



**INSTITUTO
FEDERAL**
Sul-rio-grandense
Câmpus
Passo Fundo

EDUCAÇÃO
PÚBLICA
100%
GRATUITA

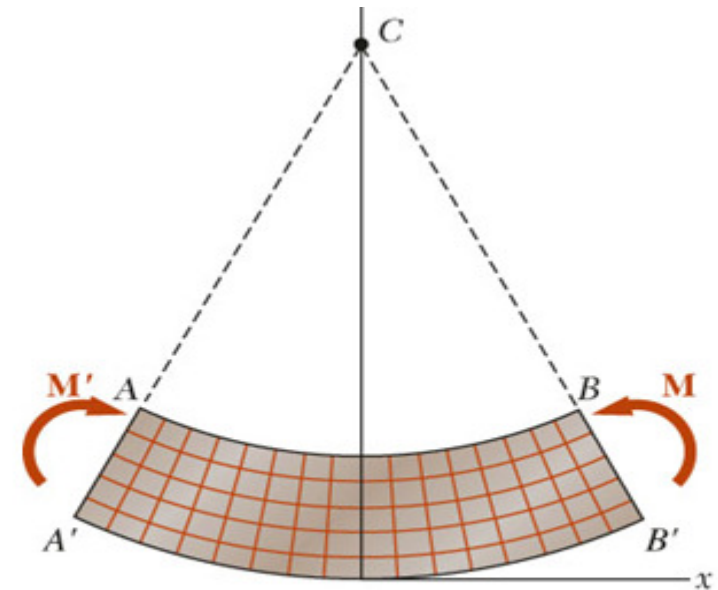
RESISTÊNCIAS DOS MATERIAIS

05 – FLEXÃO PURA

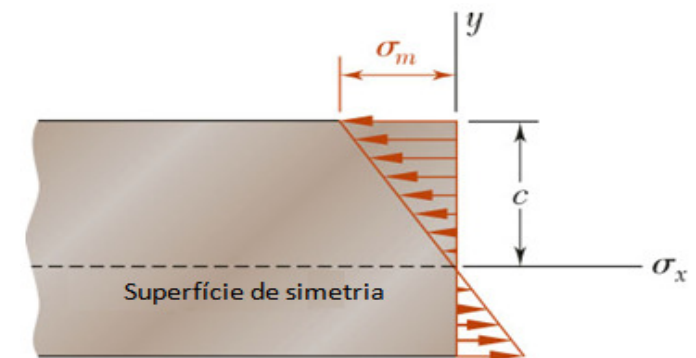
©2024 - Prof. Dr. Rodrigo Bordignon

FLEXÃO PURA (RETA)

- É o estado mais simples e comum de flexão.
- As fibras inferiores se alongam e as fibras superiores se encurtam.
- Existe uma superfície neutra paralela às superfícies superior e inferior e para a qual o comprimento não muda e não existe tensão normal. A esta superfície chamamos de LINHA NEUTRA (LN).

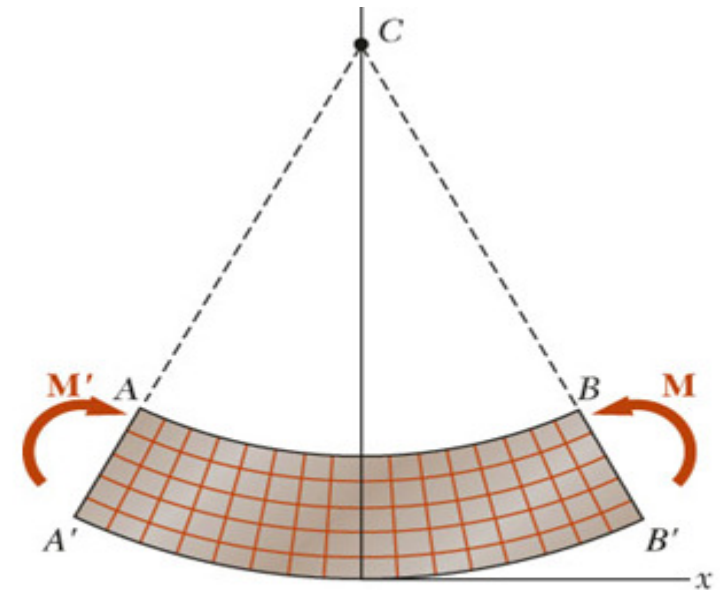


(a) Seção vertical, longitudinal
(plano de simetria)

