EXPRESSÕES NUMÉRICAS FRACIONÁRIAS

Introdução:

• REGRA DE SINAIS PARA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO:

Sinais iguais: Adicionamos os algarismos e mantemos o sinal.

Sinais diferentes: Subtraímos os algarismos e aplicamos o sinal do algarismo maior.

Exemplos:

a) $6+2=8$
b) $-6-2=-8$
c) $6-2=4$
d) $-6+2=-4$

> **Observação 1:**
> Qualquer calculadora pode ser usada para realizar tais operações numéricas ou simplesmente para conferência do resultado [principalmente do sinal]. Entretanto em situações algébricas [com letras] a calculadora pode não ser muito útil.

• REGRA DE SINAIS PARA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO:

Sinais iguais: Operamos os algarismos e aplicamos o sinal positivo.

Sinais diferentes: Operamos os algarismos e aplicamos o sinal negativo.

Exemplos:

a) $(+6)\cdot(+2)=12$
b) $(-6)\cdot(-2)=12$
c) $(+6)\cdot(-2)=-12$
d) $(-6)\cdot(+2)=-12$

e) $(+6)\div(+2)=3$
f) $(-6)\div(-2)=3$
g) $(+6)\div(-2)=-3$
h) $(-6)\div(+2)=-3$

> **Observação 2:**
> Quando sabemos que um número é positivo, podemos omitir o seu sinal [+]. Assim, no exemplo **[a]** NÃO é necessário a apresentação do sinal positivo [+]. Dessa forma, a expressão também poderá ser simplesmente escrita $(6)\cdot(2)=12$.

• SEQUÊNCIA DE OPERAÇÕES:

As expressões numéricas (e também algébricas) devem ser resolvidas obedecendo à seguinte ordem de operação:

1º → Parênteses ( )
2º → Colchetes [ ]
3º → Chaves { }

Caso a expressão não apresente algum dos símbolos acima, as operações são assim realizadas:

1º → Potenciação e Radiciação
2º → Multiplicação e Divisão
3º → Adição e Subtração

> **Observação 3:**
> Note que no exemplo **[b]** abaixo temos as operações $3\cdot 8$ e $8\div 4$ que têm mesma "prioridade" de resolução [multiplicação e divisão]. Somente neste caso, resolveremos pela ordenação na expressão, ou seja, primeiro a operação que aparece antes, da esquerda para a direita.

Exemplos:

a) $10+\{2-[16\div 2+3.(4+5)-7]\}$
$10+\{2-[16\div 2+3.(9)-7]\}$
$10+\{2-[16\div 2+27-7]\}$
$10+\{2-[8+27-7]\}$
$10+\{2-[8+20]\}$
$10+\{2-[28]\}$
$10+\{-26\}$
-16

b) $27+3\cdot 8\div 4-3.4+(5-7)\cdot 5$
$27+24\div 4-12+(-2)\cdot 5$
$27+6-12+(-10)$
$33-22$
11

Assim, com um pouco de prática, algumas operações podem ser feitas simultaneamente, com muita atenção, é claro!

Sobre os parênteses nas expressões!

Com o avanço da tecnologia, calculadoras e outros softwares passaram a contribuir muito na resolução de equações e expressões, como as estudadas aqui. Entretanto, devido a vários fatores, entre eles a simplicidade, as calculadoras e alguns softwares que envolvem matemática substituem os símbolos de "colchetes" e "chaves" pelos parênteses [até por que todos têm a mesma função, que é priorizar e organizar algumas operações]. Isso acabou por se tornar bem comum no estudo das expressões, inclusive quando se "trabalha manualmente". Desta forma, a expressão dada por:

$10+\left\{\left[\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{10}{9}\right]-2\right\}-\frac{1}{2}$ poderá muito bem ser representada assim: $10+\left(\left(\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{10}{9}\right)-2\right)-\frac{1}{2}$.

• FRAÇÕES:

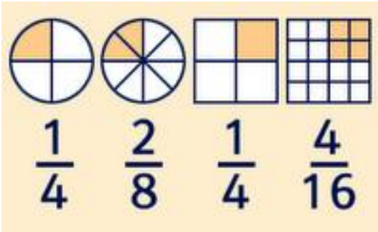
A fração é uma das maneiras de representarmos um número "racional", entretanto também podemos considerá-la como uma operação de divisão. Veja:

A expressão $(+6)\div(-2)=-3$ vista anteriormente, pode ser escrita como: $\frac{+6}{-2}=-3$.

