CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS
Prof. Dr. Rodrigo Bordignon

Lista de Exercícios - 02

Observações:

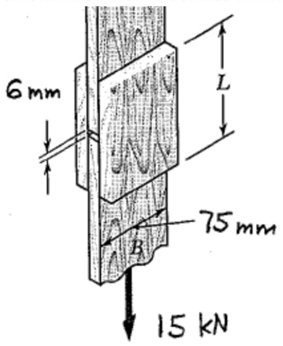
(a) A literatura e os exercícios abaixo indicados são considerados básicos. Recomenda-se que outros títulos também sejam consultados.

Literatura de Referência:

BEER, F. P., JOHNSTON, E. R., DEWOLF, J. T., MAZUREK, D. F. **Mecânica dos Materiais**. 5.ed. Porto Alegre: AMGH, 2011. 800p.

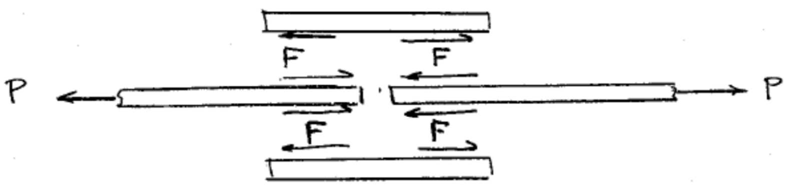
1.15

1.15 As componentes de madeira *A* e *B* devem ser unidas por cobrejuntas de madeira compensada que serão totalmente coladas às superfícies em contato. Como parte do projeto da junção, e sabendo que a folga entre as extremidades das componentes deve ser 6 mm, determine o comprimento *L* mínimo permitido para que a tensão de cisalhamento média na cola não exceda 700 kPa.



There are four separate areas that are glued. Each of these areas transmits one half the the 15 kN load. Thus

$$F = \frac{1}{2}P = \frac{1}{2}(15) = 7.5 \text{ kN} = 7500 \text{ N}$$



Let ℓ = length of one glued area and $w = 75 \text{ mm} = 0.075 \text{ m}$ be its width.

For each glued area, $A = \ell w$

Average shearing stress: $\tau = \frac{F}{A} = \frac{F}{\ell w}$

The allowable shearing stress is $\tau = 700 \times 10^3$ Pa

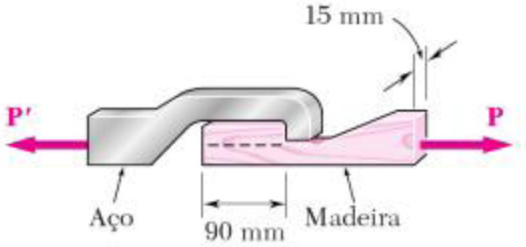
Solving for ℓ, $\ell = \frac{F}{\tau w} = \frac{7500}{(700\times10^3)(0.075)} = 0.14286 \text{ m} = 142.85 \text{ mm}$

Total length L: $L = \ell + (\text{gap}) + \ell = 142.85 + 6 + 142.85$

$L = 292 \text{ mm}$

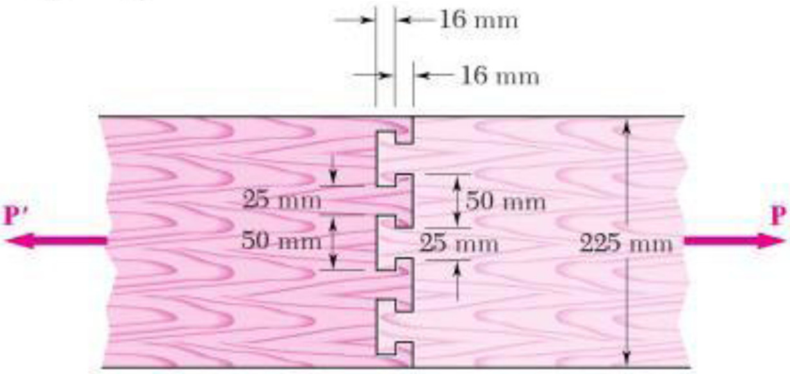
1.16

1.16 Quando a força **P** alcançou 8 kN, o corpo de prova de madeira mostrado na figura falhou sob cisalhamento ao longo da superfície indicada pela linha tracejada. Determine a tensão de cisalhamento média ao longo daquela superfície no instante da falha.



