INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense
Câmpus
Passo Fundo

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

RESISTÊNCIAS DOS MATERIAIS

02 – TENSÕES E DEFORMAÇÕES AXIAIS

INTRODUÇÃO

O projeto de uma estrutura deve levar em conta não somente a análise das tensões, mas também, as deformações, não permitindo que estas ultrapassem certos limites que impeçam que as estruturas ou máquinas desempenhem sua função.

Considerando as estruturas e elementos de máquinas como corpos deformáveis, isso nos permite determinar incógnitas de estruturas estaticamente indeterminadas.

Definições:

δ= deformação ou alongamento (delta)
ε= deformação específica (epsilon)
σ= tensão normal (sigma)

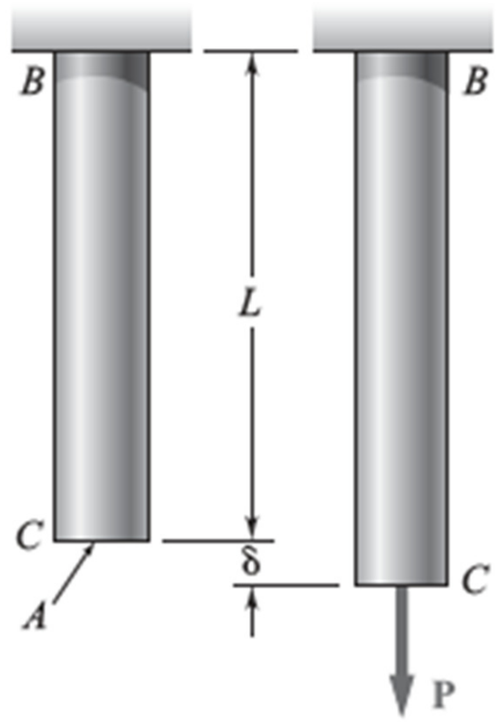
INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense
Câmpus
Passo Fundo

DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA

Considerando a barra BC, de cumprimento L e seção transversal A, suspensa em B. Se aplicarmos uma carga P na extremidade C a barra se alonga.

A razão entre o alongamento e o comprimento da barra, pode ser definido como deformação específica, expressa pela letra grega ε (epsilon).

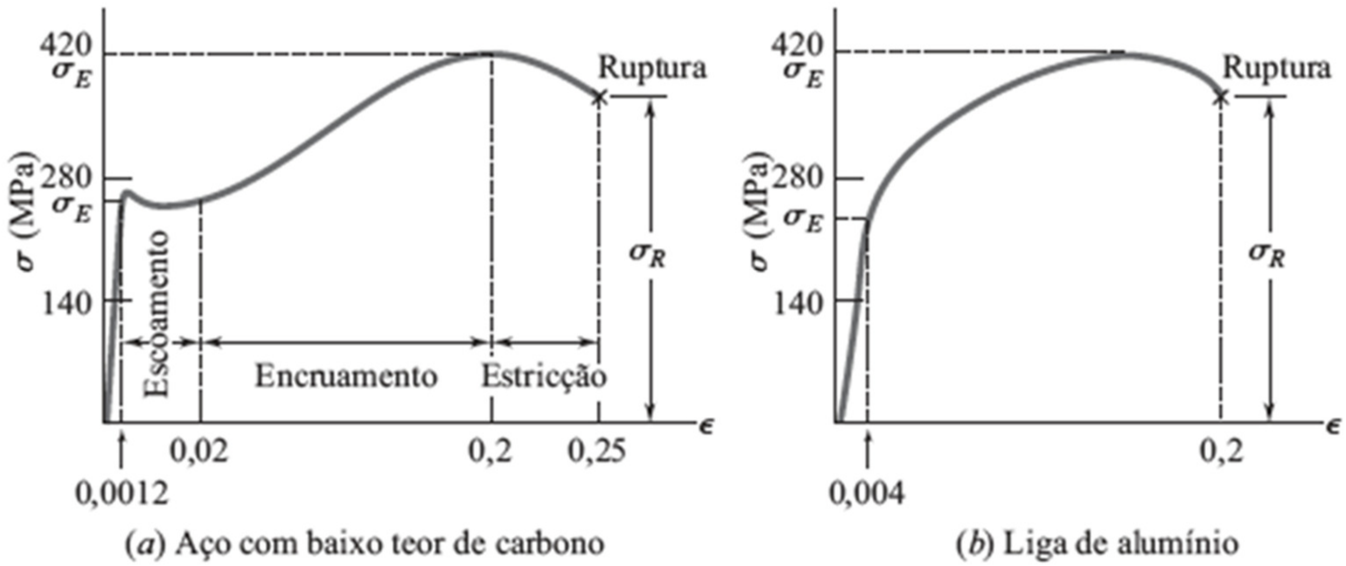
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{L}$$



INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense
Câmpus
Passo Fundo

Plotando a **tensão** σ (ordenada) e a correspondente **deformação específica** ε (abscissa) em um gráfico, obtemos uma curva que caracteriza as propriedades do material.

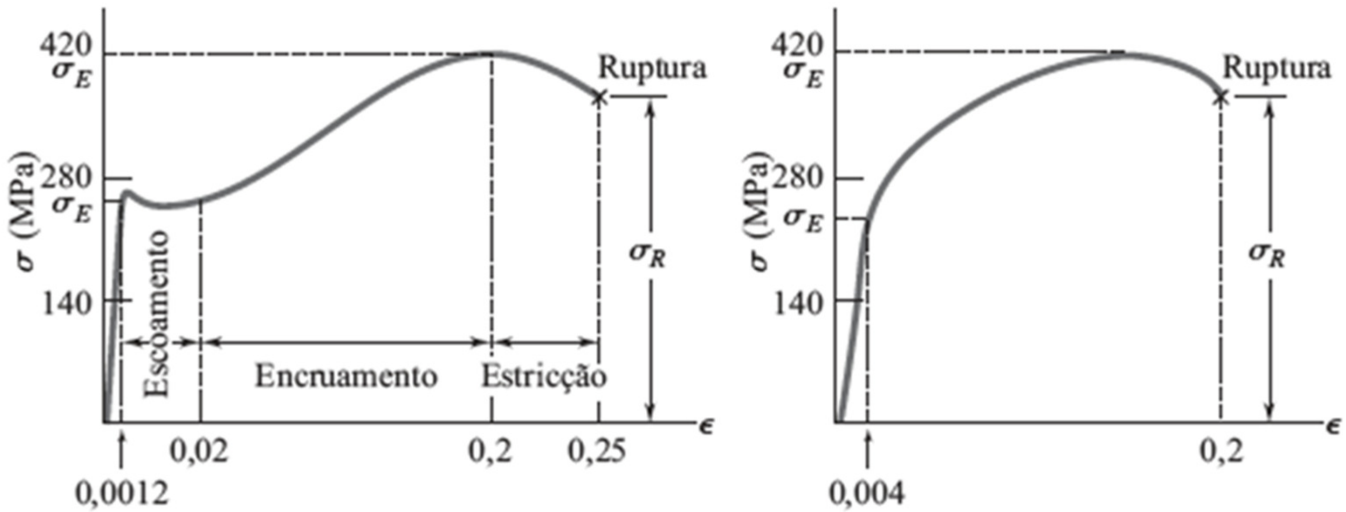
Esta curva, é denominada Diagrama Tensão-Deformação, obtida pelo ensaio de tração em uma amostra de material.



INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense
Câmpus Passo Fundo

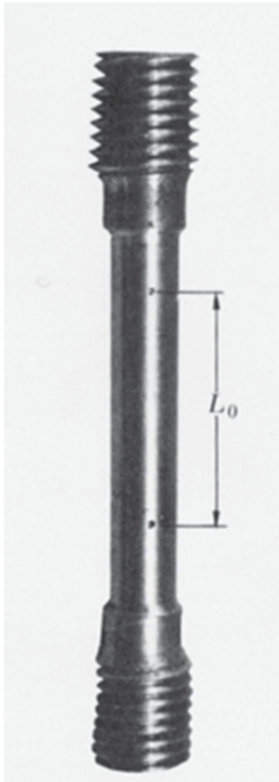
Plotando a **tensão** σ (ordenada) e a correspondente **deformação específica** ε (abscissa) em um gráfico, obtemos uma curva que caracteriza as propriedades do material.