Vale observar algumas equivalências, pois uma determinada fração pode ser escrita de muitas formas:

♦ $12=\frac{12}{1}$ ♦ $-\frac{5}{4}=\frac{-5}{4}=\frac{5}{-4}$ ♦ $\frac{120}{30}=\frac{60}{15}=\frac{12}{3}=4$ ♦ $0=\frac{0}{-1}=\frac{0}{12}$ ♦ $14\%=\frac{14}{100}=\frac{7}{50}$

Agora, observe que na figura ao lado, as frações são **equivalentes**, ou seja, representam a **mesma quantidade** [comparando círculo com círculo e quadrado com quadrado]. Veja também que o denominador [parte de baixo da fração] representa em quantas partes a figura foi dividida e que o numerador [parte de cima da fração] representa quantas partes foram tomadas ou consideradas.



Fonte: http://fracoes2008.blogspot.com

Numericamente, temos: $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{4}{16}=0{,}25=25\%$

Esse raciocínio fica evidente quando o numerador [parte de cima da fração] for MENOR que o denominador [parte de baixo]. Caso contrário, temos o que chamamos de fração imprópria, que requer um pouco mais de atenção nesse sentido.

Além da forma $\frac{a}{b}$ apresentada acima, esses números [racionais] também podem ser representados na forma **decimal**; isto acontece quando dividimos *a* (numerador) por *b* (denominador). Temos então:

• Decimais exatos (finitos): ♦ $-\frac{5}{4}=-1{,}25$ ♦ $\frac{3}{8}=0{,}375$ ♦ $\frac{12}{5}=2{,}4$ ♦ $\frac{75}{20}=\frac{15}{4}=3{,}75$ ♦ $\frac{1234}{1000}=1{,}234$

• Decimais (dízimas) periódicos: ♦ $-\frac{1}{3}=-0{,}333\ldots=-0{,}\overline{3}$ [período] [fração geratriz] ♦ $\frac{14}{33}=0{,}4242\ldots=0{,}\overline{42}$

♦ $\frac{6}{7}=0{,}857142857142\ldots=0{,}\overline{857142}$ ♦ $\frac{13}{6}=2{,}1666\ldots=2{,}1\overline{6}$ [observar arredondamento da calculadora]

• AS 4 OPERAÇÕES BÁSICAS COM FRAÇÕES:

Regra para a Adição e Subtração:

Para adicionarmos ou subtrairmos frações: ATENÇÃO! É necessário que as FRAÇÕES TENHAM O MESMO DENOMINADOR [parte de baixo da fração]. Para isso, podemos proceder da seguinte maneira:

1) Calculamos o mínimo múltiplo comum [MMC] dos denominadores das frações;
2) Reescrevemos as mesmas frações, porém com o respectivo MMC calculado;
3) Adicionamos ou subtraímos os "novos" numeradores [conservando o denominador comum];
4) Simplificamos a fração do resultado, sempre que possível.

Exemplos:

a) $\frac{8}{5}+\frac{7}{5}=?$ $\frac{8}{5}+\frac{7}{5}=\frac{8+7}{5}=\frac{15}{5}=3$ $MMC[5;5]=5$

b) $\frac{8}{5}+\frac{3}{2}=?$ $\frac{8}{5}+\frac{3}{2}=\frac{16+15}{10}=\frac{31}{10}$ $MMC[2;5]=10$

c) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{6}{5}=?$ $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{6}{5}=\frac{15+20-36}{30}=-\frac{1}{30}$ $MMC[2;3;5]=30$

d) $\frac{1}{3}-\frac{2}{7}+4=?$ $\frac{1}{3}-\frac{2}{7}+\frac{4}{1}=\frac{7-6+84}{21}=\frac{85}{21}$ $MMC[1;3;7]=21$

e) $\frac{1}{2}-\frac{4}{9}+\frac{1}{6}=?$ $\frac{1}{2}-\frac{4}{9}+\frac{1}{6}=\frac{9-8+3}{18}=\frac{4^{\div 2}}{18_{\div 2}}=\frac{2}{9}$ $MMC[2;6;9]=18$

Veja como calcular o MMC:

Dividimos os valores (denominadores) pelos valores primos (na ordem): $2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ldots$
Assim:

$$\begin{array}{cc|l} 2 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 5 \\ \hline 1 & 1 & 2\cdot 5 = 10 \rightarrow MMC \end{array} \qquad \begin{array}{ccc|l} 2 & 3 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 5 & 5 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 2.3.5 = 30 \rightarrow MMC \end{array} \qquad \begin{array}{ccc|l} 2 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 3 & 9 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 2.3.3 = 18 \rightarrow MMC \end{array}$$

