



**Lista de Exercícios - 01**

**Observações:**

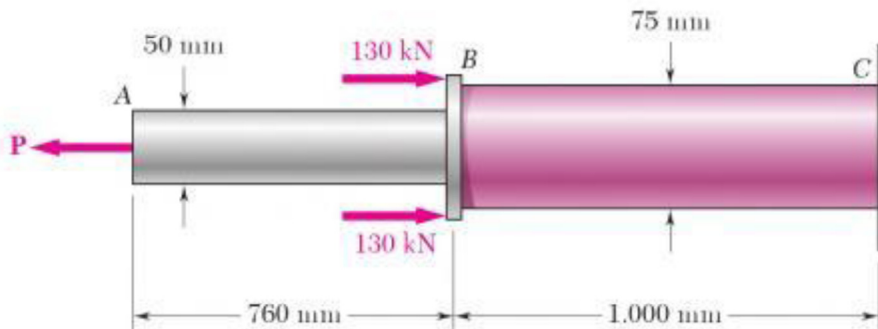
(a) A literatura e os exercícios abaixo indicados são considerados básicos. Recomenda-se que outros títulos também sejam consultados.

**Literatura de Referência:**

BEER, F. P., JOHNSTON, E. R., DEWOLF, J. T., MAZUREK, D. F. **Mecânica dos Materiais**. 5.ed. Porto Alegre: AMGH, 2011. 800p.

**1.1 – 1.2**

**1.1** Duas barras cilíndricas de seção transversal cheia  $AB$  e  $BC$  são soldadas uma à outra em  $B$  e submetidas a um carregamento conforme mostra a figura. Determine a intensidade da força  $P$  para a qual a tensão normal de tração na barra  $AB$  é duas vezes a intensidade da tensão de compressão da barra  $BC$ .

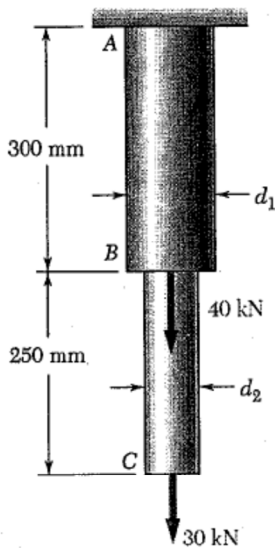


**Fig. P1.1**

**1.2** No Problema 1.1, sabendo que  $P = 177,9$  kN, determine a tensão normal média no ponto médio da (a) barra  $AB$  e (b) barra  $BC$ .

**1.3**

**1.3** Duas barras cilíndricas de seção transversal cheia  $AB$  e  $BC$  são soldadas uma à outra em  $B$  e submetidas a um carregamento conforme mostra a figura. Sabendo que a tensão normal média não pode exceder 175 MPa na barra  $AB$  e 150 MPa na barra  $BC$ , determine os menores valores admissíveis de  $d_1$  e  $d_2$ .



Rod AB.

$$P = 40 + 30 = 70 \text{ kN} = 70 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{P}{A_{AB}} = \frac{P}{\frac{\pi}{4} d_1^2} = \frac{4P}{\pi d_1^2}$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{4P}{\pi \sigma_{AB}}} = \sqrt{\frac{(4)(70 \times 10^3)}{\pi (175 \times 10^6)}} = 22.6 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d_1 = 22.6 \text{ mm}$$

Rod BC.

$$P = 30 \text{ kN} = 30 \times 10^3 \text{ N}$$

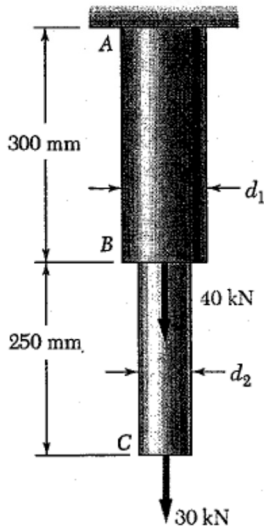
$$\sigma_{BC} = \frac{P}{A_{BC}} = \frac{P}{\frac{\pi}{4} d_2^2} = \frac{4P}{\pi d_2^2}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{4P}{\pi \sigma_{BC}}} = \sqrt{\frac{(4)(30 \times 10^3)}{\pi (150 \times 10^6)}} = 15.98 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$d_2 = 15.98 \text{ mm}$$