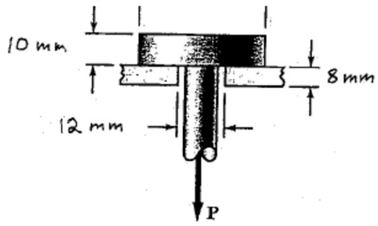
1.17

1.17 Duas pranchas de madeira, cada uma com 12 mm de espessura e 225 mm de largura, são unidas pela junta de encaixe mostrada na figura. Sabendo que a madeira utilizada rompe por cisalhamento ao longo das fibras quando a tensão de cisalhamento média alcança 8 MPa, determine a intensidade **P** da carga axial que romperá a junta.



1.18

1.18 Uma carga **P** é aplicada a uma barra de aço suportada por uma chapa de alumínio na qual foi feito um furo de 12 mm conforme mostra a figura. Sabendo que a tensão de cisalhamento não deve exceder 180 MPa na barra de aço e 70 MPa na chapa de alumínio, determine a máxima carga **P** que pode ser aplicada à barra.



For the steel rod,

$$A_1 = \pi d_1 t_1 = (\pi)(0.012)(0.010)$$
$$= 376.99 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$
$$\tau_1 = \frac{P}{A_1} \rightarrow P_1 = \tau_1 A_1$$
$$P_1 = (180 \times 10^6)(376.99 \times 10^{-6}) = 67.86 \times 10^3 \text{ N}$$

For the aluminum plate,

$$A_2 = \pi d_2 t_2 = (\pi)(0.040)(0.008) = 1.00531 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$
$$\tau_2 = \frac{P_2}{A_2} \Rightarrow P_2 = \tau_2 A_2$$
$$P_2 = (70 \times 10^6)(1.0053 \times 10^{-6}) = 70.372 \times 10^3 \text{ N}$$

The limiting value for the load P is the smaller of P_1 and P_2.

$$P = 67.86 \times 10^3 \text{ N}$$

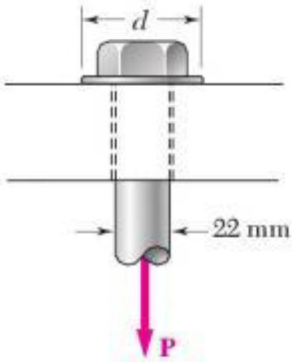
$P = 67.9$ kN ◄

1.19

1.19 A força axial na coluna que suporta a viga de madeira mostrada na figura é $P = 75$ kN. Determine o menor comprimento L admissível para a chapa de contato para que a tensão de contato na madeira não exceda 3,0 MPa.

1.20

1.20 A carga **P** aplicada ao pino de aço é distribuída para o suporte de madeira por uma arruela anelar. O diâmetro do pino é de 22 mm e o diâmetro interno da arruela é de 25 mm, sendo este ligeiramente maior que o diâmetro do orifício. Determine o menor diâmetro externo d admissível da arruela, sabendo que a tensão normal axial no pino de aço é de 35 MPa e a tensão média de contato entre a arruela e a madeira não pode exceder 5 MPa.