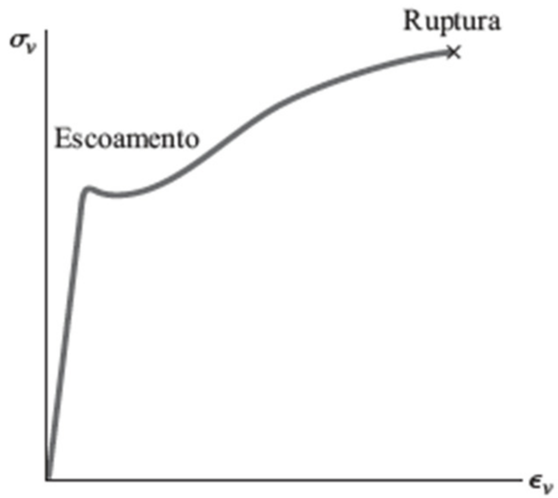
Esta curva, é denominada Diagrama Tensão-Deformação, obtida pelo ensaio de tração em uma amostra de material.



(*a*) Aço com baixo teor de carbono   (*b*) Liga de alumínio https://www.youtube.com/watch?v=nYg9H5tG4-I

https://www.youtube.com/watch?v=BAT79mc314I

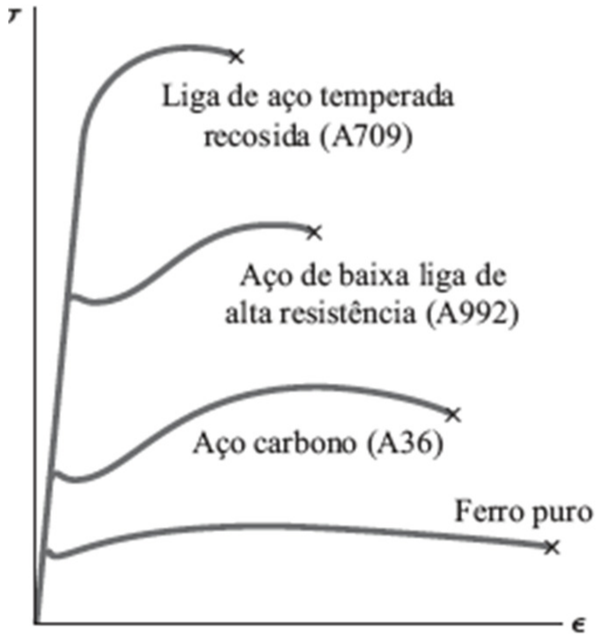




LEI DE HOOKE – MÓDULO DE ELASTICIDADE

As estruturas correntes são projetadas de modo a sofrerem deformações relativamente pequenas, que não ultrapassem os valores do Diagrama Tensão-Deformação correspondente ao trecho reto. Neste trecho, a tensão é proporcional à deformação específica, portanto:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

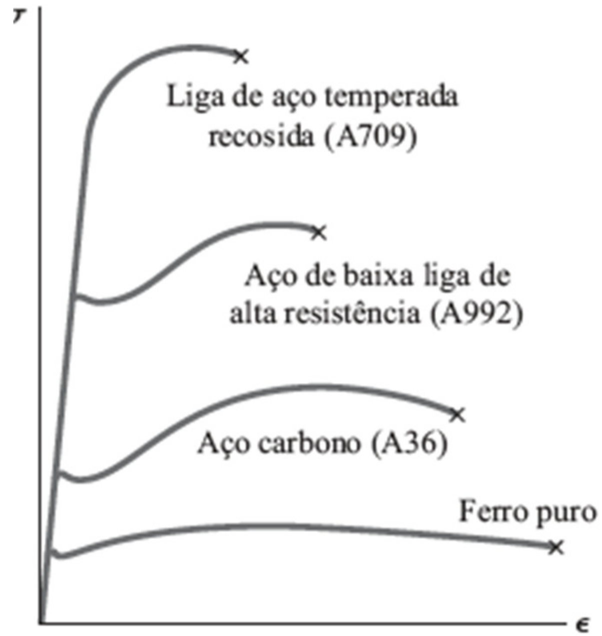


LEI DE HOOKE – MÓDULO DE ELASTICIDADE

Esta relação é conhecida como Lei de Hooke, em homenagem ao matemático inglês Robert Hooke (1635-1703).