## 1.4

**1.4** Duas barras cilíndricas de seção transversal cheia AB e BC são soldadas uma à outra em B e submetidas a um carregamento conforme mostra a figura. Sabendo que  $d_1 = 50 \text{ mm}$  e  $d_2 = 30 \text{ mm}$ , calcule a tensão normal média no ponto médio da (a) barra AB e (b) barra BC.



(a) Rod AB.

$$P = 40 + 30 = 70 \text{ kN} = 70 \times 10^3 \text{ N}$$

$$A = \frac{\pi}{4} d_1^2 = \frac{\pi}{4} (50)^2 = 1.9635 \times 10^3 \text{ mm}^2 = 1.9635 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\sigma_{AB} = \frac{P}{A} = \frac{70 \times 10^3}{1.9635 \times 10^{-3}} = 35.7 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{AB} = 35.7 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft$$

(b) Rod BC.

$$P = 30 \text{ kN} = 30 \times 10^3 \text{ N}$$

$$A = \frac{\pi}{4} d_2^2 = \frac{\pi}{4} (30)^2 = 706.86 \text{ mm}^2 = 706.86 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma_{BC} = \frac{P}{A} = \frac{30 \times 10^3}{706.86 \times 10^{-6}} = 42.4 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{BC} = 42.4 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft$$

## 2.1

**2.1** Duas marcas de referência são colocadas a exatamente 250 mm uma da outra, em uma barra de alumínio com diâmetro de 12 mm. Sabendo que uma força axial de 6000 N atuando nessa barra provoca um afastamento entre as marcas de 250,18 mm, determine o módulo de elasticidade do alumínio utilizado.

$$S = \Delta L = L - L_0 = 250.18 - 250.00 = 0.18 \text{ mm}$$

$$\epsilon = \frac{S}{L_0} = \frac{0.18 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = 0.00072$$

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} (12)^2 = 113.097 \text{ mm}^2 = 113.097 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{6000}{113.097 \times 10^{-6}} = 53.052 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{53.052 \times 10^6}{0.00072} = 73.683 \times 10^9 \text{ Pa} \quad E = 73.7 \text{ GPa}$$

## 2.2

**2.2** Uma barra feita de poliestireno de comprimento igual a 304,8 mm e diâmetro igual a 12,7 mm está submetida a uma força de tração igual a 3 558 N. Sabendo que  $E = 3,10 \text{ GPa}$ , determine (a) o alongamento dessa barra e (b) a tensão normal na barra.

## 2.3

**2.3** Um fio de aço de 60 m de comprimento está submetido a uma força de tração de 6 kN. Sabendo que  $E = 200 \text{ GPa}$  e que o comprimento do fio deve aumentar no máximo 48 mm, determine (a) o menor diâmetro que pode ser selecionado para o fio e (b) a tensão normal correspondente.

$$P = 6 \times 10^3 \text{ N}, \quad S = 48 \times 10^{-3} \text{ m}, \quad E = 200 \times 10^9 \text{ Pa} \quad S = \frac{PL}{AE}$$

$$A = \frac{PL}{ES} = \frac{(6 \times 10^3)(60)}{(200 \times 10^9)(48 \times 10^{-3})} = 37.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$(a) \quad A = \frac{\pi}{4} d^2 \quad d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{(4)(37.5 \times 10^{-6})}{\pi}} = 6.91 \times 10^{-3} \text{ m} \quad d = 6.91 \text{ mm}$$

$$(b) \quad \sigma = \frac{P}{A} = \frac{6 \times 10^3}{37.5 \times 10^{-6}} = 160 \times 10^6 \text{ Pa} \quad \sigma = 160.0 \text{ MPa}$$

## 2.4

**2.4** Deseja-se usar um fio de aço de 8,5 m de comprimento e 6,4 mm de diâmetro para sustentar uma força  $P$  de tração. Sabe-se que o fio se alonga 12 mm quando é aplicada essa força. Sabendo que  $E = 200 \text{ GPa}$ , determine (a) a intensidade da força  $P$  e (b) a tensão normal correspondente no fio.