Steel rod: $A = \frac{\pi}{4}(0.022)^2 = 380.13\times10^{-6}\ m^2$

$\sigma = 35\times10^6$ Pa

$P = \sigma A = (35\times10^6)(380.13\times10^{-6})$

$= 13.305\times10^3$ N

Washer: $\sigma_b = 5\times10^6$ Pa

Required bearing area:

$A_b = \frac{P}{\sigma_b} = \frac{13.305\times10^3}{5\times10^6} = 2.6609\times10^{-3}\ m^2$

But, $A_b = \frac{\pi}{4}(d^2 - d_i^2)$

$d^2 = d_i^2 + \frac{4A_b}{\pi}$

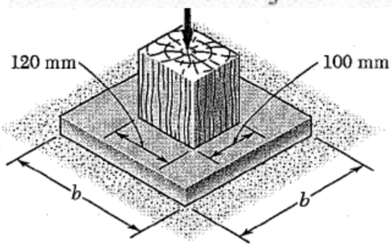
$= (0.025)^2 + \frac{(4)(2.6609\times10^{-3})}{\pi}$

$= 4.013\times10^{-3}\ m^2$

$d = 63.3\times10^{-3}$ m $\qquad d = 63.3$ mm

1.21

1.21 Uma carga axial de 40 kN é aplicada a uma coluna curta de madeira suportada por uma base de concreto em solo estável. Determine (*a*) a tensão de contato máxima na base de concreto e (*b*) o tamanho da base para que a tensão de contato média no solo seja de 145 kPa.



(a) Bearing stress on concrete footing.

$$P = 40\ \text{kN} = 40\times10^3\ \text{N}$$

$$A = (100)(120) = 12\times10^3\ \text{mm}^2 = 12\times10^{-3}\ \text{m}^2$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{40\times10^3}{12\times10^{-3}} = 3.33\times10^6\ \text{Pa}$$

3.33 MPa ◄

(b) Footing area. $P = 40\times10^3$ N $\quad \sigma = 145$ kPa $= 45\times10^3$ Pa

$$\sigma = \frac{P}{A} \qquad A = \frac{P}{\sigma} = \frac{40\times10^3}{145\times10^3} = 0.27586\ \text{m}^2$$

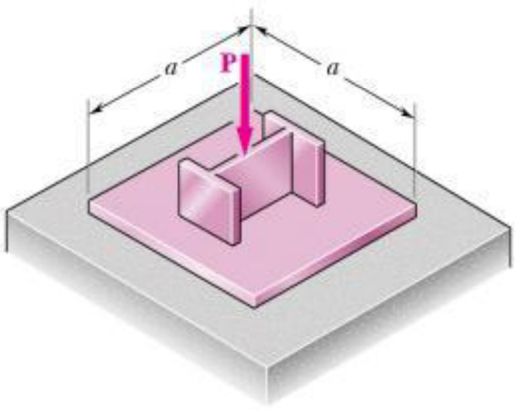
Since the area is square, $A = b^2$

$$b = \sqrt{A} = \sqrt{0.27586} = 0.525\ \text{m}$$

$b = 525$ mm ◄

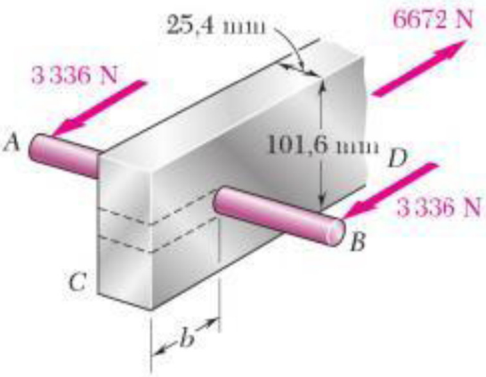
1.22

1.22 Uma carga axial **P** é suportada por uma coluna curta W200 × 59 com seção transversal de área $A = 7650\ \text{mm}^2$ e distribuída a uma fundação de concreto por uma placa quadrada como mostra a figura. Sabendo que a tensão normal média na coluna não pode exceder 200 MPa e que a tensão de esmagamento na fundação de concreto não deve exceder 20 MPa, determine a dimensão *a* da chapa que proporcionará o projeto mais econômico e seguro.



