

INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense

Câmpus
Passo Fundo

EDUCAÇÃO
PÚBLICA
100%
GRATUITA

Estrutura de concreto armado

UNIDADE 3 - Solicitações normais: presso-flexão

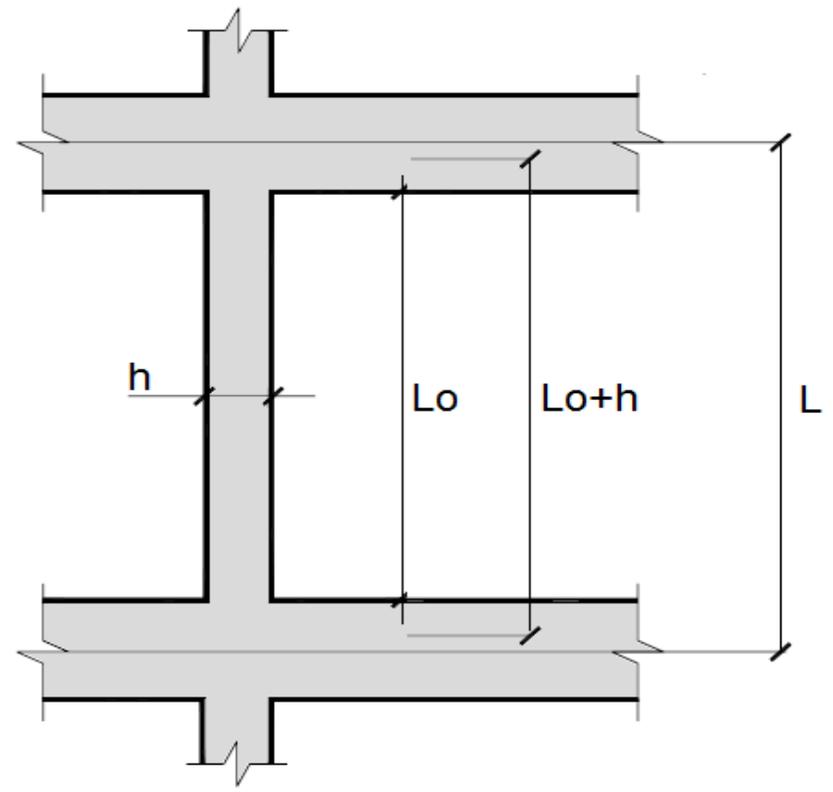
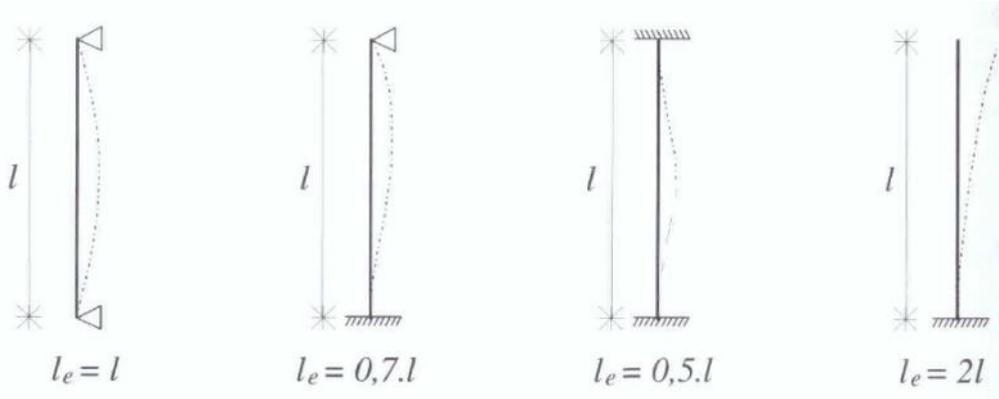
3.3 Presso-flexão reta e oblíqua

3.4 Instabilidade e efeitos de 2ª ordem



- Comprimento equivalente ou de flambagem:

$$l_e \leq \begin{cases} l_o + h \\ l \end{cases}$$





- Índice de esbeltez: $\lambda = \frac{l_e}{i}$

- Raio de giração: $i = \left(\frac{I}{A}\right)^{1/2}$

- Pilares retangulares:

$$\lambda = \frac{l_e}{i} = \frac{l_e}{\sqrt{\frac{b \cdot h^3}{12 \cdot b \cdot h}}} \rightarrow \lambda = \sqrt{12} \cdot \frac{l_e}{h}$$



Tipo	Índice de Esbeltez	Análise
Pilares curtos	$\lambda \leq 35$	Efeitos locais de 2ª ordem desprezados
Pilares medianamente esbeltos	$35 < \lambda \leq 90$	Efeitos locais de 2ª ordem podem ou não ser desprezados
Pilares esbeltos	$90 < \lambda \leq 140$	Efeitos de 2ª ordem e fluência devem ser considerados Multiplicar os esforços solicitantes finais por: $\gamma_{n1} = 1 + [0,01(\lambda - 140)/1,4]$



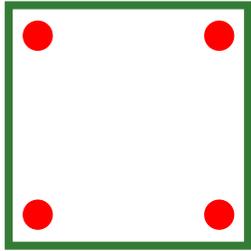
Tipo	Índice de Esbeltez	Análise
Pilares muito esbeltos	$140 < \lambda \leq 200$	Análise não-linear de 2ª ordem com discretização da barra Relação momento-curvatura real e não linearidade geométrica não aproximada
Limite	$\lambda > 200$	Permitido apenas para elementos pouco comprimidos $N < 0,10 \cdot f_{cd} \cdot A_c$



