

# Funções quadráticas: problemas de otimização

Gustavo de Oliveira Rosa

17 de agosto de 2024

# Função quadrática

## Definição

Uma função quadrática é uma função que pode ser escrita na forma  $y = ax^2 + bx + c$ , com  $a, b, c \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ .

# Função quadrática

## Definição

Uma função quadrática é uma função que pode ser escrita na forma  $y = ax^2 + bx + c$ , com  $a, b, c \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ .

Por exemplo,  $y = 3x^2 - x + 5$ ,  $f(x) = x^2 + 2x$  e  $g(x) = 9 - x^2$  são funções quadráticas.

# Função quadrática

## Definição

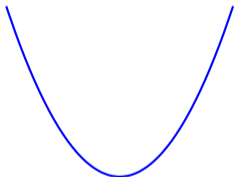
Uma função quadrática é uma função que pode ser escrita na forma  $y = ax^2 + bx + c$ , com  $a, b, c \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ .

Por exemplo,  $y = 3x^2 - x + 5$ ,  $f(x) = x^2 + 2x$  e  $g(x) = 9 - x^2$  são funções quadráticas. O gráfico de uma função quadrática é uma curva chamada de parábola. Cada coeficiente influencia de uma forma no comportamento da parábola, conforme revisaremos a seguir.

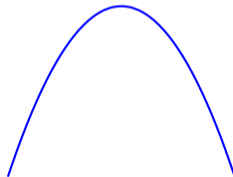
# Coeficiente $a$

O coeficiente  $a$  indica para qual lado está voltada a concavidade da parábola.

$$a > 0$$

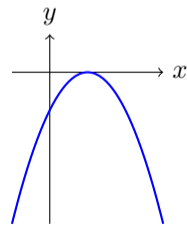
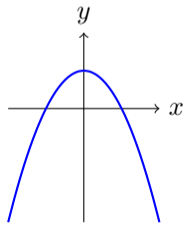
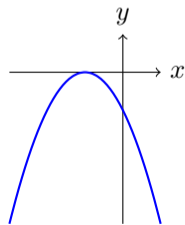
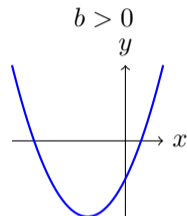
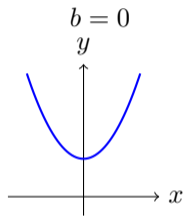
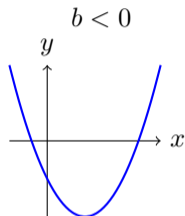


$$a < 0$$



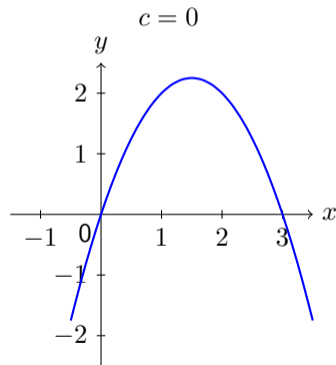
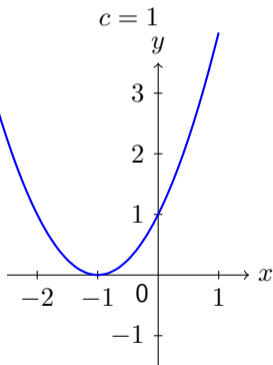
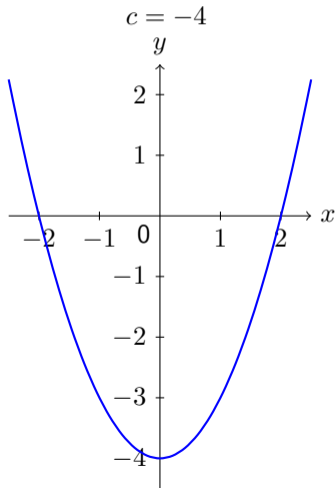
# Coeficiente $b$

O coeficiente  $b$  indica o comportamento da parábola na intersecção com o eixo dos  $y$ .



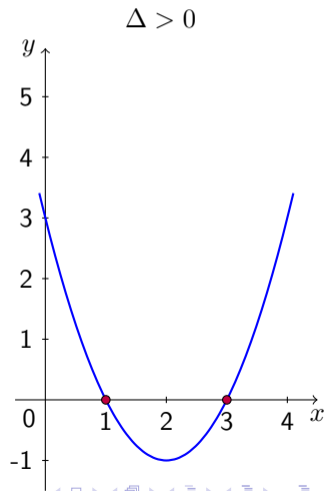
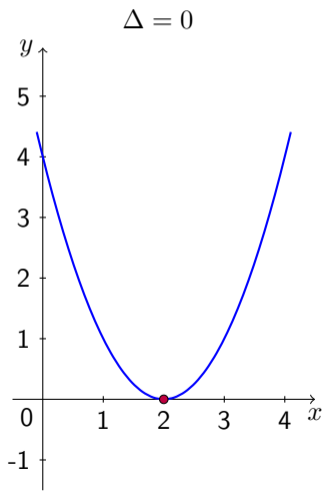
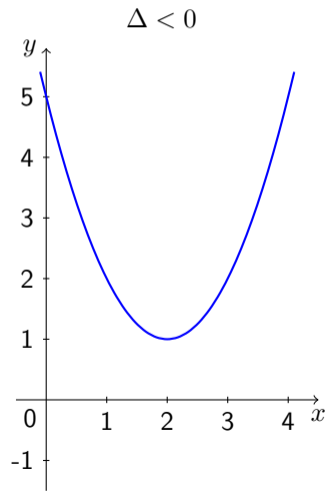
# Coeficiente $c$