## 2.5

**2.5** Um tubo de ferro fundido é utilizado para suportar uma força de compressão. Sabendo que  $E = 69 \text{ GPa}$  e que a máxima variação admissível no comprimento é 0,025%, determine (a) a tensão normal máxima no tubo e (b) a espessura mínima da parede para uma carga de 7,2 kN se o diâmetro externo do tubo for de 50 mm.

$$E = 69 \text{ GPa} = 69 \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$\epsilon = \frac{S}{L} = \frac{0.00025 L}{L} = 0.00025$$

$$(a) \quad \sigma = E\epsilon = (69 \times 10^9)(0.00025) = 17.25 \times 10^6 \text{ Pa} \quad \sigma = 17.25 \text{ MPa}$$

$$(b) \quad \sigma = \frac{P}{A} \quad A = \frac{P}{\sigma} = \frac{7.2 \times 10^3}{17.25 \times 10^6} = 417.39 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 417.39 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{\pi}{4}(d_o^2 - d_i^2) \quad d_i^2 = d_o^2 - \frac{4A}{\pi} = 50^2 - \frac{(4)(417.39)}{\pi} = 1968.56 \text{ mm}^2$$

$$d_i = 44.368 \text{ mm} \quad t = \frac{1}{2}(d_o - d_i) = \frac{1}{2}(50 - 44.368)$$

$$t = 2.82 \text{ mm}$$

## 2.6

**2.6** Uma barra de controle feita de latão não deve se alongar mais de 3,0 mm quando a tração no fio for 4 kN. Sabendo que  $E = 105$  GPa e que a máxima tensão normal admissível é 180 MPa, determine (a) o menor diâmetro que pode ser selecionado para a barra e (b) o comprimento máximo correspondente da barra.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sigma &= \frac{P}{A} & A &= \frac{P}{\sigma} = \frac{4 \times 10^3}{180 \times 10^6} = 22.222 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \\ A &= \frac{\pi}{4} d^2 & d &= \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{(4)(22.222 \times 10^{-6})}{\pi}} = 5.32 \times 10^{-3} \text{ m} \\ & & & d = 5.32 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \delta &= \frac{PL}{AE} & L &= \frac{AES}{P} = \frac{(22.222 \times 10^{-6})(105 \times 10^9)(3 \times 10^{-3})}{4 \times 10^3} \\ & & & L = 1.750 \text{ m} \end{aligned}$$

## 2.7

**2.7** Duas marcas de referência são colocadas exatamente a 254 mm uma da outra, em uma barra de alumínio com diâmetro de 12,7 mm,  $E = 69,6$  GPa e limite de resistência de 110 MPa. Sabendo que a distância entre as marcas de referência é de 254,229 mm depois que a força é aplicada, determine (a) a tensão na barra e (b) o coeficiente de segurança.

## 2.8

**2.8** Um fio com 5 mm de diâmetro e 80 m de comprimento é feito de um aço com módulo de elasticidade  $E = 200$  GPa e limite de resistência à tração de 400 MPa. Se o fator de segurança desejado for igual a 3,2, determine (a) a máxima tensão admissível no fio e (b) o correspondente alongamento desse fio.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sigma_u &= 400 \times 10^6 \text{ Pa} & A &= \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} (5)^2 = 19.635 \text{ mm}^2 = 19.635 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \\ P_u &= \sigma_u A = (400 \times 10^6)(19.635 \times 10^{-6}) = 7854 \text{ N} \\ P_{all} &= \frac{P_u}{F.S.} = \frac{7854}{3.2} = 2454 \text{ N} & P_{all} &= 2.45 \text{ kN} \blacktriangleleft \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \delta &= \frac{PL}{AE} = \frac{(2454)(80)}{(19.635 \times 10^{-6})(200 \times 10^9)} = 50.0 \times 10^{-3} \text{ m} \\ & & \delta &= 50.0 \text{ mm} \blacktriangleleft \end{aligned}$$