Classificação do pilar

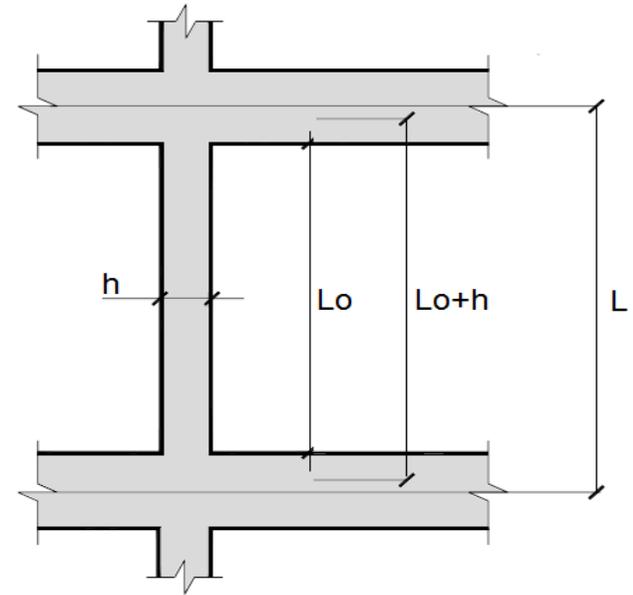
Pilar engastado
nas bordas

20 cm x 20 cm



4 x 10 mm

$$\lambda = \sqrt{12} \cdot \frac{l_e}{h}$$



$$l_e = 280 \text{ cm}$$

$$\lambda = \sqrt{12} \cdot \frac{280}{20} = 48$$

$$l_e = 550 \text{ cm}$$

$$\lambda = \sqrt{12} \cdot \frac{550}{20} = 95$$



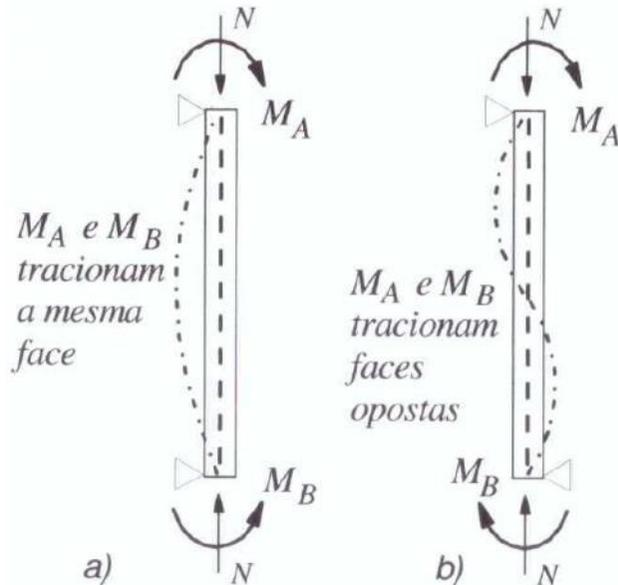
- Item 15.8.2 → Os esforços de 2ª ordem podem ser desprezados quando:

$$\lambda \leq \lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \text{ com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

- $\frac{e_1}{h}$: excentricidade relativa de 1ª ordem na extremidade do pilar onde ocorre o momento de 1ª ordem de maior valor absoluto
- α_b : relativo a forma de vinculação dos extremos da coluna isolada e a forma do diagrama de momentos de 1ª ordem



Casos	α_b
Pilares biapoiados sem cargas transversais	$1,0 \geq \alpha_b = 0,60 + \frac{0,40M_B}{M_A} \geq 0,40$ <p>M_A: maior dos momentos de 1ª ordem em valor absoluto</p> <p>M_B: sinal positivo se esse momento traciona a mesma face que M_A e negativo caso contrário</p>



- a) situação mais desfavorável: momentos tracionam a mesma face do pilar e causam maior curvatura nas seções;
- b) situação menos desfavorável: momentos tracionam as faces opostas, com menor deslocamento das seções centrais.



Casos	α_b
Pilares biapoiados com cargas transversais	$\alpha_b = 1,0$
Pilares em balanço	$1,0 \geq \alpha_b = 0,80 + \frac{0,20M_C}{M_A} \geq 0,85$ M_A : momento no engaste M_C : momento de 1ª ordem no meio do pilar
Pilar biapoiado com momento < momento mínimo 1ª ordem	$\alpha_b = 1,0$



- Dimensionar um pilar de concreto armado:

Seção retangular 30 cm x 40 cm

Comprimento equivalente $l_e = 4,0$ m

$N_k = 1000$ kN

Momentos transmitidos por vigas:

$$M_y = 30 \text{ kNm}$$

$$M_x = 15 \text{ kNm}$$

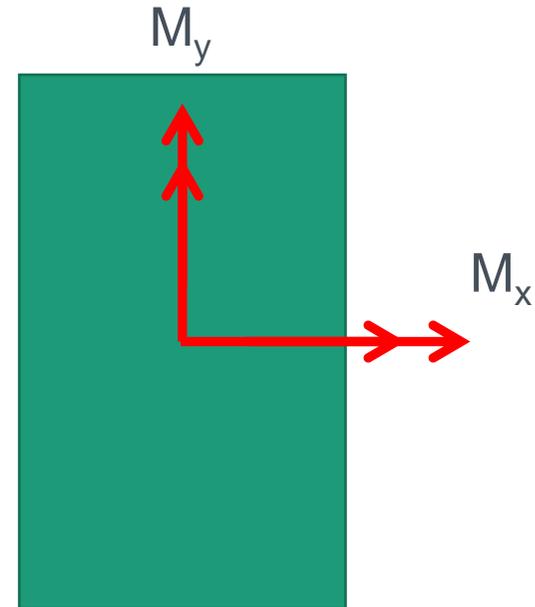
Concreto C-25

Aço CA-50

$d' = 0,05$ m

Pilares biapoiados sem carga transversal

Adotar $\alpha_b = 0,4$





- 15.8.3.2. Método geral → Discretização da barra, relação momento-curvatura real e não linearidade geométrica não aproximada
 - $\lambda > 140$
- 15.8.3.3. Métodos aproximados
 - Método do pilar-padrão com curvatura aproximada
 - Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada
 - Método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r
 - Método do pilar-padrão para pilares de seção retangular submetidas à flexão composta oblíqua

	DEFORMAÇÕES	MÉTODO DE CÁLCULO			FLUÊNCIA
		GERAL	M, N, 1/r	APROXIMADO	
$\lambda \leq \lambda_1$	dispensável	-	-	-	-
$\lambda \leq 90$	obrigatório	dispensável	permitido	permitido	dispensável
$\lambda \leq 140$		obrigatório	obrigatório	não permitido	obrigatório
$\lambda \leq 200$					