O coeficiente E é chamado de módulo de elasticidade longitudinal do material, ou também módulo de Young, em homenagem ao cientista inglês Thomas Young (1773-1829).

A unidade do E é expressa, no SI, em pascal (Pa).

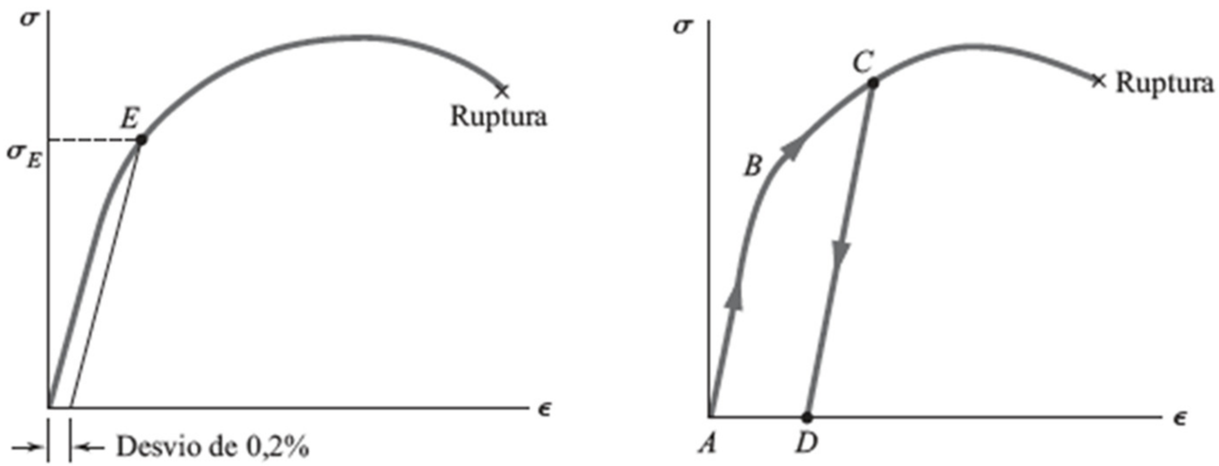


COMPORTAMENTO ELÁSTICO E PLÁSTICO DO MATERIAL

Se a deformação desaparece quando a carga é removida o material deformou elasticamente.

Quando a deformação não retorna a zero após a remoção da carga, o material deformou plasticamente.

Para que ocorra deformação plástica, o material deve atingir a Tensão de Escoamento, chamado este ponte de Limite de Elasticidade.



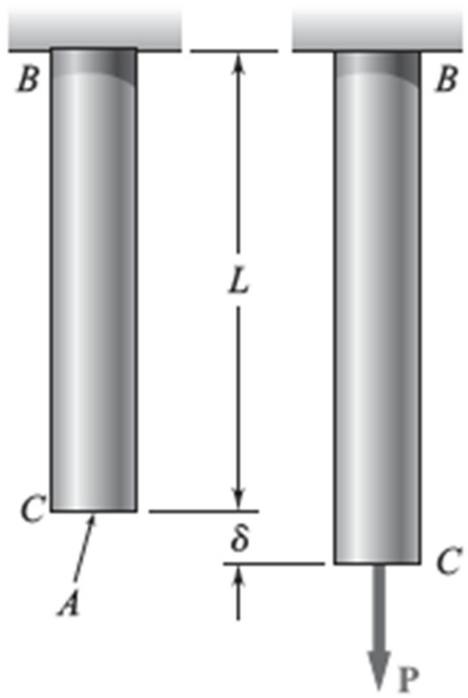
INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense
Câmpus Passo Fundo

DEFORMAÇÃO SOB CARREGAMENTO AXIAL

Uma barra homogênea BC, de comprimento L e seção transversal A, sujeita à força P. Se a tensão axial não ultrapassar o limite de elasticidade do material, podemos aplicar a Lei de Hooke e escrever:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{P}{A}}{\frac{\delta}{L}}$$

$$\delta = \frac{P \cdot L}{A \cdot E}$$



No caso de cargas aplicadas em outros pontos, diferentes áreas da seção ou propriedades do material:

$$\delta = \sum_i \frac{P_i L_i}{A_i E_i}$$

INSTITUTO FEDERAL Sul-rio-grandense Câmpus Passo Fundo

<u>Ex. 2.1</u> – Um cabo de aço (E = 200 GPa) deve suportar um esforço de tração de 50 kN. Sabendo que a tensão admissível do material é de 250 MPa e que o máximo alongamento permitido é de 4mm, determine:

a) o diâmetro mínimo do cabo.

b) o comprimento máximo do cabo.