## 2.9

**2.9** Um bloco de 250 mm de comprimento e seção transversal de  $50 \times 40$  mm deve suportar uma força de compressão centrada  $P$ . O material a ser utilizado é um bronze para o qual  $E = 95$  GPa. Determine a maior força que pode ser aplicada, sabendo que a tensão normal não deve exceder 80 MPa e que a diminuição no comprimento do bloco deverá ser no máximo de 0,12% de seu comprimento original.

$$\sigma_u = 80 \text{ MPa} = 80 \times 10^6 \text{ Pa} \quad E = 95 \times 10^9 \text{ Pa}$$

Considering allowable stress:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad P = A\sigma = (2 \times 10^{-3})(80 \times 10^6) = 160 \times 10^3 \text{ N}$$

Considering allowable deformation:

$$\delta = \frac{PL}{AE} \quad P = AE\left(\frac{\delta}{L}\right) = (2 \times 10^{-3})(95 \times 10^9)(0.0012) = 228 \times 10^3 \text{ N}$$

The smaller value governs.  $P = 160 \times 10^3 \text{ N}$   $P = 160.0 \text{ kN}$



**2.10**

**2.10** Uma barra de alumínio de 1,5 m de comprimento não deve se alongar mais que 1 mm e a tensão normal não deve exceder 40 MPa quando a barra está submetida a uma força axial de 3 kN. Sabendo que  $E = 70$  GPa, determine o diâmetro necessário para a barra.

$$L = 1.5 \text{ m}$$

$$\delta = 1 \times 10^{-3} \text{ m}, \quad \sigma = 40 \times 10^6 \text{ Pa}, \quad E = 70 \times 10^9 \text{ Pa}, \quad P = 3 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\text{Stress: } \sigma = \frac{P}{A} \quad A = \frac{P}{\sigma} = \frac{3 \times 10^3}{40 \times 10^6} = 75 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 75 \text{ mm}^2$$

$$\text{Deformation: } \delta = \frac{PL}{AE}$$

$$A = \frac{PL}{E\delta} = \frac{(3 \times 10^3)(1.5)}{(70 \times 10^9)(1 \times 10^{-3})} = 64.29 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 64.29 \text{ mm}^2$$

Larger value of A governs.

$$A = 75 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 75}{\pi}}$$

$$d = 9.77 \text{ mm}$$

**2.11**

**2.11** Uma barra de controle feita de alumínio alonga-se 2,032 mm quando uma força de tração de 2224 N lhe é aplicada. Sabendo que  $\sigma_{adm} = 151,7$  MPa e  $E = 69,6$  GPa, determine o menor diâmetro e o menor comprimento que poderão ser adotados para essa barra.

**2.12**

**2.12** Uma barra de alumínio quadrada não deve se alongar mais de 1,4 mm quando submetida a uma força de tração. Sabendo que  $E = 70$  GPa e que a resistência à tração admissível é 120 MPa, determine (a) o comprimento máximo admissível para a barra e (b) as dimensões necessárias para a seção transversal se a força de tração for de 28 kN.

$$\sigma = 120 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$E = 70 \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$\delta = 1.4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$(a) \quad \delta = \frac{PL}{AE} = \frac{\sigma L}{E} \quad L = \frac{E\delta}{\sigma} = \frac{(70 \times 10^9)(1.4 \times 10^{-3})}{120 \times 10^6} = 0.817 \text{ m}$$