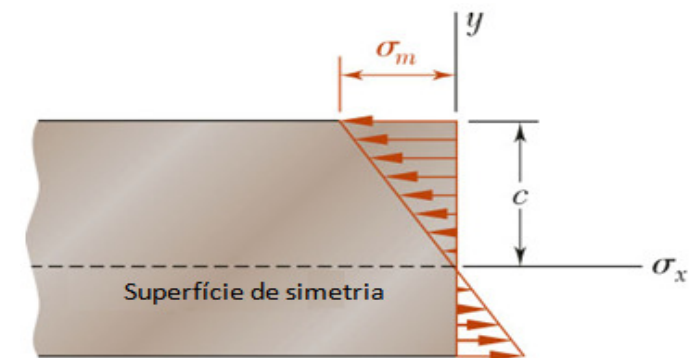


FLEXÃO PURA (RETA)

- As tensões são negativas (compressão) acima do linha neutra e positivo (tração) abaixo.
- A LN representa fisicamente o eixo em torno do qual a seção gira.
- Quanto mais afastada for a fibra da LN, maior será sua deformação e conseqüentemente maior será a tensão correspondente.
- No caso de flexão pura, a LN passa pelo centro geométrico da seção transversal.

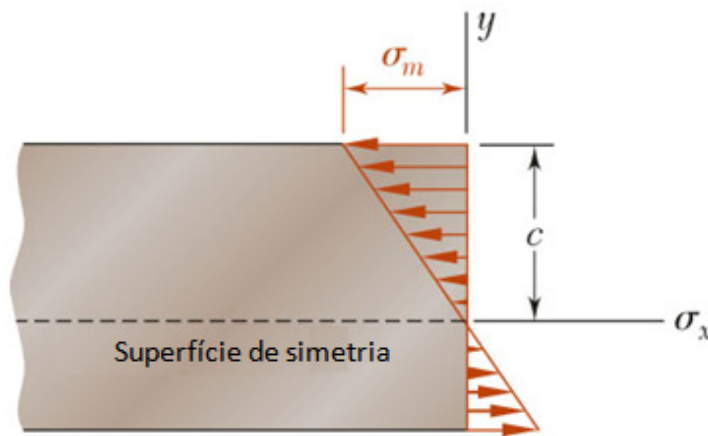


(a) Seção vertical, longitudinal
(plano de simetria)



FLEXÃO PURA (RETA)

- A tensão normal para qualquer distância y da linha neutra:



$$\sigma_x = -\frac{M \cdot y}{I}$$

$$W = \frac{I}{c}$$

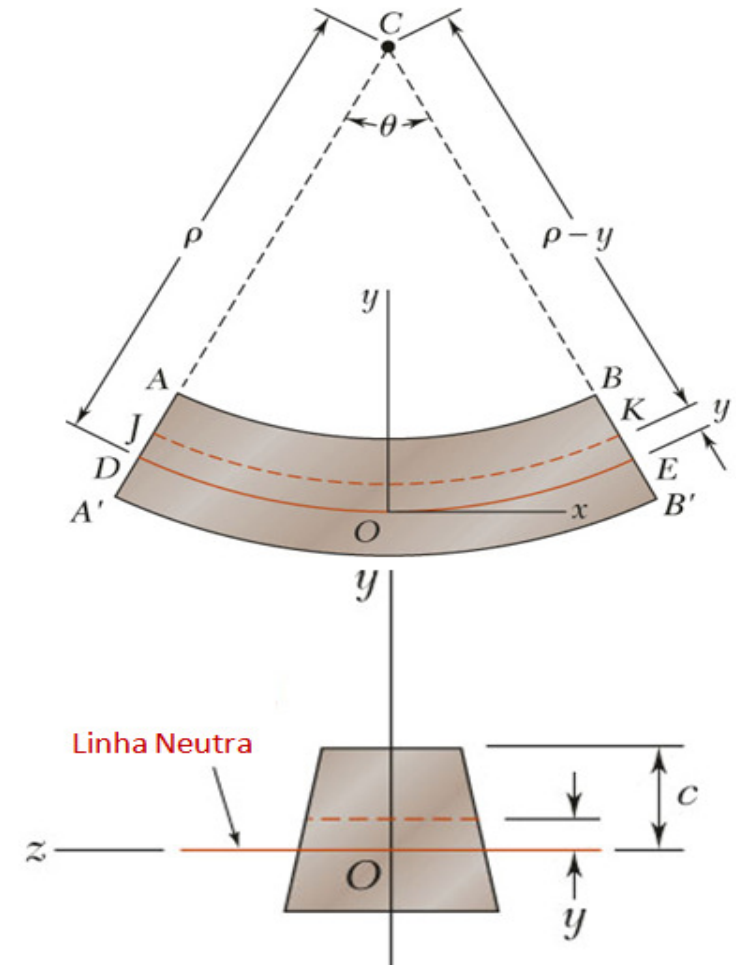
$$\sigma_x = -\frac{M}{W}$$



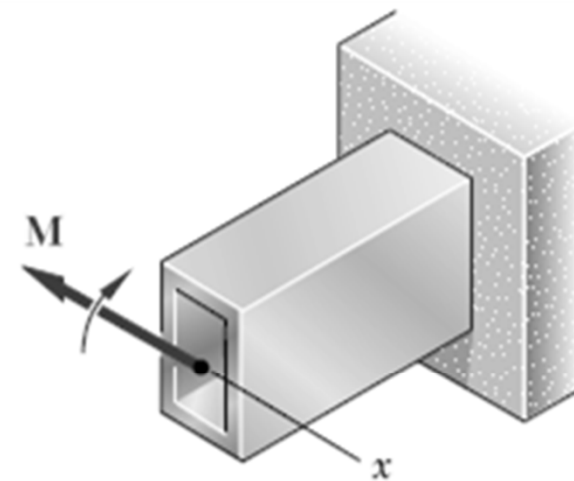
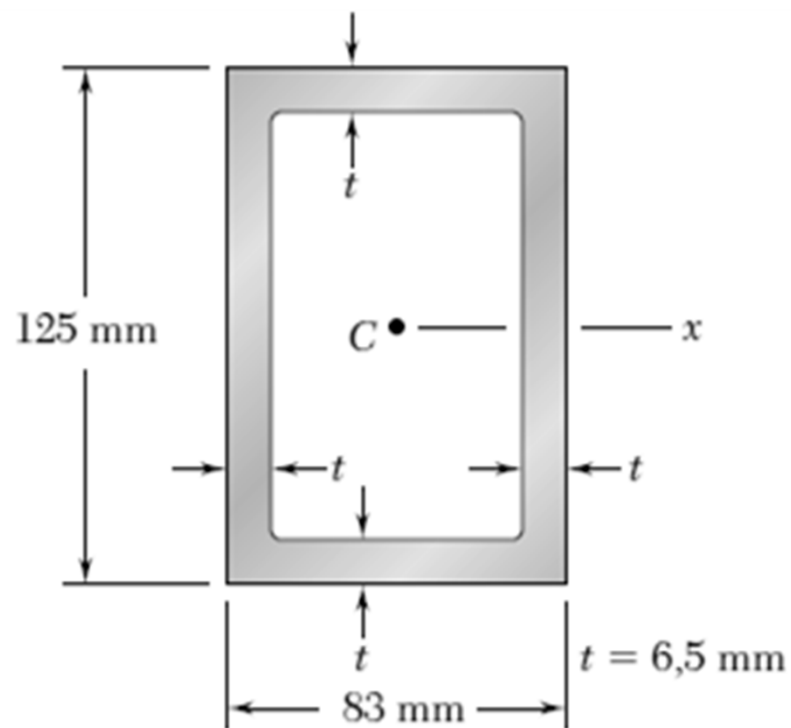
FLEXÃO PURA (RETA)