Nota:

Utilizamos o MMC para escolher o **Menor Múltiplo** que seja **Comum** aos denominadores das frações que pretendemos "juntar" [somar ou subtrair], pois isso facilitará os cálculos seguintes. Entretanto podemos "pegar" qualquer um dos **Múltiplos Comuns** que existem entre os denominadores e assim também será possível realizar as operações de adição e subtração. Para encontrarmos um múltiplo comum [que nem sempre será o menor], basta multiplicarmos todos os valores envolvidos. É importante observar que isso pode gerar valores maiores nas operações, mas mesmo assim teremos obviamente o mesmo resultado final. Veja agora o exemplo **[e]** anterior assim resolvido novamente.

e) $\frac{1}{2}-\frac{4}{9}+\frac{1}{6}=?$ $\frac{1}{2}-\frac{4}{9}+\frac{1}{6}=\frac{54-48+18}{108}=\frac{24^{\div 12}}{108_{\div 12}}=\frac{2}{9}$ $um\ MC[2;6;9]=108$

Regra para a Multiplicação:

Para multiplicarmos frações, podemos proceder da seguinte maneira:

1) Multiplicam-se os numeradores entre si [parte de cima da fração];
2) Multiplicam-se os denominadores entre si [parte de baixo da fração];
3) Simplifica-se a fração resultante, sempre que possível.

Exemplos:

a) $\frac{3}{2}\cdot\frac{7}{5}=?$ $\frac{3}{2}\cdot\frac{7}{5}=\frac{3\cdot 7}{2\cdot 5}=\frac{21}{10}$

b) $(-3)\cdot\frac{5}{3}=?$ $(-3)\cdot\frac{5}{3}=\left(\frac{-3}{1}\right)\cdot\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{(-3)\cdot 5}{1\cdot 3}=\frac{-15^{\div 3}}{3_{\div 3}}=-\frac{5}{1}=-5$

c) $\left(-\frac{7}{9}\right)\cdot\left(\frac{2}{7}\right)\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=?$ $\left(-\frac{7}{9}\right)\cdot\left(\frac{2}{7}\right)\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{(-7)\cdot(2)\cdot(-1)}{(9)\cdot(7)\cdot(6)}=\frac{14^{\div 14}}{378^{\div 14}}=\frac{1}{27}$

Observações:

• Numa multiplicação de frações, pode-se antes de efetuá-la, simplificar os fatores comuns ao numerador e ao denominador. Veja o exemplo **[c]** acima, resolvido com uma simplificação prévia.

c) $\left(-\frac{7}{9}\right)\cdot\left(\frac{2}{7}\right)\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=?$ $\quad\left(-\frac{7}{9}\right)\cdot\left(\frac{2}{7}\right)\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{(-7)^{\div 7}\cdot(2)^{\div 2}\cdot(-1)}{(9)\cdot(7)^{\div 7}\cdot(6)^{\div 2}}=\frac{(-1)\cdot(1)\cdot(-1)}{(9)\cdot(1)\cdot(3)}=\frac{1}{27}$

Normalmente, com um pouco mais de prática, podemos proceder assim, "cortando" os valores na simplificação:

c) $\left(-\frac{7}{9}\right)\cdot\left(\frac{2}{7}\right)\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)=?$ $\quad\left(-\frac{\cancel{7}}{9}\right)\cdot\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{7}}\right)\cdot\left(-\frac{1}{\cancel{6}}\right)=\frac{(-1)\cdot(1)\cdot(-1)}{(9)\cdot(1)\cdot(3)}=\frac{1}{27}$

Vale observar que, na simplificação acima através dos "cortes", poderíamos omitir o número 1, tornando a expressão em questão, ainda mais simples.

• O símbolo de multiplicação [·] em muitos casos pode ser **omitido**. Veja como ficaria o exemplo **[c]** acima dessa forma:

c) $\left(-\frac{7}{9}\right)\left(\frac{2}{7}\right)\left(-\frac{1}{6}\right)=?$ $\quad\left(-\frac{\cancel{7}}{9}\right)\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{7}}\right)\left(-\frac{1}{\cancel{6}}\right)=\frac{(-1)(1)(-1)}{(9)(1)(3)}=\frac{1}{27}$

Regra para a Divisão:

Para dividirmos duas frações, podemos proceder da seguinte maneira:

1) Multiplica-se a primeira fração pelo inverso da segunda fração;
2) Simplifica-se a fração resultante, sempre que possível.