<u>Ex. 2.2</u> – Um cabo de aço de 16 metros de comprimento e 8 mm de diâmetro será usado na fabricação de uma viga de concreto protendido. Observa-se que o cabo sofre um estiramento de 48 mm quando uma força P é aplicada. Sabendo que o módulo de elasticidade é de 200 GPa, determine:

a) a intensidade da força P;

b) a correspondente tensão no cabo.

Ex. 2.3 – Duas barras cilíndricas maciças são ligadas em B e carregadas como ilustrado. A barra AB é de aço e a BD de latão. Determine:

a) as tensões nos segmentos AB, BC e CD.

b) os deslocamentos dos pontos A, B e C.

Dados:

$E_{aço}$= 200 GPa

$E_{latão}$= 105 GPa

d_1= 16 mm

d_2= 25 mm

F_1= 200 kN

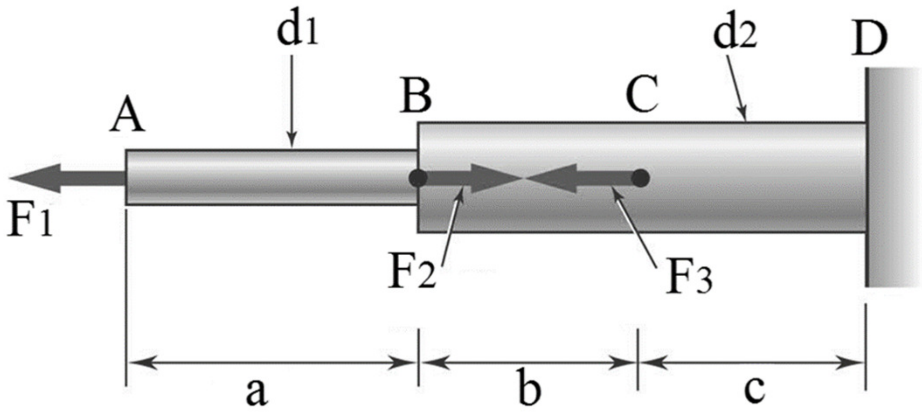
F_2= 250 kN

F_3= 100 kN

a= 500 mm

b= 400 mm

c= 400 mm



INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense
Câmpus Passo Fundo

Ex. 2.4 – Quatro barras cilíndricas de aço (E=200 GPa), com 250 mm em cada trecho, são unidas e submetidas ao carregamento ilustrado. Determinar:

(a) O diâmetro d_4 necessário para que a tensão axial não exceda 160 MPa no trecho DE.

(b) O deslocamento final do ponto A.

(c) As tensões atuantes nos trecos AB, BC e CD.

Dados:

F_1= 120 kN

F_2= 100 kN

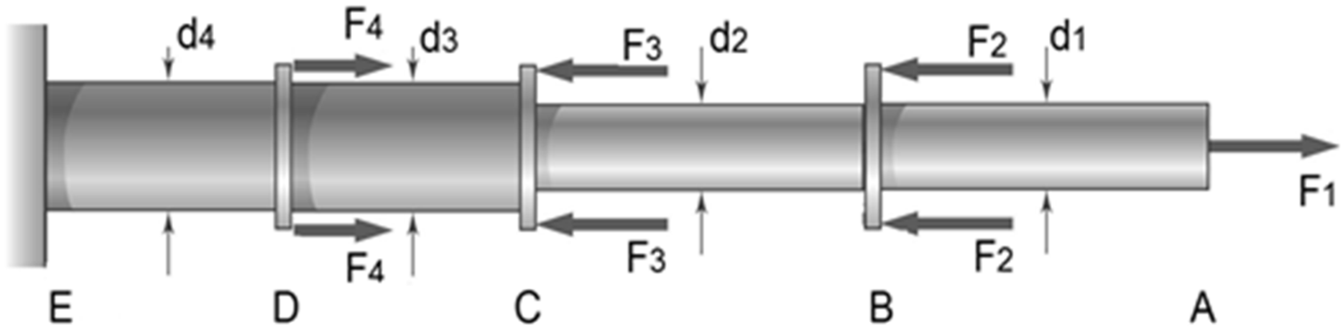
F_3= 75 kN

F_4= 550 kN

d_1= 30 mm

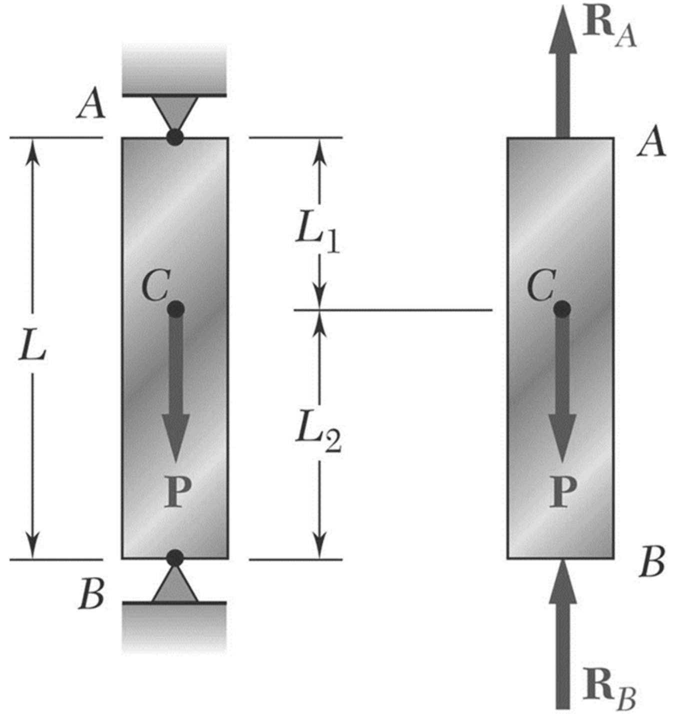
d_2= 35 mm

d_3= 70 mm



PROBLEMAS ESTATICAMENTE INDETERMINADOS

Também chamados de sistemas hiperestáticos, são aqueles pelos quais as equações de equilíbrio não são suficientes para a determinação das reações ou dos esforços. Estas equações precisam, nestes casos, serem completadas por reações envolvendo deformações e que podem ser obtidas considerando as condições geométricas do problema.



PROBLEMAS ESTATICAMENTE INDETERMINADOS (concreto armado)

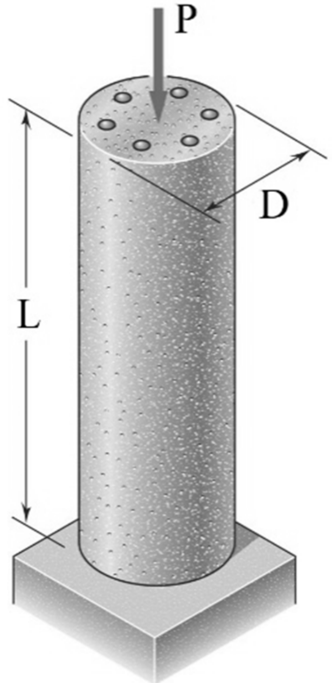
$$\delta = \delta_c = \delta_a \rightarrow \delta = \frac{P_c \cdot L}{A_c \cdot E_c} = \frac{P_a \cdot L}{A_a \cdot E_a}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c = \varepsilon_a \rightarrow \varepsilon = \frac{P_c}{A_c \cdot E_c} = \frac{P_a}{A_a \cdot E_a}$$

$$\varepsilon_c = \frac{P_c}{A_c \cdot E_c} \rightarrow P_c = \varepsilon_c \cdot A_c \cdot E_c$$

$$\varepsilon_a = \frac{P_a}{A_a \cdot E_a} \rightarrow P_a = \varepsilon_a \cdot A_a \cdot E_a$$

$$P = P_c + P_a \rightarrow P = \varepsilon_c \cdot A_c \cdot E_c + \varepsilon_a \cdot A_a \cdot E_a$$