- A deformação da viga provocada pelo momento fletor M é medida pela curvatura da superfície neutra. A curvatura é definida como o inverso do raio de curvatura:

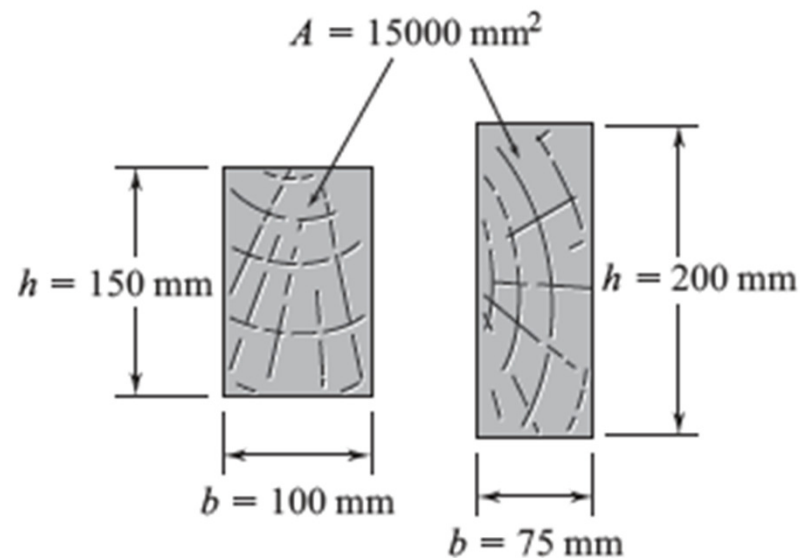
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$



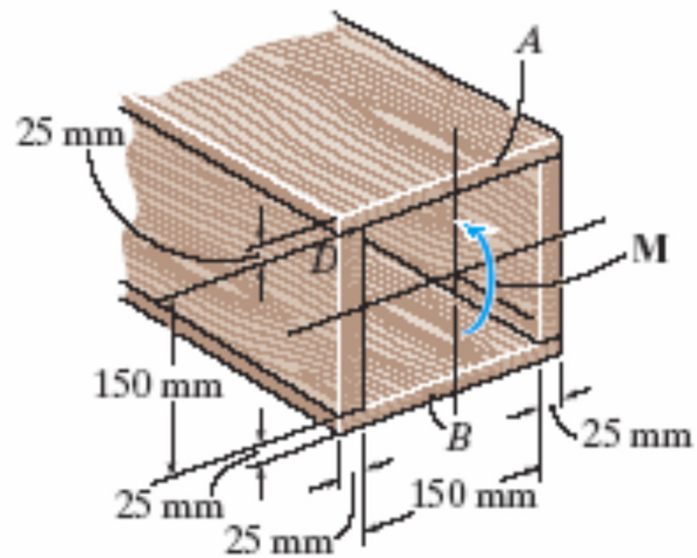
Ex. 01 - O tubo mostrado na figura é feito de aço com limite de escoamento de 250 MPa e módulo de elasticidade de 200 GPa. Considerando um coeficiente de ponderação da resistência do material de 1,15, determine o momento fletor máximo que pode ser aplicado e o respectivo raio de curvatura.