O coeficiente  $c$  indica o ponto de intersecção da parábola com o eixo dos  $y$ .



# Discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$

O sinal do discriminante (isto é, de  $\Delta$ ) indica quantos zeros tem a função.





# Vértice

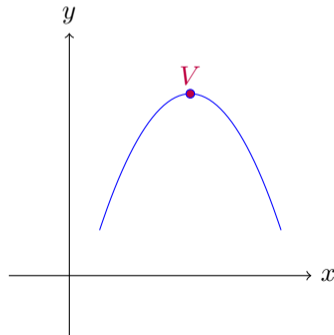
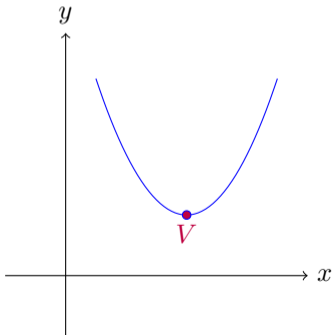
## Definição

O vértice da parábola é o ponto crítico. Se a parábola tem a concavidade voltada para cima, o vértice é o ponto mínimo. Já se a parábola tem a concavidade voltada para baixo, o vértice é o ponto máximo.

# Vértice

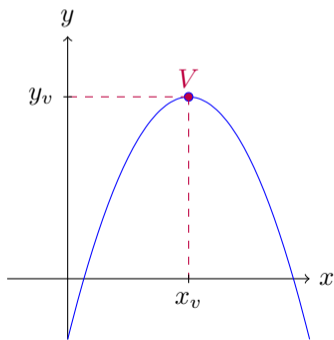
## Definição

O vértice da parábola é o ponto crítico. Se a parábola tem a concavidade voltada para cima, o vértice é o ponto mínimo. Já se a parábola tem a concavidade voltada para baixo, o vértice é o ponto máximo.



# Vértice

Denotaremos as coordenadas do vértice de  $x_v$  e  $y_v$ . Para calcular a abscissa do vértice usamos a fórmula  $x_v = \frac{-b}{2a}$ . Para a ordenada podemos usar a fórmula  $y_v = \frac{\Delta}{-4a}$  ou a substituição  $y_v = f(x_v)$ .



# Vértice

**Exemplo 2.1:** Calcule as coordenadas do vértice da função  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .

# Vértice

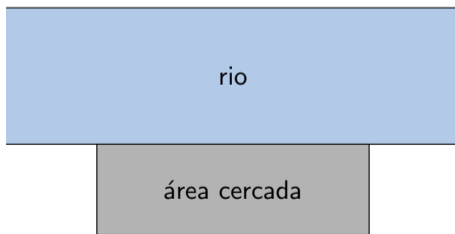
**Exemplo 2.2:** Calcule as coordenadas do vértice da função  $g(x) = -2x^2 - 8x + 10$

.



# Problemas de otimização

**Exemplo 3.1:** Com 80 metros de cerca um fazendeiro deseja cercar uma área retangular junto a um rio para confinar alguns animais. O lado do retângulo adjacente ao rio não receberá cerca, para que os animais possam beber água. Quais devem ser as medidas do retângulo para que a área cercada seja a maior possível?



# Problemas de otimização

**Exemplo 3.2:** Um avião de 100 lugares foi fretado para uma excursão. A companhia exigiu de cada passageiro R\$ 800,00 mais R\$ 10,00 por cada lugar vago. Para que número de passageiros a rentabilidade da empresa é máxima?



# Problemas de otimização

**Exemplo 3.3:** João tem uma fábrica de sorvetes. Semanalmente ele vende, em média, 300 caixas de picolés por R\$ 20,00 cada. Entretanto, percebeu que, cada vez que diminuía R\$ 1,00 no preço da caixa, vendia 40 caixas a mais por semana. Quanto ele deve cobrar pela caixa para que sua receita seja máxima?

# Referências

- [1] BECKER, Oskar. *O pensamento matemático: sua grandeza e seus limites*. Tradução de Helmut Alfredo Simon. São Paulo: Herder, 1965.
- [2] LIMA, Elon Lages. *Números e funções reais*. Rio de Janeiro: SBM, 2013. (Coleção PROFMAT)