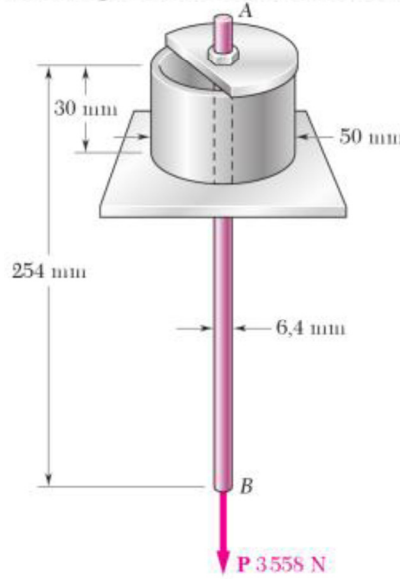
$$L = 817 \text{ mm}$$

$$(b) \quad \sigma = \frac{P}{A} \quad A = \frac{P}{\sigma} = \frac{28 \times 10^3}{120 \times 10^6} = 233.333 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 233.333 \text{ mm}^2$$

$$A = a^2 \quad a = \sqrt{A} = \sqrt{233.333} \quad a = 15.28 \text{ mm}$$

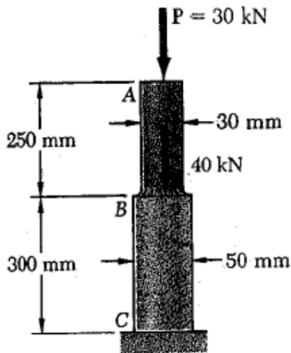
2.15

**2.15** Um cilindro vazado de poliestireno ( $E = 3,1 \text{ GPa}$ ) com parede de  $3,2 \text{ mm}$  de espessura e uma placa rígida circular (somente parte dela é mostrada) são utilizados para suportar uma barra de aço  $AB$  ( $E = 200 \text{ GPa}$ ) de  $254 \text{ mm}$  de comprimento e  $6,4 \text{ mm}$  de diâmetro. Se uma carga  $P$  de  $3558 \text{ N}$  for aplicada em  $B$ , determine (a) a deformação da barra  $AB$ , (b) o deslocamento do ponto  $B$  e (c) a tensão normal média na barra  $AB$ .



2.17

**2.17** Duas barras cilíndricas sólidas são unidas em  $B$  e submetidas a carga conforme mostra a figura. A barra  $AB$  é feita de aço ( $E = 200 \text{ GPa}$ ) e a barra  $BC$ , de latão ( $E = 105 \text{ GPa}$ ). Determine (a) o alongamento total da barra composta  $ABC$  e (b) o deslocamento do ponto  $B$ .



Rod AB:  $F_{AB} = -P = -30 \times 10^3 \text{ N}$   
 $L_{AB} = 0.250 \text{ m}$   $E_{AB} = 200 \times 10^9 \text{ Pa}$   
 $A_{AB} = \frac{\pi}{4} (30)^2 = 706.85 \text{ mm}^2 = 706.85 \times 10^{-6} \text{ m}^2$   
 $\delta_{AB} = \frac{F_{AB} L_{AB}}{E_{AB} A_{AB}} = -\frac{(30 \times 10^3)(0.250)}{(200 \times 10^9)(706.85 \times 10^{-6})}$   
 $= -53.052 \times 10^{-6} \text{ m}$

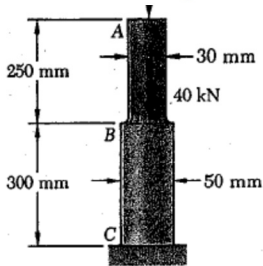
Rod BC:  $F_{BC} = 30 + 40 = 70 \text{ kN} = 70 \times 10^3 \text{ N}$   
 $L_{BC} = 0.300 \text{ m}$   $E_{BC} = 105 \times 10^9 \text{ Pa}$   
 $A_{BC} = \frac{\pi}{4} (50)^2 = 1.9635 \times 10^3 \text{ mm}^2 = 1.9635 \times 10^{-3} \text{ m}^2$   
 $\delta_{BC} = \frac{F_{BC} L_{BC}}{E_{BC} A_{BC}} = -\frac{(70 \times 10^3)(0.300)}{(105 \times 10^9)(1.9635 \times 10^{-3})}$   
 $= -101.859 \times 10^{-6} \text{ m}$

