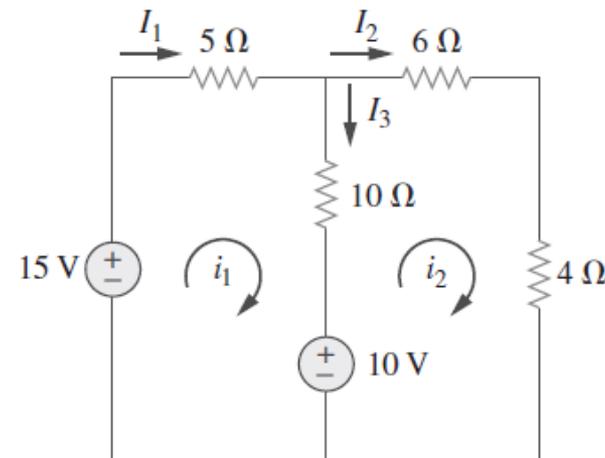


Figura 3.18 Esquema para o Exemplo 3.5.

Análise de Malha

- **Análise de malhas**
- Usando o método da substituição, substituímos a Equação (3.5.2) na Equação (3.5.1) e escrevemos,

$$6i_2 - 3 - 2i_2 = 1 \longrightarrow i_2 = 1A$$

- A partir da Equação (3.5.2), $i_1 = 2i_2 - 1 = 2 - 1 = 1A$.
Conseqüentemente,

$$I_1 = i_1 = 1A$$

$$I_2 = i_2 = 1A$$

$$I_3 = i_1 - i_2 = 0$$

Disciplina: Eletricidade

Aula 04 Leis de Kirchhoff (Parte 01)

Curso: Engenharia Mecânica

Professor: Paulo Cesar da Silva

E-mail: paulocesar@ifsul.edu.br

Passo Fundo
2024



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SUL-RIO-GRANDENSE