- Pilares com $\lambda \leq 90$, com seção constante e armadura simétrica e constante.
- Não linearidade geométrica \rightarrow aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal.
- Não linearidade física \rightarrow expressão aproximada da curvatura na seção crítica.
- Curvatura (h = dimensão da seção na direção considerada em metros)

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

- Força normal adimensional

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

- Momento total máximo

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \cdot e_2 \geq M_{1d,A}$$

- Excentricidade de 2ª ordem

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r}$$



Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada

- Pilares com $\lambda \leq 90$, com seção constante e armadura simétrica e constante.
- Não linearidade geométrica \rightarrow aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal.
- Não linearidade física \rightarrow expressão aproximada da rigidez.
- Rigidez adimensional aproximada
- Momento total máximo

$$\kappa_{aprox} = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{h \cdot N_d} \right) \cdot \nu$$

$$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b \cdot M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \cdot \kappa / \nu}} \geq M_{1d,A}$$

- Verificação $\rightarrow M_{Rd,tot} =$ Momento resistente da armadura

- Dimensionamento $\rightarrow M_{Rd,tot} = M_{Sd,tot}$

$$A \cdot M_{Sd,tot}^2 + B \cdot M_{Sd,tot} + C = 0, \text{ onde } \begin{cases} A = 5 \cdot h \\ B = h^2 \cdot N_d - \frac{N_d \cdot l_e^2}{320} - 5 \cdot h \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \\ C = -N_d \cdot h^2 \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \end{cases}$$

$$M_{Sd,tot} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A}$$



- Item 15.8.4: Obrigatória para pilares com $\lambda > 90$

$$e_{cc} = \left(\frac{M_{sg}}{N_{sg}} + e_a \right) \left(2,718^{\frac{\varphi N_{sg}}{N_e - N_{sg}}} - 1 \right)$$

$$N_e = \frac{10E_{ci}I_c}{l_e^2}$$

e_a é excentricidade devida a imperfeições locais

M_{sg} e N_{sg} são os esforços solicitantes devidos à combinação quase permanente

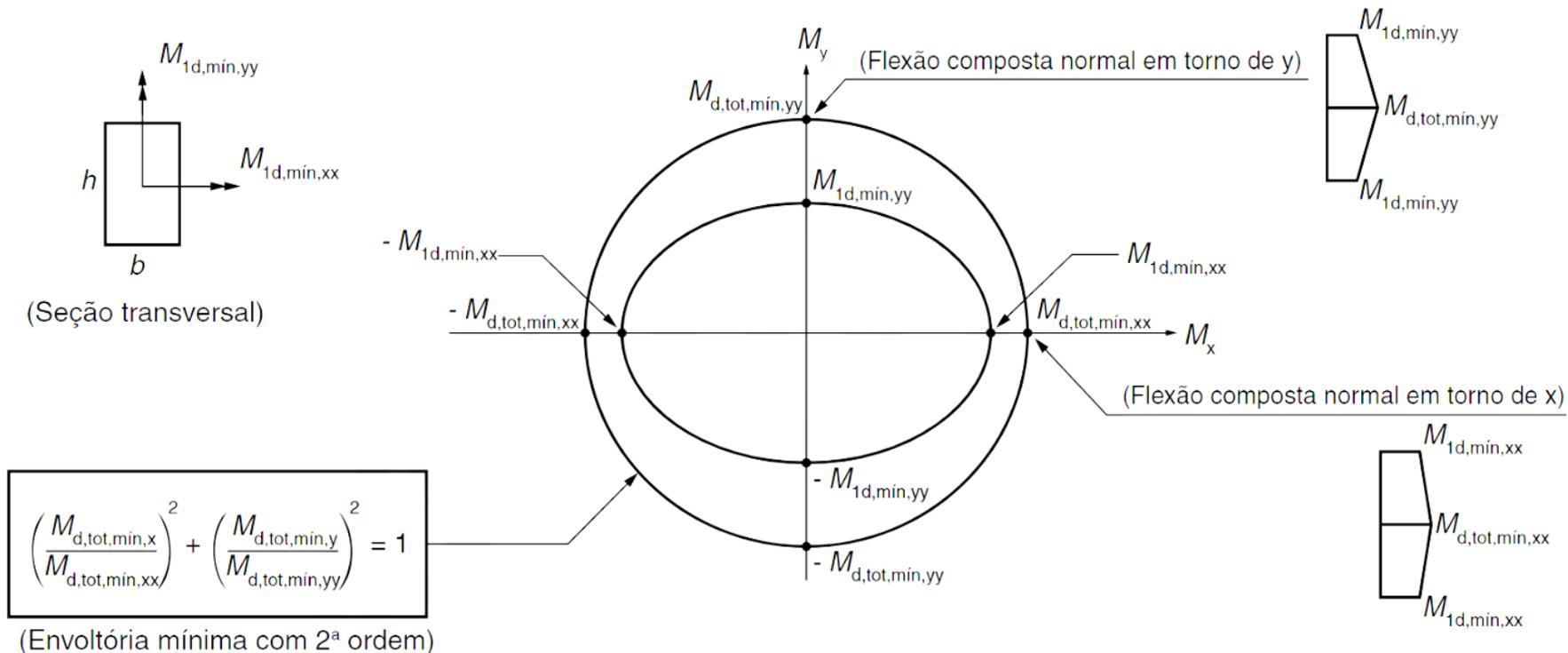
φ é o coeficiente de fluência



Imperfeições geométricas – item 15.3.2

Momento mínimo – seção retangular

- Momento mínimo → envoltória resistente que englobe a envoltória mínima com 2ª ordem, cujos momentos totais são calculados a partir dos momentos mínimos de 1ª ordem e de acordo com 15.8.3.