(a) Total deformation:  $\delta_{tot} = \delta_{AB} + \delta_{BC} = -154.9 \times 10^{-6} \text{ m} = -0.1549 \text{ mm} \blacktriangleleft$

(b) Deflection of point B:  $\delta_B = \delta_{BC}$   $\delta_B = 0.1019 \text{ mm} \blacktriangledown \blacktriangleleft$

## 2.18

**2.18** Para a barra composta do Problema 2.17, determine (a) a carga  $P$  que produz o alongamento total da barra igual a  $-0,2$  mm e (b) o correspondente deslocamento do ponto  $B$ .



$$\text{Rod AB: } F_{AB} = -P$$

$$L_{AB} = 0.250 \text{ m}$$

$$E_{AB} = 200 \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$A_{AB} = \frac{\pi}{4} (30)^2 = 706.85 \text{ mm}^2 = 706.85 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \delta_{AB} &= \frac{F_{AB} L_{AB}}{E_{AB} A_{AB}} = - \frac{P (0.250)}{(200 \times 10^9)(706.85 \times 10^{-6})} \\ &= -1.76841 P \end{aligned}$$

$$\text{Rod BC: } F_{BC} = -(P + 40 \times 10^3)$$

$$L_{BC} = 0.300 \text{ m}$$

$$E_{BC} = 105 \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$A_{BC} = \frac{\pi}{4} (50)^2 = 1.9635 \times 10^3 \text{ mm}^2 = 1.9635 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \delta_{BC} &= \frac{F_{BC} L_{BC}}{E_{BC} A_{BC}} = - \frac{(P + 40 \times 10^3)(0.300)}{(105 \times 10^9)(1.9635 \times 10^{-3})} \\ &= -1.45513 \times 10^{-9} P - 58.205 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad (1)$$

(a) Total deformation:  $\delta_{\text{tot}} = \delta_{AB} + \delta_{BC}$

$$-0.2 \times 10^{-3} = -1.76841 \times 10^{-9} P - 1.45513 \times 10^{-9} P - 58.205 \times 10^{-6}$$

$$P = 43.987 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P = 44.0 \text{ kN} \quad \blacktriangleleft$$

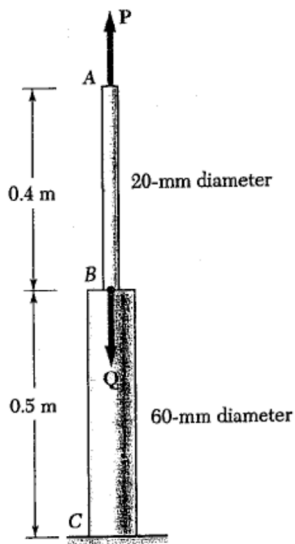
$$\begin{aligned} \text{From (1), } \delta_{BC} &= -(1.45513 \times 10^{-9})(43.987 \times 10^3) - 58.205 \times 10^{-6} \\ &= -122.21 \times 10^{-6} \text{ m} \end{aligned}$$

(b) Deflection of point B.  $\delta_B = \delta_{BC}$

$$\delta_B = 0.1222 \text{ mm} \downarrow \quad \blacktriangleleft$$

## 2.19

**2.19** Ambas as partes da barra  $ABC$  são feitas de um alumínio para o qual  $E = 70$  GPa. Sabendo que a intensidade de  $P$  é 4 kN, determine (a) o valor de  $Q$  de modo que o deslocamento em  $A$  seja zero e (b) o deslocamento correspondente de  $B$ .



$$(a) \quad A_{AB} = \frac{\pi}{4} d_{AB}^2 = \frac{\pi}{4} (0.020)^2 = 314.16 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A_{BC} = \frac{\pi}{4} d_{BC}^2 = \frac{\pi}{4} (0.060)^2 = 2.8274 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Force in member AB is P tension.