Exemplos:

a) $\frac{2}{5}\div\frac{3}{7}=?$ $\quad\frac{2}{5}\div\frac{3}{7}=\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{3}=\frac{14}{15}$

b) $\left(-\frac{5}{4}\right)\div 20=?$ $\quad\left(-\frac{5}{4}\right)\div 20=\left(-\frac{5}{4}\right)\div\frac{20}{1}=\left(-\frac{5}{4}\right)\cdot\frac{1}{20}=-\frac{5^{\div 5}}{80_{\div 5}}=-\frac{1}{16}$

c) $-10\div\left(-\frac{6}{7}\right)=?$ $\quad-10\div\left(-\frac{6}{7}\right)=-\frac{10}{1}\div\left(-\frac{6}{7}\right)=-\frac{10}{1}\cdot\left(-\frac{7}{6}\right)=\frac{70^{\div 2}}{6_{\div 2}}=\frac{35}{3}$

Nota:

As expressões dos exemplos acima podem aparecer escritas de **outra forma**. Veja abaixo algumas delas:

a) $\frac{2}{5}\div\frac{3}{7} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{7}} = \frac{2/5}{3/7}$

b) $\left(-\frac{5}{4}\right)\div 20 = \frac{-\frac{5}{4}}{20} = \frac{-5/4}{20}$

c) $-10\div\left(-\frac{6}{7}\right) = \frac{-10}{-\frac{6}{7}} = \frac{-10}{-6/7}$

Observação:
Eventualmente, o símbolo da divisão [÷] poderá aparecer simplesmente na forma [:], ou mesmo ainda como o símbolo da fração [/].

EXERCÍCIOS – Expressões Numéricas Fracionárias

1) Para cada um dos casos abaixo, escreva a fração simplificada e o seu respectivo valor decimal [use calculadora].

a) $\frac{10}{4} \rightarrow$ • fração simplificada: ——— • valor decimal: ___________

b) $\frac{7}{21} \rightarrow$ • fração simplificada: ——— • valor decimal: ___________

c) $-\frac{121}{22} \rightarrow$ • fração simplificada: ——— • valor decimal: ___________

d) $-\frac{64}{248} \rightarrow$ • fração simplificada: ——— • valor decimal: ___________

2) Determine o valor das expressões a seguir, simplificando (se possível) a solução encontrada.

a) $\frac{5}{3}+\frac{7}{3}=$

b) $\frac{4}{5}-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=$

c) $\frac{1}{6}+\frac{3}{6}-\frac{7}{6}=$

d) $-\frac{1}{9}-\frac{3}{9}-\frac{5}{9}=$

e) $\frac{13}{4}-\frac{1}{4}+\frac{6}{4}=$

f) $\frac{8}{8}-1=$

3) Determine o valor das expressões a seguir, simplificando (se possível) a solução encontrada.

a) $\frac{1}{4}-\frac{2}{3}=$

b) $\frac{1}{4}+\frac{5}{8}=$

c) $-\frac{2}{5}+\frac{1}{10}-\frac{7}{10}=$

d) $-\frac{2}{3}-\frac{1}{4}+\frac{2}{6}=$

e) $\frac{7}{4}-2+\frac{6}{12}=$

f) $-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}-\frac{1}{5}=$

g) $5-\frac{1}{3}-\frac{3}{9}-2=$

h) $-\frac{1}{6}+\frac{2}{5}-\frac{1}{10}+\frac{3}{4}=$

4) Determine o valor das expressões a seguir, simplificando (se possível) a solução encontrada.

a) $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}=$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)=$

c) $\left(\frac{4}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{4}\right)=$

d) $\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{2}{7}=$

e) $\left(-\frac{7}{4}\right)\cdot(-2)\cdot\frac{6}{12}=$

f) $\left(-\frac{1}{3}\right)\div\left(\frac{2}{5}\right)=$

g) $\left[\left(\frac{4}{3}\right)\cdot(-5)\right]\div\left(\frac{2}{3}\right)=$

h) $\left(\frac{4}{3}\right)\div(-5)\cdot(-2)=$

i) $\left(-\frac{1}{5}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}\right)\div\left(\frac{2}{3}\right)=$

j) $\left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}\right):\left[\left(-\frac{1}{3}\right)\left(+\frac{2}{5}\right)\right]=$

k) $-\frac{2}{\frac{4}{5}}\cdot\frac{7}{15}=$

l) $\frac{\frac{5}{2}}{15}\cdot(-30)\cdot\left(\frac{7}{7}\right)=$

5) Determine o valor das expressões a seguir, simplificando (se possível) a solução encontrada.