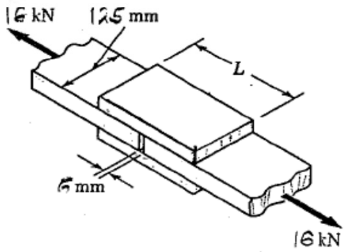
1.25

1.25 Uma barra de aço *AB* de 15,88 mm de diâmetro está encaixada em um furo redondo próximo à extremidade *C* de uma vigota de madeira *CD*. Para o carregamento mostrado, determine (*a*) a tensão normal média máxima na madeira, (*b*) a distância *b* para a qual a tensão de cisalhamento média é 690 kPa nas superfícies indicadas pelas linhas pontilhadas e (*c*) a tensão de esmagamento média na madeira.



1.43

1.43 Os dois elementos de madeira mostrados suportam uma carga de 16 kN e são unidos por juntas de madeira contraplacadas perfeitamente coladas pela superfície de contato. A tensão de cisalhamento limite da cola é de 2,5 MPa e o espaçamento entre os elementos é de 6 mm. Determine o comprimento *L* necessário para que as juntas trabalhem com um coeficiente de segurança igual a 2,75.



There are 4 separate areas of glue. Each glue area must transmit 8 kN of shear load.

$$P = 8\ kN = 8 \times 10^3\ N$$

Required ultimate load.

$$P_U = (F.S.)P = (2.75)(8 \times 10^3) = 22 \times 10^3\ N$$

Required length of each glue area.

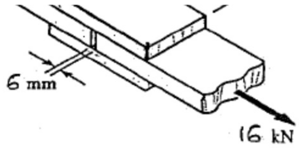
$$P_U = \tau_U A = \tau_U l w \qquad l = \frac{P_U}{\tau_U w} = \frac{22 \times 10^3}{(2.5 \times 10^6)(0.125)} = 70.4 \times 10^{-3}\ m$$

Length of splice: $L = 2l + c = (2)(70.4 \times 10^{-3}) + 0.006 = 0.1468 \times 10^{-3}\ m$

$$L = 146.8\ mm$$

1.44

1.44 Para a conexão e o carregamento do Problema 1.43, determine o coeficiente de segurança, sabendo que o comprimento de cada junta é $L = 180$ mm.



There are 4 separate areas of glue. Each glue area must transmit 8 kN of shear load.

$$P = 8 \text{ kN} = 8 \times 10^3 \text{ N}$$

Length of splice. $L = 2\ell + c$ where ℓ = length of glue and c = clearance.

$$\ell = \tfrac{1}{2}(L - c) = \tfrac{1}{2}(0.180 - 0.006) = 0.087 \text{ m}$$

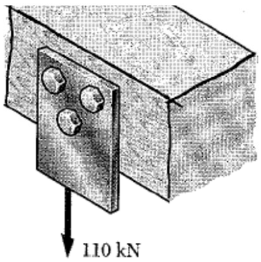
Area of glue. $A = \ell w = (0.087)(0.125) = 10.875 \times 10^{-3}$ m

Ulimate load. $P_U = \tau_U A = (2.5 \times 10^6)(10.875 \times 10^{-3}) = 27.1875 \times 10^3$ N

Factor of safety. $F.S. = \dfrac{P_U}{P} = \dfrac{27.1875 \times 10^3}{8 \times 10^3}$ $\quad F.S. = 3.40$ ◄

1.45

1.45 Três parafusos de aço com 18 mm de diâmetro devem ser utilizados para fixar a chapa de aço mostrada na figura em uma viga de madeira. Sabendo que a chapa suportará uma carga de 110 kN e que o limite da tensão de cisalhamento do aço utilizado é 360 MPa, determine o coeficiente de segurança para esse projeto.