$$\text{Elongation } \delta_{AB} = \frac{P L_{AB}}{E A_{AB}} = \frac{(4 \times 10^3)(0.4)}{(70 \times 10^9)(314.16 \times 10^{-6})}$$

$$= 72.756 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Force in member BC is Q - P compression.

$$\text{Shortening } \delta_{BC} = \frac{(Q-P) L_{BC}}{E A_{BC}} = \frac{(Q-P)(0.5)}{(70 \times 10^9)(2.8274 \times 10^{-3})}$$

$$= 2.5263 \times 10^{-9} (Q-P)$$

For zero deflection at A,  $\delta_{BC} = \delta_{AB}$

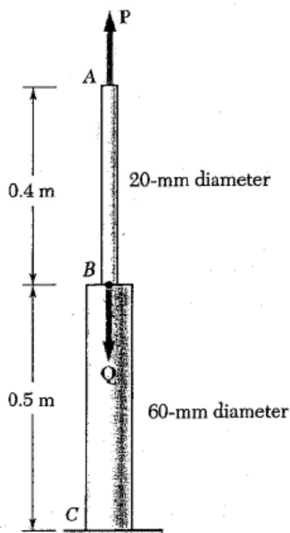
$$2.5263 \times 10^{-9} (Q-P) = 72.756 \times 10^{-6} \quad \therefore Q-P = 28.8 \times 10^3 \text{ N}$$

$$Q = 28.8 \times 10^3 + 4 \times 10^3 = 32.8 \times 10^3 \text{ N} = 32.8 \text{ kN} \quad \blacktriangleleft$$

$$(b) \quad \delta_{AB} = \delta_{BC} = \delta_B = 72.756 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.0728 \text{ mm} \downarrow \quad \blacktriangleleft$$

## 2.20

**2.20** A barra ABC é feita de um alumínio para o qual  $E = 70 \text{ GPa}$ . Sabendo que  $P = 6 \text{ kN}$  e  $Q = 42 \text{ kN}$ , determine o deslocamento de (a) ponto A e (b) ponto B.



$$A_{AB} = \frac{\pi}{4} d_{AB}^2 = \frac{\pi}{4} (0.020)^2 = 314.16 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A_{BC} = \frac{\pi}{4} d_{BC}^2 = \frac{\pi}{4} (0.060)^2 = 2.8274 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$P_{AB} = P = 6 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_{BC} = P - Q = 6 \times 10^3 - 42 \times 10^3 = -36 \times 10^3 \text{ N}$$

$$L_{AB} = 0.4 \text{ m} \quad L_{BC} = 0.5 \text{ m}$$

$$\delta_{AB} = \frac{P_{AB} L_{AB}}{A_{AB} E} = \frac{(6 \times 10^3)(0.4)}{(314.16 \times 10^{-6})(70 \times 10^9)}$$

$$= 109.135 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_{BC} = \frac{P_{BC} L_{BC}}{A_{BC} E} = \frac{(-36 \times 10^3)(0.5)}{(2.8274 \times 10^{-3})(70 \times 10^9)}$$

$$= -90.947 \times 10^{-6} \text{ m}$$



$$(a) \quad \delta_A = \delta_{AB} + \delta_{BC} = 109.135 \times 10^{-6} - 90.947 \times 10^{-6} \text{ m} = 18.19 \times 10^{-6} \text{ m}$$

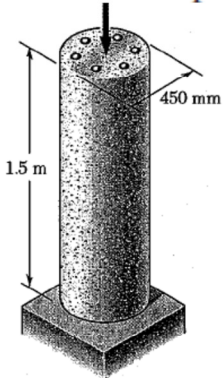
$$= 0.01819 \text{ mm} \uparrow \quad \blacktriangleleft$$

$$(b) \quad \delta_B = \delta_{BC} = -90.9 \times 10^{-6} \text{ m} = -0.0909 \text{ mm} \text{ or } 0.0919 \text{ mm} \downarrow \quad \blacktriangleleft$$



## 2.37

**2.37** A coluna de concreto de 1,5 m é reforçada com seis barras de aço, cada uma com 28 mm de diâmetro. Sabendo que  $E_{aço} = 200 \text{ GPa}$  e  $E_{conc} = 25 \text{ GPa}$ , determine as tensões normais no aço e no concreto quando uma força  $P$  centrada axial de 1 550 kN é aplicada à coluna.