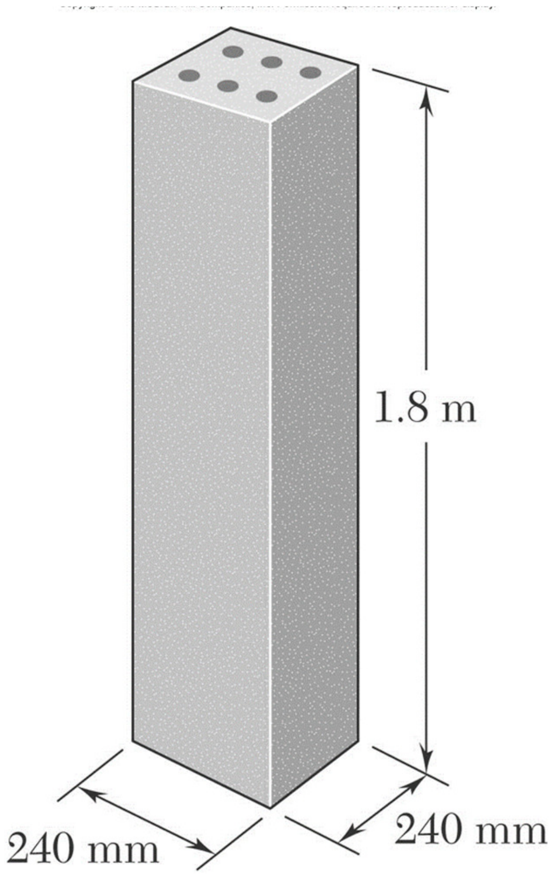
$$\boxed{\varepsilon = \frac{P}{A_c \cdot E_c + A_a \cdot E_a}}$$

INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense
Câmpus Passo Fundo

Ex. 2.5 – Uma coluna em concreto armado é reforçada por seis barras de aço de 16 mm e submetida a um carregamento axial de 1250 kN. Determine:

a) a deformação da coluna;
b) a tensão no aço;
c) a tensão no concreto.

Dados:
$E_{Aço} = 210$ GPa
$E_{Con} = 25$ GPa

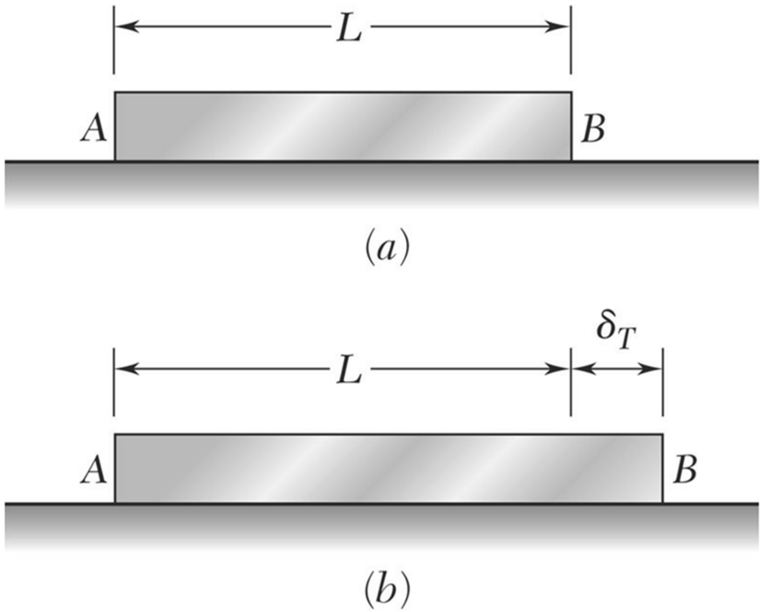


INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense
Câmpus Passo Fundo

PROBLEMAS QUE ENVOLVEM MUDANÇAS DE TEMPERATURA

Considerando uma barra homogênea AB de seção transversal uniforme. Se a temperatura for aumentada ΔT, observamos que a barra se alonga proporcionalmente à variação de temperatura e ao comprimento L da barra.

$$\delta_T = \alpha(\Delta T)L$$



α= coeficiente de dilatação térmica do material

Logo:

$$\varepsilon_T = \frac{\delta T}{L} = \frac{\alpha(\Delta T).L}{L}$$

$$\varepsilon_T = \alpha(\Delta T)$$

INSTITUTO FEDERAL Sul-rio-grandense Câmpus Passo Fundo

Se a barra estiver livre para se deformar, nenhuma tensão é criada. Porém se a mesma barra estiver entre apoios que impeçam a deformação, é criado um estado de tensões, chamado de tensão térmica.