For each bolt, $A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4}(18)^2 = 254.47 \text{ mm}^2$

$$= 254.47 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$P_U = A\tau_U = (254.47 \times 10^{-6})(360 \times 10^6) = 91.609 \times 10^3 \text{ N}$$

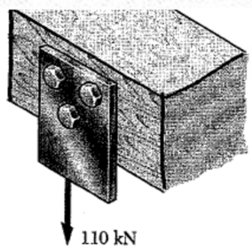
For the three bolts, $P_U = (3)(91.609 \times 10^3) = 274.83 \times 10^3$ N

Factor of safety.

$$F.S. = \frac{P_U}{P} = \frac{274 \times 10^3}{110 \times 10^3} = \quad F.S. = 2.50$$ ◄

1.46

1.46 Três parafusos de aço devem ser utilizados para fixar a chapa de aço mostrada na figura em uma viga de madeira. Sabendo que a chapa suportará uma carga de 110 kN, que o limite da tensão de cisalhamento do aço utilizado é 360 MPa e que é desejado um coeficiente de segurança 3,35, determine o diâmetro necessário para os parafusos.



For each bolt, $P = \dfrac{110}{3} = 36.667$ kN

Required $P_U = (F.S.)P = (3.35)(36.667) = 122.83$ kN

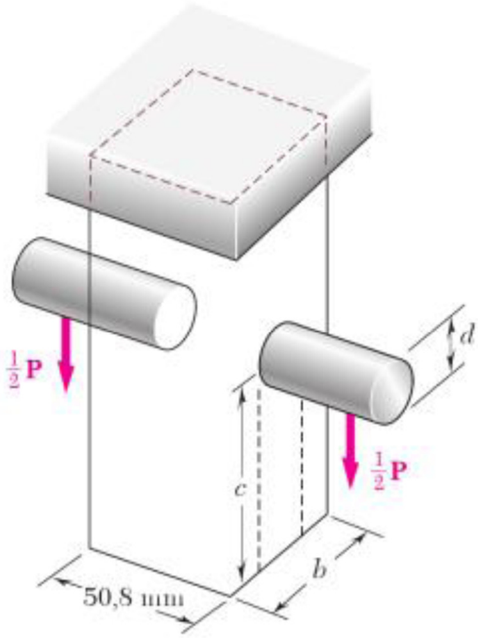
$$\tau_U = \frac{P_U}{A} = \frac{P_U}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{4P_U}{\pi d^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{4P_U}{\pi \tau_U}} = \sqrt{\frac{(4)(122.83 \times 10^3)}{\pi(360 \times 10^6)}} = 20.8 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$d = 20.8$ mm ◄

1.47

1.47 Uma carga **P** é aplicada em um pino de aço que foi inserido em um elemento de madeira curto preso em um teto, como mostra a figura. O limite de resistência à tração da madeira utilizada é 82,7 MPa e 10,3 MPa em cisalhamento, ao passo que o limite de resistência do aço é 207 MPa em cisalhamento. Sabendo que o diâmetro do pino é $d = 16$ mm e que a intensidade da carga é $P = 22{,}2$ kN, determine (*a*) o coeficiente de segurança para o pino e (*b*) os valores necessários de *b* e *c*, se o valor do coeficiente de segurança do elemento de madeira for o mesmo que o encontrado na parte *a* para o pino.

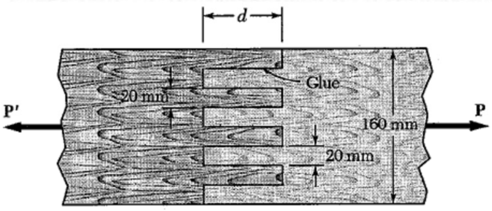


1.48

1.48 Para o suporte do Problema 1.47, sabendo que $b = 40{,}6$ mm, $c = 55{,}9$ mm e $d = 12{,}7$ mm, determine a carga **P** para um coeficiente de segurança global desejado igual a 3,2.

1.62

1.62 Duas pranchas de madeira, cada uma com 22 mm de espessura e 160 mm de largura, são unidas por uma junta de encaixe colada, mostrada na figura. Sabendo que a junta falhará quando a tensão de cisalhamento média na cola atingir 820 kPa, determine o menor comprimento *d* admissível do encaixe uma vez que a junta precisa suportar uma carga axial de intensidade $P = 7{,}6$ kN.



Seven surfaces carry the total load $P = 7.6$ kN $= 7.6 \times 10^3$.

Let $t = 22$ mm.