Let  $P_c$  = portion of axial force carried by concrete.  
 $P_s$  = portion carried by the six steel rods.

$$\delta = \frac{P_c L}{E_c A_c} \quad P_c = \frac{E_c A_c \delta}{L}$$

$$\delta = \frac{P_s L}{E_s A_s} \quad P_s = \frac{E_s A_s \delta}{L}$$

$$P = P_c + P_s = (E_c A_c + E_s A_s) \frac{\delta}{L}$$

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{P}{E_c A_c + E_s A_s}$$

$$A_s = 6 \frac{\pi}{4} d_s^2 = \frac{6\pi}{4} (28)^2 = 3.6945 \times 10^3 \text{ mm}^2 = 3.6945 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_c = \frac{\pi}{4} d_c^2 - A_s = \frac{\pi}{4} (450)^2 - 3.6945 \times 10^3 = 155.349 \times 10^3 \text{ mm}^2 \\ = 153.349 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$L = 1.5 \text{ m}$$

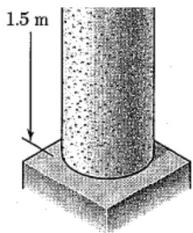
$$\epsilon = \frac{1550 \times 10^3}{(25 \times 10^9)(153.349 \times 10^{-3}) + (200 \times 10^9)(3.6945 \times 10^{-3})} = 335.31 \times 10^{-6}$$

$$\sigma_s = E_s \epsilon = (200 \times 10^9)(335.31 \times 10^{-6}) = 67.1 \times 10^6 \text{ Pa} = 67.1 \text{ MPa} \blacktriangleleft$$

$$\sigma_c = E_c \epsilon = (25 \times 10^9)(335.31 \times 10^{-6}) = 8.38 \times 10^6 \text{ Pa} = 8.38 \text{ MPa} \blacktriangleleft$$

## 2.38

**2.38** Para a coluna do Problema 2.37, determine a força centrada máxima que pode ser aplicada se a tensão normal admissível é de 160 MPa no aço e 18 MPa no concreto.



Determine allowable strain in each material.

$$\text{Steel: } \epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{160 \times 10^6}{200 \times 10^9} = 800 \times 10^{-6}$$

$$\text{Concrete: } \epsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{18 \times 10^6}{25 \times 10^9} = 720 \times 10^{-6}$$

$$\text{Smaller value governs } \epsilon = \frac{\delta}{L} = 720 \times 10^{-6}$$

Let  $P_c$  = portion of load carried by concrete.

$P_s$  = portion carried by six steel rods.

$$\delta = \frac{P_c L}{E_c A_c}, \quad P_c = E_c A_c \frac{\delta}{L} = E_c A_c \epsilon$$

$$\delta = \frac{P_s L}{E_s A_s}, \quad P_s = E_s A_s \frac{\delta}{L} = E_s A_s \epsilon$$

$$P = P_c + P_s = (E_c A_c + E_s A_s) \epsilon$$

$$A_s = 6 \frac{\pi}{4} d_s^2 = \frac{6\pi}{4} (28)^2 = 3.6945 \times 10^3 \text{ mm}^2 = 3.6945 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_c = \frac{\pi}{4} d_c^2 - A_s = \frac{\pi}{4} (450)^2 - 3.6945 \times 10^3 = 155.349 \times 10^3 \text{ mm}^2 \\ = 153.349 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$P = [(25 \times 10^9)(153.349 \times 10^{-3}) + (200 \times 10^9)(3.6945 \times 10^{-3})](720 \times 10^{-6})$$

$$= 3.33 \times 10^6 \text{ N}$$

$$3330 \text{ kN} \blacktriangleleft$$