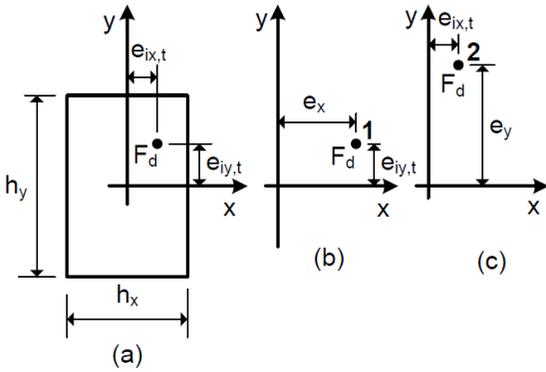


Sendo: $M_{d,tot,min,xx}$ e $M_{d,tot,min,yy}$ as componentes em flexão composta normal e
 $M_{d,tot,min,x}$ e $M_{d,tot,min,y}$ as componentes em flexão composta oblíqua

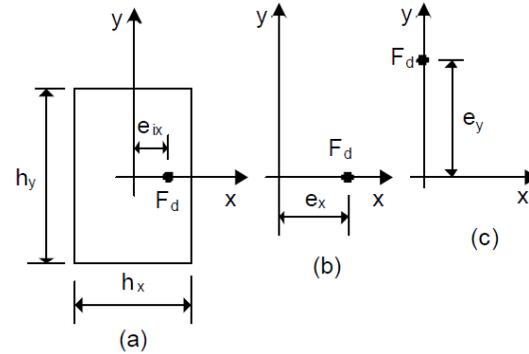
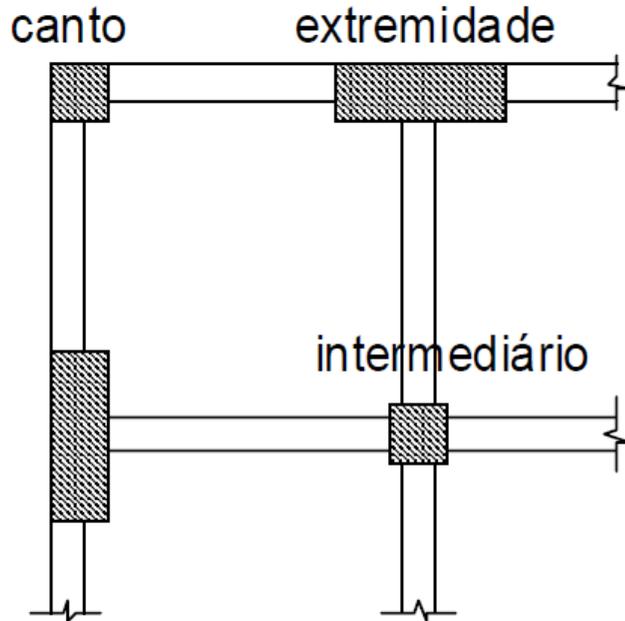


Situações de projetos de pilares

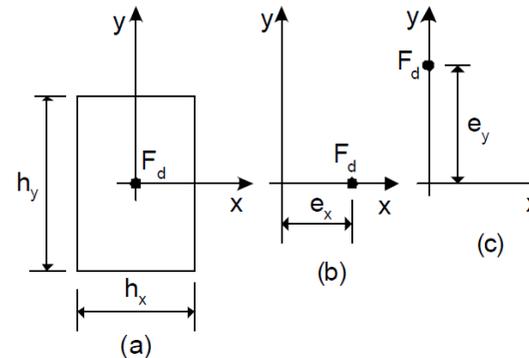
Simplificações



- **Pilar de canto:** Considera-se os momentos nas duas direções \rightarrow Flexo-compressão oblíqua



- **Pilar de extremidade:** Considera-se o momento da viga que termina no pilar \rightarrow Flexo-compressão normal



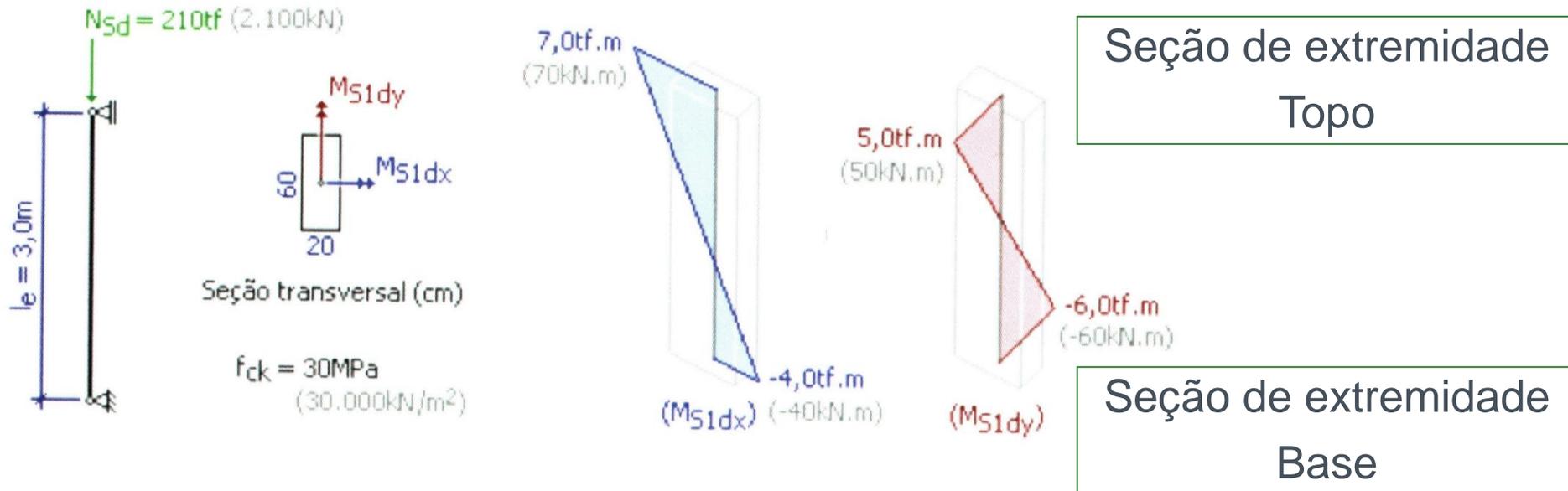
- **Pilar intermediário:** despreza-se os momentos transmitidos pelas vigas \rightarrow Compressão centrada.