Each glue area is $A = dt$

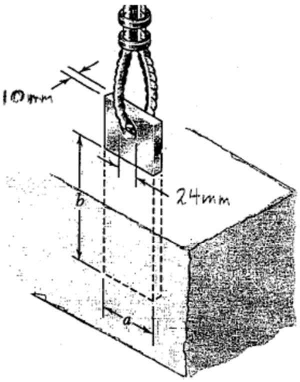
$$\tau = \frac{P}{7A} \qquad A = \frac{P}{7\tau} = \frac{7.6 \times 10^3}{(7)(820 \times 10^3)} = 1.32404 \times 10^{-3}\ m^2$$

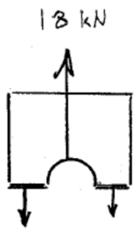
$$= 1.32404 \times 10^3\ mm^3$$

$$d = \frac{A}{t} = \frac{1.32404 \times 10^3}{22} = 60.2 \qquad d = 60.2\ mm ◄$$

1.67

1.67 Uma chapa de 10 mm de espessura está encaixada em um bloco de concreto e é utilizada para ancorar um cabo vertical de alta resistência, conforme mostra a figura. O diâmetro do furo na chapa é de 24 mm, o limite de resistência do aço utilizado é 250 MPa e o limite da tensão de aderência entre a chapa e o concreto é 2,1 MPa. Sabendo que se deseja um coeficiente de segurança de 3,60 quando $P = 18$ kN, determine (a) a largura a necessária para a chapa e (b) a dimensão b mínima com que a placa deve ser encaixada no bloco de concreto. (Despreze a tensão normal entre o concreto e a extremidade inferior da placa.)





(a) Based on tension in the plate.

$$A = (a-d)t$$

$$P_U = \sigma_U A$$

$$F.S. = \frac{P_U}{P} = \frac{\sigma_U (a-d)t}{P}$$

Solving for a,

$$a = d + \frac{(F.S.)P}{\sigma_U t} = 0.024 + \frac{(3.60)(18\times10^3)}{(250\times10^6)(0.010)}$$

$$a = 0.04992 \text{ m} \qquad a = 49.9 \text{ mm}$$

(b) Based on shear between plate and concrete slab.

$$A = \text{perimeter} \times \text{depth} = (2a + 2t)\, b \qquad \tau_U = 2.1\times10^6 \text{ Pa}$$

$$P_U = \tau_U A = 2\tau_U (a+t)\, b \qquad F.S. = \frac{P_U}{P}$$

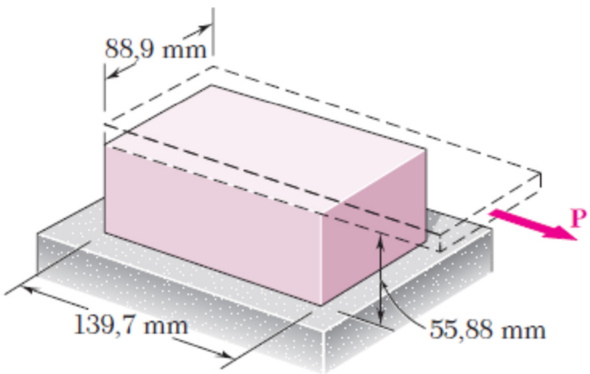
Solving for b,

$$b = \frac{(F.S.)P}{2(a+t)\tau_U} = \frac{(3.60)(18\times10^3)}{(2)(0.04992+0.010)(2.1\times10^6)}$$