a) $\dfrac{6}{11}-1+\left(1-\dfrac{15}{22}\right)-\left(3+\dfrac{1}{4}\right)=$

b) $3\cdot\left[\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{5}\right)-\left(-\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{10}\right)\right]=$

c) $7:\left(-\dfrac{7}{5}\right)-(-8):\left(-\dfrac{2}{5}\right)=$

d) $\dfrac{11}{2}\cdot\left[\left(-\dfrac{7}{6}\right)\div\left(-\dfrac{14}{3}\right)-\dfrac{11}{4}\right]=$

e) $\left(\dfrac{-\dfrac{1}{6}-\dfrac{7}{15}}{-\dfrac{95}{20}}\right)+\dfrac{7}{15}=$

f) $\dfrac{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}}{\dfrac{5}{6}}=$

g) $\left[1-\left(\dfrac{5}{18}-\dfrac{1}{6}\right)\right]\div\left(\dfrac{16}{9}\right)=$

h) $10+\left\{\left[\left(\dfrac{2}{5}+\dfrac{1}{2}\right)\cdot\dfrac{10}{9}\right]-2\right\}-\dfrac{1}{2}=$

i) $9\cdot\left(\dfrac{3-\dfrac{1}{3}}{14-\dfrac{1}{2}}\right)-1=$

j) $\dfrac{\dfrac{2}{11}\cdot\left[2.\left(-\dfrac{7}{6}\right)+\left(\dfrac{1}{3}\right)-3\right]}{2}=$

RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS

1a) $\dfrac{5}{2}$ e $2{,}5$ **1b)** $\dfrac{1}{3}$ e $0{,}333\ldots$ **1c)** $-\dfrac{11}{2}$ e $-5{,}5$ **1d)** $-\dfrac{8}{31}$ e $-0{,}258\ldots$

2a) 4 **2b)** 1 **2c)** $-\dfrac{1}{2}$ **2d)** -1 **2e)** $\dfrac{9}{2}$ **2f)** 0

3a) $-\dfrac{5}{12}$ **3b)** $\dfrac{7}{8}$ **3c)** -1 **3d)** $-\dfrac{7}{12}$ **3e)** $\dfrac{1}{4}$ **3f)** $-\dfrac{29}{20}$ **3g)** $\dfrac{7}{3}$ **3h)** $\dfrac{53}{60}$

4a) $\dfrac{2}{15}$ **4b)** $\dfrac{2}{5}$ **4c)** $\dfrac{2}{15}$ **4d)** $-\dfrac{1}{70}$ **4e)** $\dfrac{7}{4}$ **4f)** $-\dfrac{5}{6}$

4g) -10 **4h)** $\dfrac{8}{15}$ **4i)** $\dfrac{9}{80}$ **4j)** 1 **4k)** $-\dfrac{7}{6}$ **4l)** -5

5a) $-\dfrac{149}{44}$ **5b)** $\dfrac{11}{10}$ **5c)** -25 **5d)** $-\dfrac{55}{4}$ **5e)** $\dfrac{3}{5}$

5f) $\dfrac{1}{5}$ **5g)** $\dfrac{1}{2}$ **5h)** $\dfrac{17}{2}$ **5i)** $\dfrac{7}{9}$ **5j)** $-\dfrac{5}{11}$

REFERÊNCIAS

• FERNANDES, Valter dos Santos; SILVA, Jorge Daniel. **Matemática**. Coleção Horizontes. 6ª série. São Paulo: IBEP.

Para refletir: Exige muito de ti e espera pouco dos outros. Assim, evitarás muitos aborrecimentos. (Confúcio)

Sugestões para estudo:

• Além de rever toda a teoria e resolver todos os exercícios deste material, você pode melhorar seus conhecimentos consultando outros livros de Matemática de Ensino Fundamental ou ainda procurando por sites na internet e vídeos no youtube que tenham a teoria e/ou exercícios sobre o assunto, como por exemplo, o blog em: http://jmpmat11.blogspot.com

• Você pode também montar grupos de estudo [de 2, 3 ou 4 alunos] em horários oportunos para resolverem exercícios e discutirem o assunto. Este procedimento normalmente dá bons resultados.