Situações de projetos de pilares

Seções do pilar

- Variações no momento fletor ao longo do comprimento do pilar



- Qual a seção mais desfavorável para os esforços de 2ª ordem?

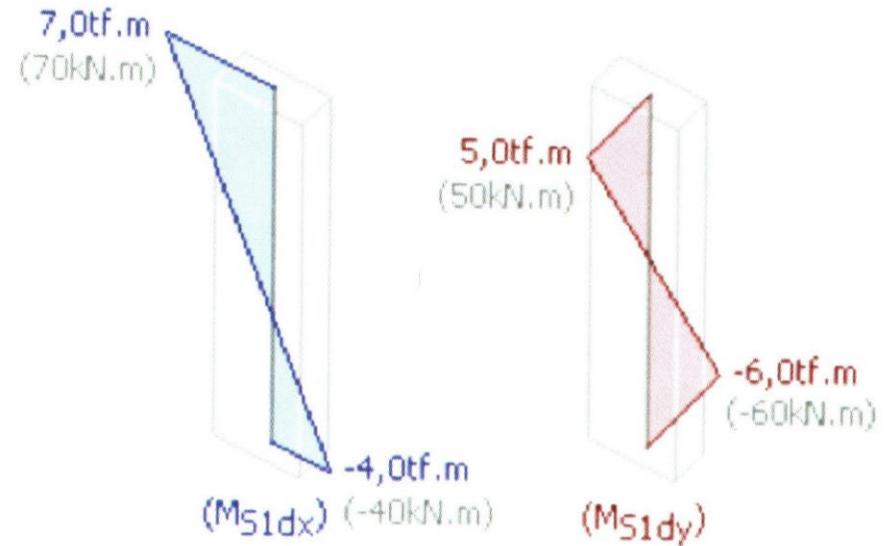
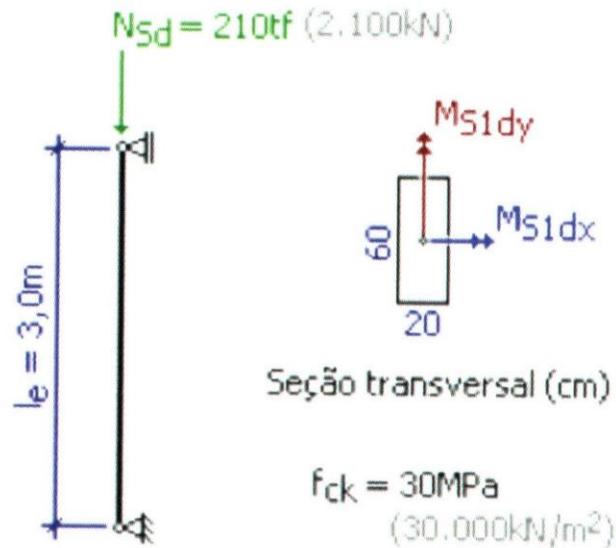
Seção Intermediária



Análise dos esforços de 2ª ordem

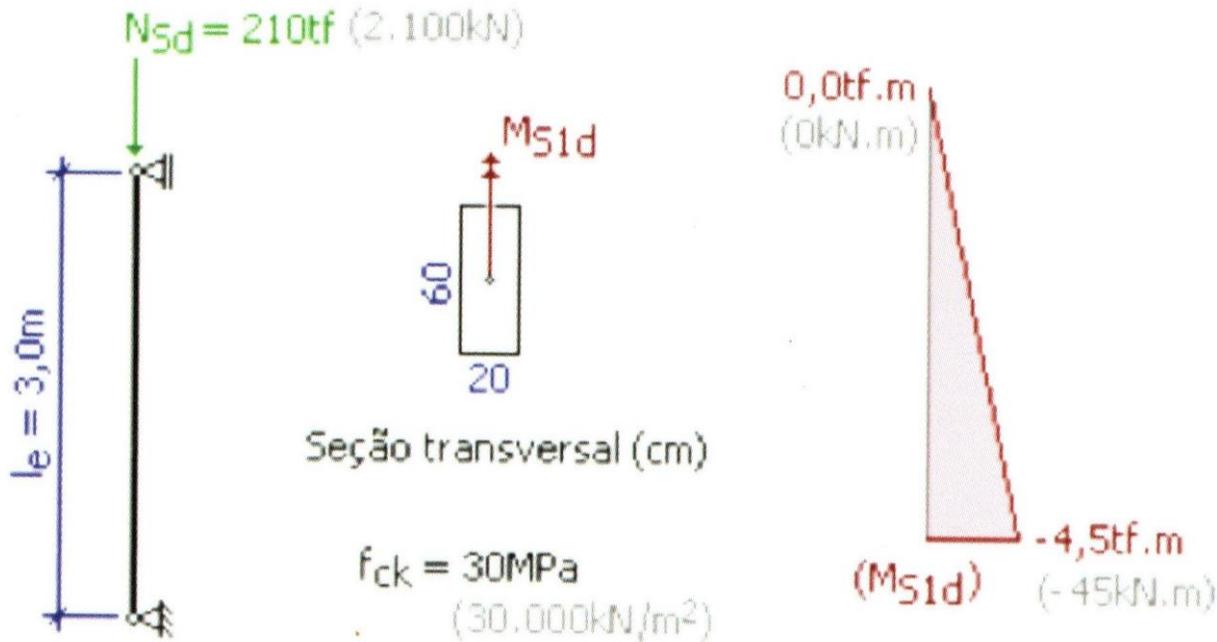


Dimensionar a armadura longitudinal e transversal para o pilar.





Dimensionar a armadura longitudinal e transversal para o pilar.