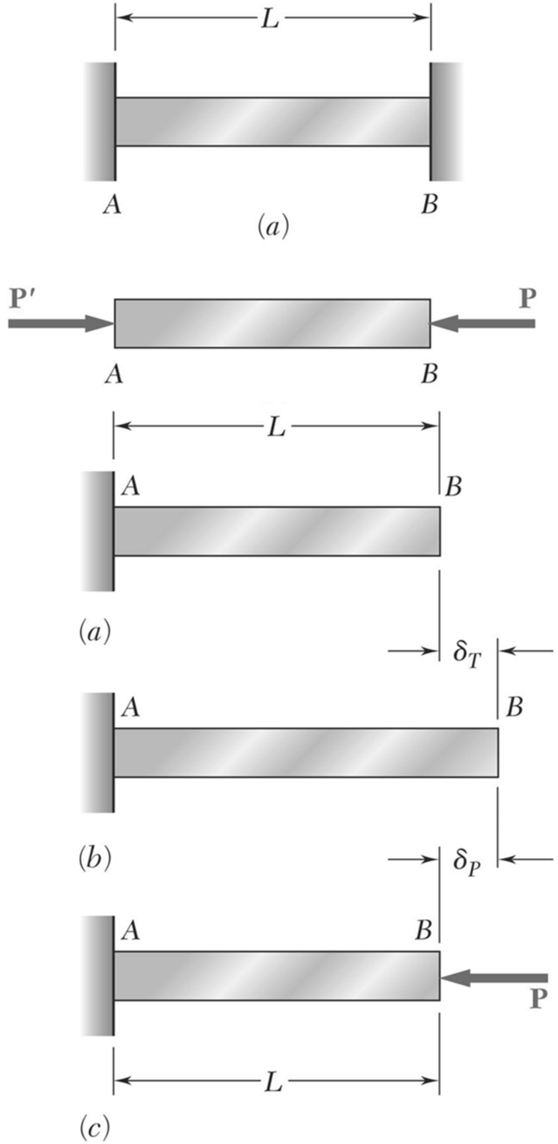
Observamos que o problema é estaticamente indeterminado.

$$\delta_T = \alpha(\Delta T)L$$

$$\delta_P = \frac{P.L}{A.E}$$

$$\delta = \delta_T + \delta_P = \alpha(\Delta T)L + \frac{P.L}{A.E} = 0$$

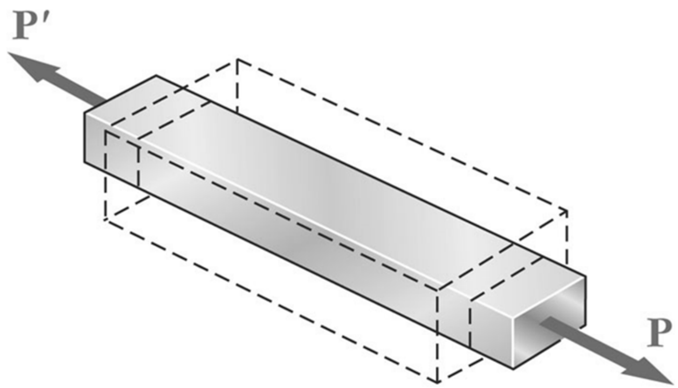
$$P = -AE\alpha(\Delta T)$$



COEFICIENTE DE POISSON

Quando uma barra é tracionada, o alongamento inicial é acompanhada por uma contração lateral. A relação entre as deformações específicas transversal e longitudinal é constante, dentro da região elástica, e é conhecida como relação ou Coeficiente de Poisson, em homenagem ao matemático francês Siméon Denis Poisson (1781-1840) e designado pela letra grega v(nu) e obtido experimentalmente.

Ex: 0,3 – aço
0,2 – concreto



$$\nu = -\frac{deformação\_específica\_transversal}{deformação\_específica\_longitudinal}$$

INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense
Câmpus
Passo Fundo

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

MUITO OBRIGADO

Prof. Rodrigo Bordignon
Engenheiro Civil, Dr.

www.ifsul.edu.br
rodrigobordignon@ifsul.edu.br