RAZÃO E PROPORÇÃO

Razão: *É uma relação entre duas grandezas.*

Dados dois números *a* e *b*, com $b \neq 0$, chamamos de *razão* entre *a* e *b*, nesta ordem, ao quociente $\dfrac{a}{b}$.

Exemplos:

- **Velocidade média:** É a razão entre a distância percorrida por um corpo móvel e o tempo que esse corpo gasta para percorrê-la.

Uma moto percorreu 129 km em 2 horas. Qual a razão entre a distância que a moto percorreu e o tempo que ela gastou para percorrê-la?

$$\frac{129\ \text{km}}{2\ \text{h}} = 64{,}5\ \text{km/h}$$

quilômetros por hora

Razão

- **Densidade de um corpo:** É a razão entre a massa de um corpo e o volume que ele ocupa no espaço.

Um ourives tem uma barra de ouro puro de 3 quilogramas e volume de 155,44 cm³. Qual a razão entre a massa dessa barra de ouro e o seu volume?

$$\frac{3\ \text{kg}}{155{,}44\ \text{cm}^3} \simeq 0{,}0193\ \text{kg/cm}^3 \quad \text{ou} \quad \frac{3.000\ \text{g}}{155{,}44\ \text{cm}^3} \simeq 19{,}3\ \text{g/cm}^3$$

Isso significa que cada cm³ de ouro pesa aproximadamente 19,3 g.

Razão

- **Densidade demográfica:** É a razão entre o número de habitantes e a área da região ocupada por eles.

Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a população estimada de Manaus, em 2010, era de 1.802.014 habitantes para uma área de aproximadamente 11.401 km². Qual a razão entre o número de habitantes de Manaus e sua área?

$$\frac{1.802.014 \text{ hab}}{11.401 \text{ km}^2} \simeq 158 \text{ hab/km}^2$$

habitantes por quilômetros quadrados

Razão

- **Escala de uma planta baixa:** É a razão entre o comprimento que está na representação gráfica e o comprimento correspondente ao objeto real.

Paula comprou um apartamento na planta. A planta baixa desse apartamento apresenta uma escala de 1:100. Na planta as medidas do terraço são 2,4 cm e 0,85 cm. Quais as medidas reais do terraço?

$$\frac{1}{100}=\frac{2,4}{?} \Rightarrow \frac{1}{100} \overset{\times 2,4}{\underset{\times 2,4}{=}} \frac{2,4}{240} \qquad \frac{1}{100}=\frac{0,85}{?} \Rightarrow \frac{1}{100} \overset{\times 0,85}{\underset{\times 0,85}{=}} \frac{0,85}{85}$$

Portanto, as medidas reais do terraço são 240 cm e 85 cm, ou seja, 2,4 m e 0,85 m.

Obs: *quando os valores são referentes a uma mesma grandeza, elas devem ser expressas na mesma unidade de medida.*

Proporção: *É a igualdade entre duas razões.*

Dados quatro números *a*, *b*, *c* e *d*, todos diferentes de zero, dizemos que eles formam nesta ordem uma proporção quando a razão entre *a* e *b* for igual a razão entre *c* e *d*. Indicamos essa proporção por

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

e dizemos que "*a* está para *b* assim como *c* está para *d*".

Ex:

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$ (1 está para 2 assim como 3 está para 6)

Proporção

Propriedade: Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos, isto é, se

extremo meio

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

meio extremo

então

$$\boxed{a \cdot d = b \cdot c}$$

Ex:

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \Rightarrow 1 \cdot 6 = 2 \cdot 3$$

Proporção

Problema:

Uma máquina trabalha 20 horas com 3,5 litros de óleo diesel. Quantos litros de óleo diesel serão necessários para a máquina trabalhar 1460 horas?

$$\frac{20}{3,5} = \frac{1460}{x}$$

$$20 \cdot x = 3,5 \cdot 1460$$

$$x = \frac{3,5 \cdot 1460}{20}$$

$$x = 255,5 \text{ litros de óleo diesel}$$

Proporção

➢ **Grandezas diretamente proporcionais:**

Duas grandezas são *diretamente proporcionais* quando o aumento de uma ocasionar o aumento de outra, ou quando a diminuição de uma implicar a redução da outra, sempre na mesma razão.

×2 :4 ×3

Velocidade média (km/h)	60	120	30	90
Distância percorrida em 1 minuto (km)	1	2	0,5	1,5

×2 :4 ×3

Proporção

- **Grandezas inversamente proporcionais:**

Duas grandezas são *inversamente proporcionais* quando o aumento de uma ocasionar a redução da outra, ou quando a redução de uma implicar o aumento da outra, sempre na razão inversa uma da outra.

×2 :4 :2

Velocidade média (km/h)	30	60	15	7,5
Tempo (h)	2	1	4	8

:2 ×4 ×2

Sempre haverá proporção entre duas grandezas?

- A relação entre a medida da altura de um retângulo e a medida da sua área é uma proporção?

  Sim!

- A área de um quadrado é proporcional a medida do seu lado?

  Não!

Proporção

Regra de Três

É um processo prático para resolver problemas envolvendo grandezas proporcionais.

Para aplicar a regra de três basta seguir os seguintes passos:

1º) identificar as grandezas proporcionais relacionadas no problema;

2º) construir uma tabela, separando os dados em colunas por tipo de grandeza e em linhas por valores correspondentes;

3º) Verificar se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais;

4º) Montar a proporção e resolver a equação.

Proporção

Regra de Três

Dependendo do número de grandezas envolvidas, a regra de três pode ser:

- **Regra de três simples:** é utilizada para resolver problemas que envolvam apenas duas grandezas;
- **Regra de composta:** é utilizada para resolver problemas que envolvam mais de duas grandezas.