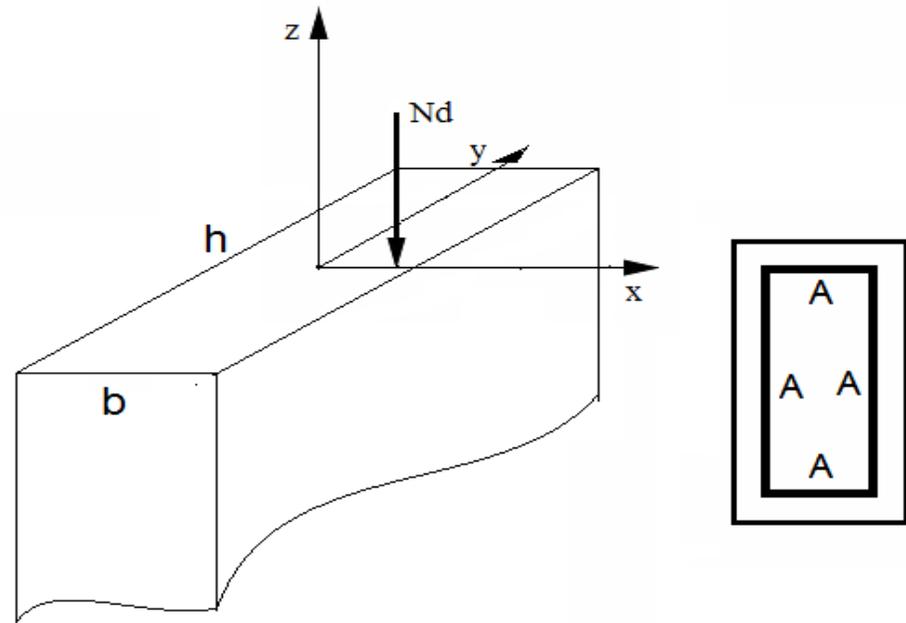
Dimensionar a armadura longitudinal e transversal para o pilar submetido à flexocompressão normal.

Dados:

$N_k = 600 \text{ kN}$
 $M_y = 35 \text{ kN.m}$
 $M_x = 0$

$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$
Aço = CA50

$b = 20 \text{ cm}$
 $h = 40 \text{ cm}$
 $L_e = 365 \text{ cm}$
 $\alpha_b = 1,0$





Dimensionar a armadura longitudinal e transversal para o pilar submetido à flexocompressão normal.

Dados:

$$N_k = 1950 \text{ kN}$$

$$M_y = 60 \text{ kN.m}$$

$$M_x = 0$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

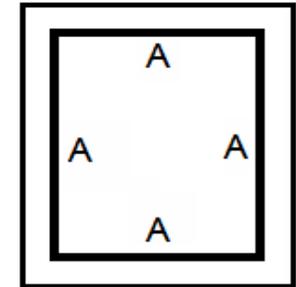
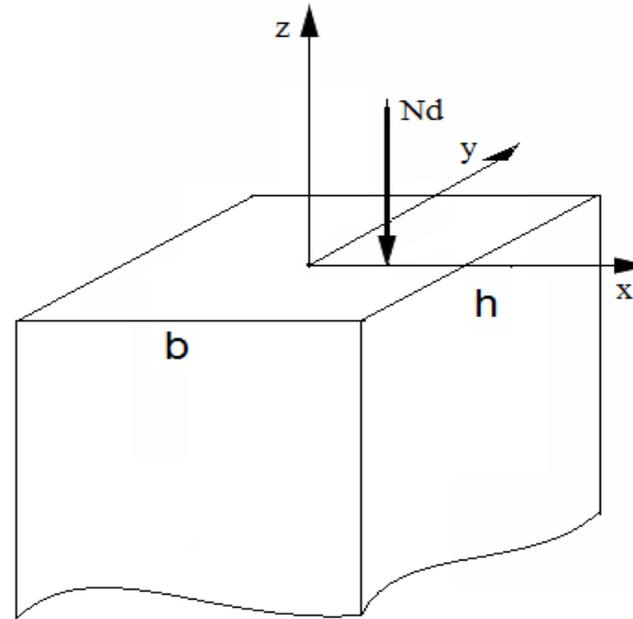
$$\text{Aço} = \text{CA50}$$