$$b = 0.25748 \text{ m} \qquad b = 257 \text{ mm}$$

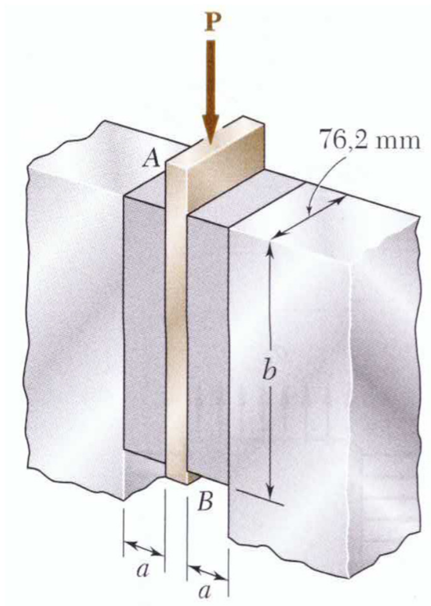
2.75

2.75 O bloco de plástico mostrado está colado a uma base fixa e a uma chapa horizontal rígida à qual é aplicada uma força **P**. Sabendo que o plástico utilizado tem módulo de elasticidade transversal G = 379,2 MPa, determine o deslocamento da chapa quando P = 40,0 kN.



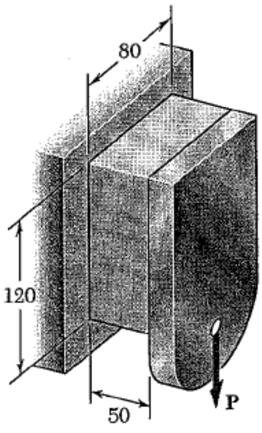
2.76

2.76 A unidade de isolamento de vibrações é formada por dois blocos de borracha dura colados à placa AB e a suportes rígidos conforme mostrado na figura. Para o grau e o tipo de borracha utilizada tem-se $\tau_{adm} = 1\,517$ kPa e $G = 12{,}41$ MPa. Sabendo que uma força vertical de intensidade $P = 14{,}23$ kN deve produzir um deslocamento vertical de 2,54 mm na chapa AB, determine as menores dimensões a e b admissíveis para o bloco.



2.77

2.77 O bloco plástico mostrado na figura é colado a um suporte rígido e a uma placa vertical à qual é aplicada uma força **P** de 240 kN. Sabendo que, para o plástico utilizado, $G = 1\,050$ MPa, determine o deslocamento da placa.



Dimensions in mm

$A = (80)(120) = 9.6\times10^3\ mm^2 = 9.6\times10^{-3}\ m^2$

$P = 240\times10^3\ N$

$\tau = \frac{P}{A} = \frac{240\times10^3}{9.6\times10^{-3}} = 25\times10^6\ Pa$

$G = 1050\times10^6\ Pa$

$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{25\times10^6}{1050\times10^6} = 23.810\times10^{-3}$

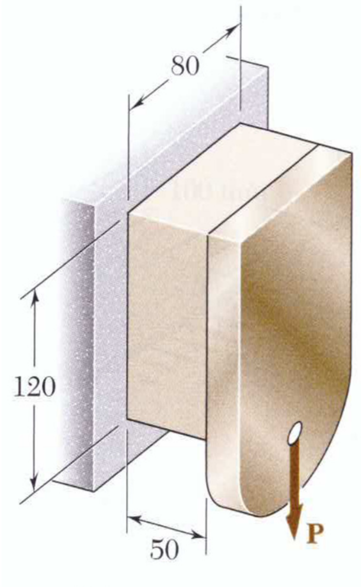
$h = 50\ mm = 0.050\ m$

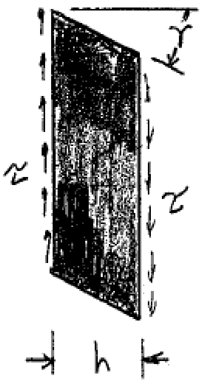
$\delta = h\gamma = (0.050)(23.810\times10^{-3})$

$= 1.190\times10^{-3}\ m$

2.78

2.78 Qual a força **P** que deverá ser aplicada à placa do Problema 2.77 para produzir um deslocamento de 1,5 mm?





$\delta = 1.5 \text{ mm} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$

$h = 50 \text{ mm} = 50 \times 10^{-3} \text{ m}$

$\gamma = \dfrac{\delta}{h} = \dfrac{1.5 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-3}} = 30 \times 10^{-3}$