$$b = 50 \text{ cm}$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

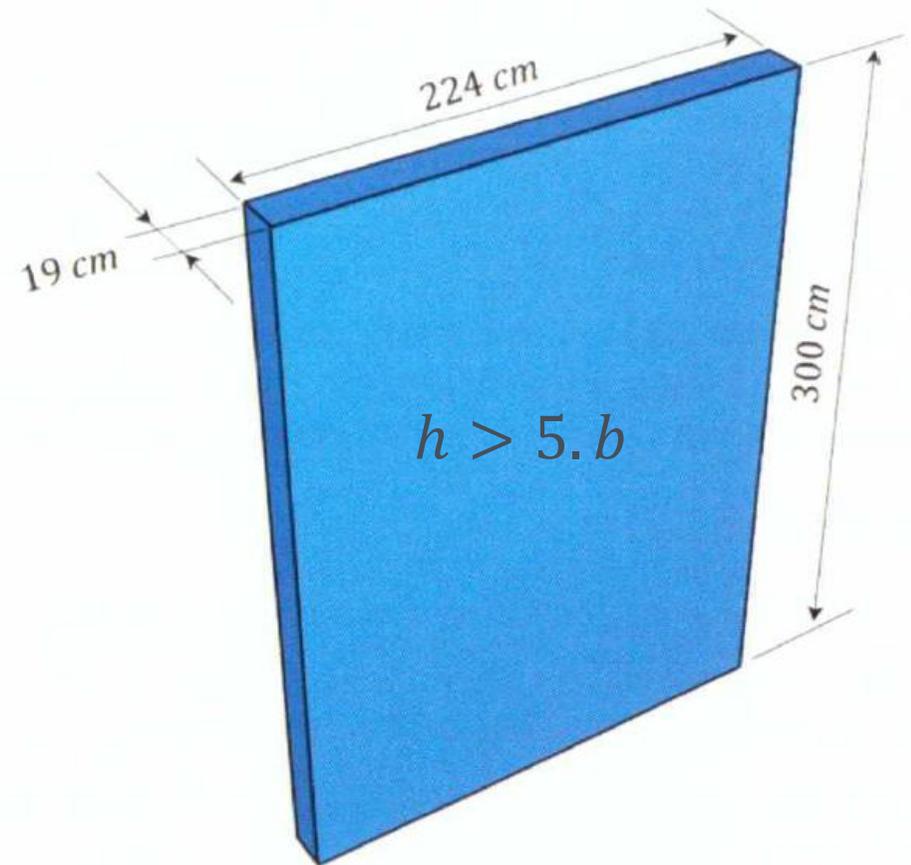
$$L_e = 640 \text{ cm}$$

$$\alpha_b = 1,0$$



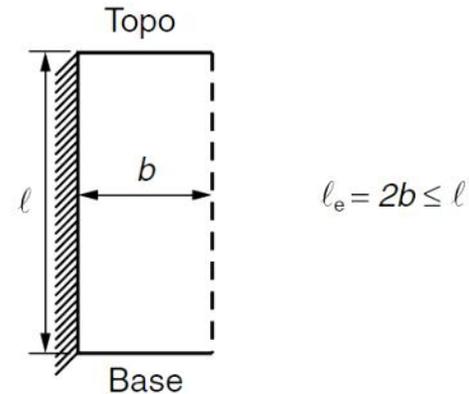
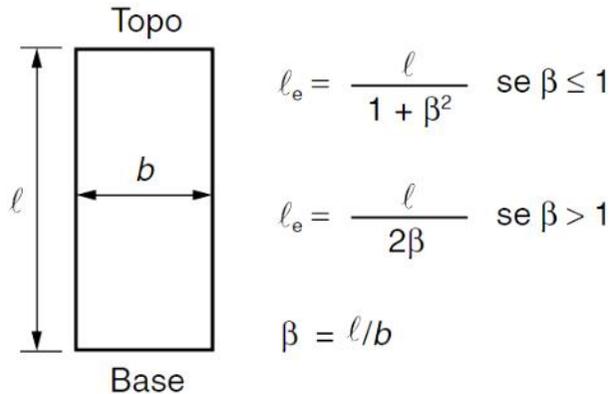
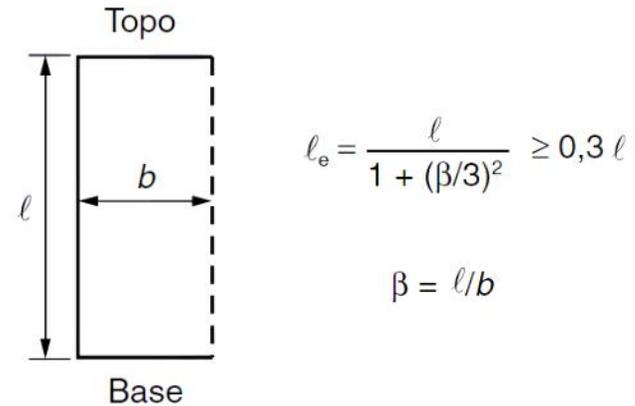
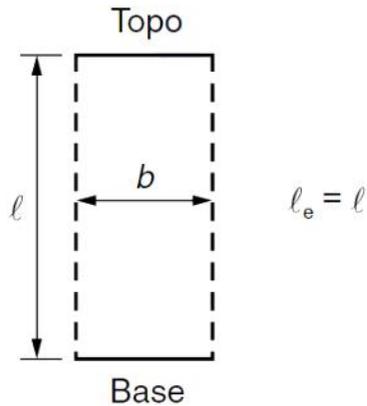


- Travamento adequado nos pavimentos
- Análise dos efeitos locais conforme 15.8
 - Pilares
- Análise dos efeitos localizados





- Dispensa da análise de 2ª ordem
 - Base e topo fixados a estrutura
 - $\lambda < 35$



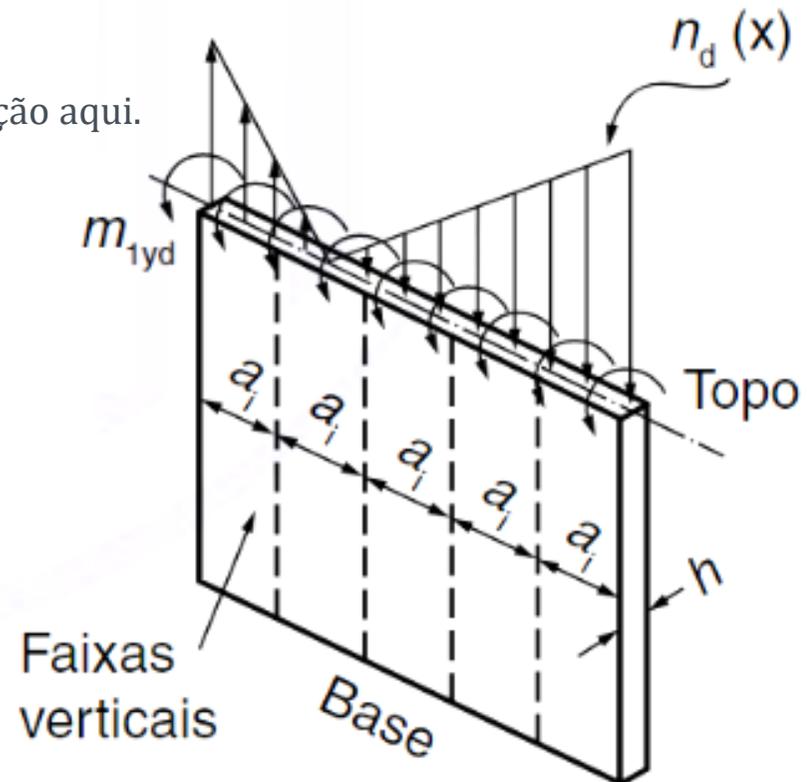
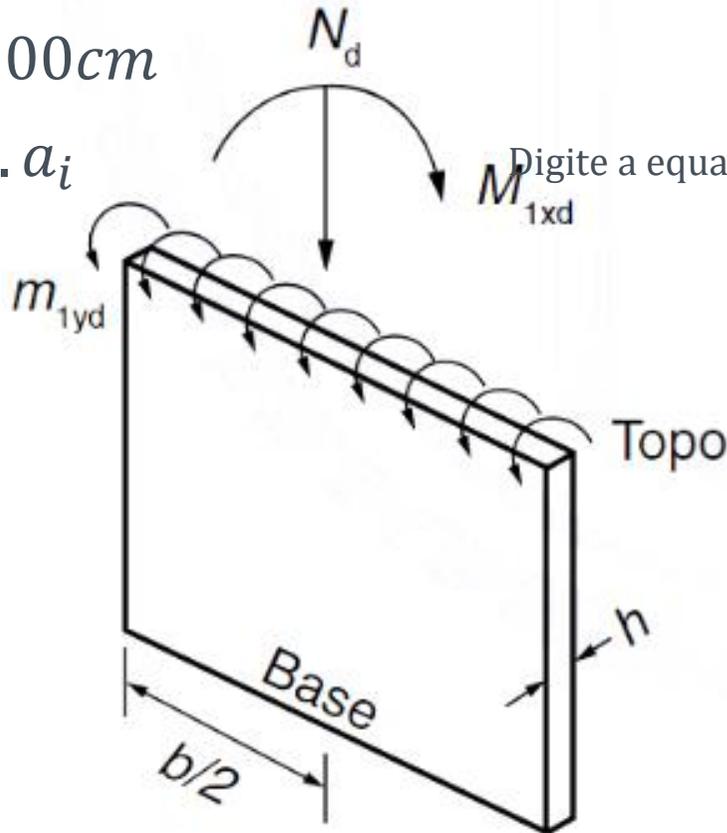