$G = 1050 \times 10^{6} \text{ Pa}$

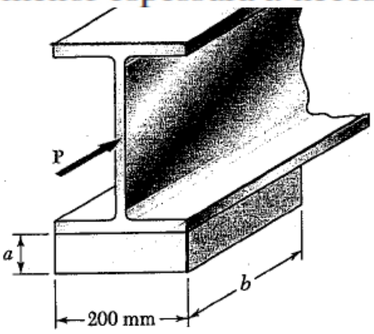
$\tau = G\gamma = (1050 \times 10^{6})(30 \times 10^{-3})$
$= 31.5 \times 10^{6} \text{ Pa}$

$A = (120)(80) = 9.6 \times 10^{3} \text{ mm}^2 = 9.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

$P = \tau A = (31.5 \times 10^{6})(9.6 \times 10^{-3}) = 302 \times 10^{3} \text{ N}$ 302 kN

2.81

2.81 Um apoio de elastômero (G = 0,9 MPa) é utilizado para suportar uma viga mestra de uma ponte, como mostra a figura, para proporcionar flexibilidade durante terremotos. A viga não pode sofrer deslocamento horizontal superior a 10 mm quando é aplicada uma força lateral de 22 kN. Sabendo que a tensão de cisalhamento máxima admissível é 420 kPa, determine (*a*) a menor dimensão b admissível e (*b*) a menor espessura a necessária.

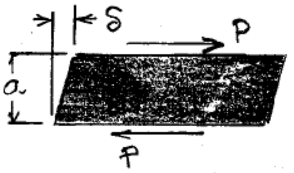


Shearing force $P = 22 \times 10^3$ N

Shearing stress $\tau = 420 \times 10^3$ Pa

$$\tau = \frac{P}{A} \quad \therefore \quad A = \frac{P}{\tau} = \frac{22 \times 10^3}{420 \times 10^3} = 52.381 \times 10^{-3}\ m^2$$

$$= 52.381 \times 10^3\ mm^2$$



$$A = (200\ mm)(b)$$

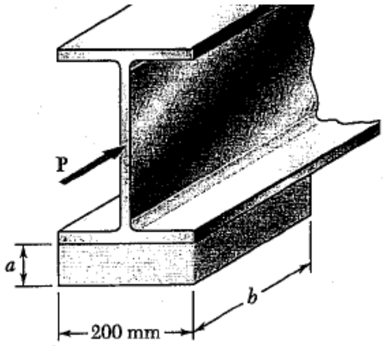
(a) $$b = \frac{A}{200} = \frac{52.381 \times 10^3}{200} = 262\ mm$$

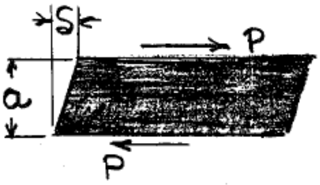
$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{420 \times 10^3}{0.9 \times 10^6} = 466.67 \times 10^{-3}$$

(b) But $\gamma = \frac{\delta}{a} \quad \therefore \quad a = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{10\ mm}{466.67 \times 10^{-3}} = 21.4\ mm$

2.82

2.82 Para o apoio de elastômero do Problema 2.81 com b = 220 mm e a = 30 mm, determine o módulo de cisalhamento G e a tensão de cisalhamento τ para uma força lateral máxima P = 19 kN e um deslocamento máximo δ = 12 mm.





Shearing force $P = 19 \times 10^3$ N

Area $A = (200\ mm)(220\ mm) = 44 \times 10^3\ mm^2$

$= 44 \times 10^{-3}\ m^2$

$$\tau = \frac{P}{A} = \frac{19 \times 10^3}{44 \times 10^{-3}} = 431.81 \times 10^3\ Pa$$

$$= 431\ kPa$$

Shearing strain $\gamma = \frac{\delta}{a} = \frac{12\ mm}{30\ mm} = 0.400$

Shearing modulus

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{431.81 \times 10^3}{0.4} = 1.080 \times 10^6\ Pa$$

$$= 1.080\ MPa$$