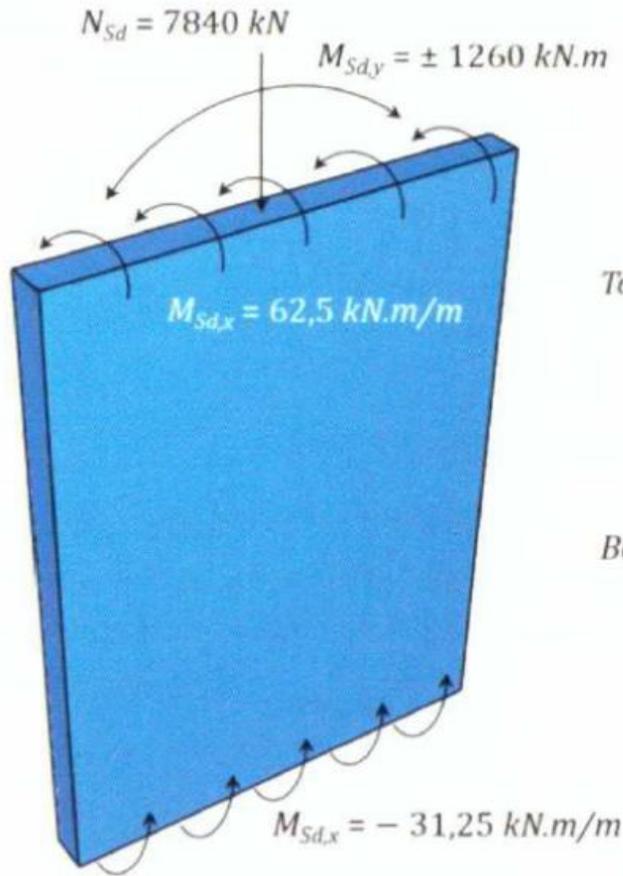
- 15.9.3 Efeitos localizados de 2ª ordem
 - Faixas verticais → pilares isolados

$$a_i = 3 \cdot h \leq 100 \text{ cm}$$

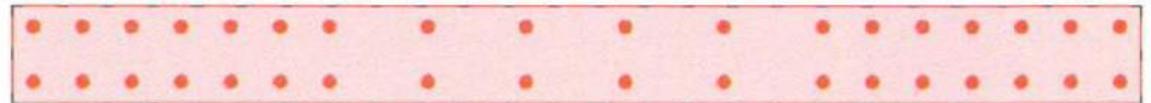
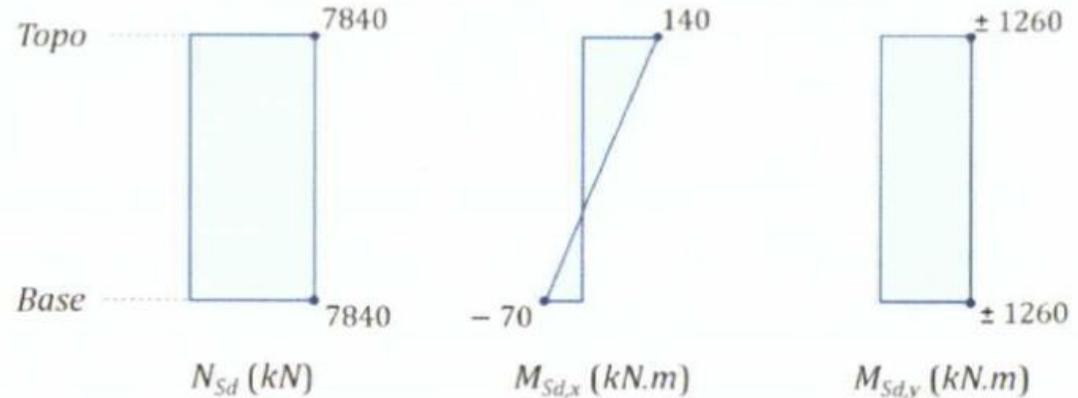
$$M_{yid} \geq m_{1yd} \cdot a_i$$

Digite a equação aqui.





Combinação ELU



- 36 $\phi 20 \text{ mm}$ ($A_s = 113,1 \text{ cm}^2$; $A_s/A_c = 2,7 \%$)



- Clímaco, J. C. T. S. Estruturas de concreto armado. Fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação. 3ª edição. Rio de Janeiro: Elsevier, 2016.
- Araújo, J. M. Curso de concreto armado. Volume 3. Rio Grande: Dunas, 2003
- Pinheiro, L. M.; Baraldi, L. T.; Porem, M. E. Estruturas de concreto: Ábacos para flexão oblíqua. São Carlos: USP, 2009.
- Venturini, W. S.; Rodrigues, R. O. Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta. São Carlos: USP, 1987.
- IBRACON. ABNT NBR 6118:2014. Comentários e exemplos de aplicação. Rio de Janeiro: IBRACON, 2015.