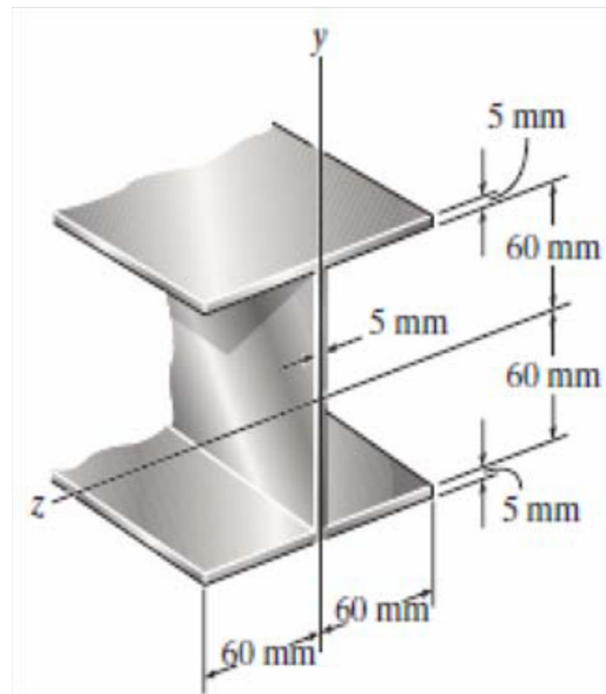
Ex. 02 – Duas vigas de madeira, com a mesma área da seção transversal, estão submetidas a um momento fletor de $56,25 \text{ kN}\cdot\text{m}$. Determine a máxima tensão respectiva atuante no material e esboce o diagrama da distribuição de tensões atuando sobre a seção transversal.



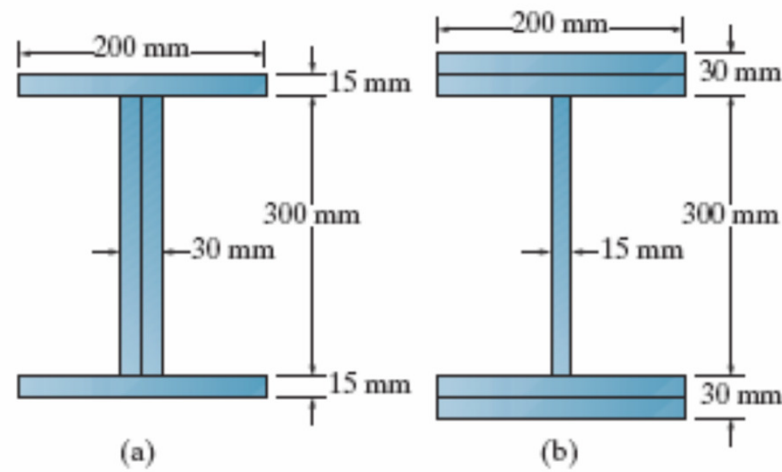
Ex. 03 – Determine o momento que deve ser aplicado à viga para criar uma tensão máxima de 30 MPa no material.



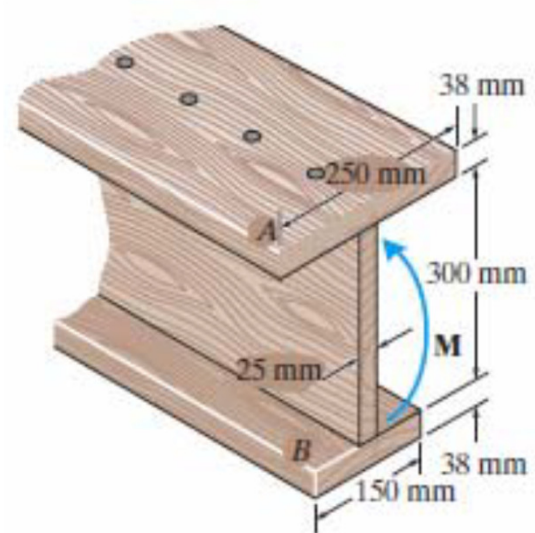
Ex. 04 – Uma viga tem a seção transversal mostrada na figura. Considerando que ela foi feita de aço que tem uma tensão admissível de 217 MPa, determine o maior momento fletor que a viga pode resistir se o mesmo for aplicado (a) em torno do eixo z, (b) em torno do eixo y.



Ex. 05 – Duas propostas para o projeto de uma viga foram apresentados. Determine qual delas suportará um momento de 150 kN·m com a menor tensão normal de flexão atuante no material.

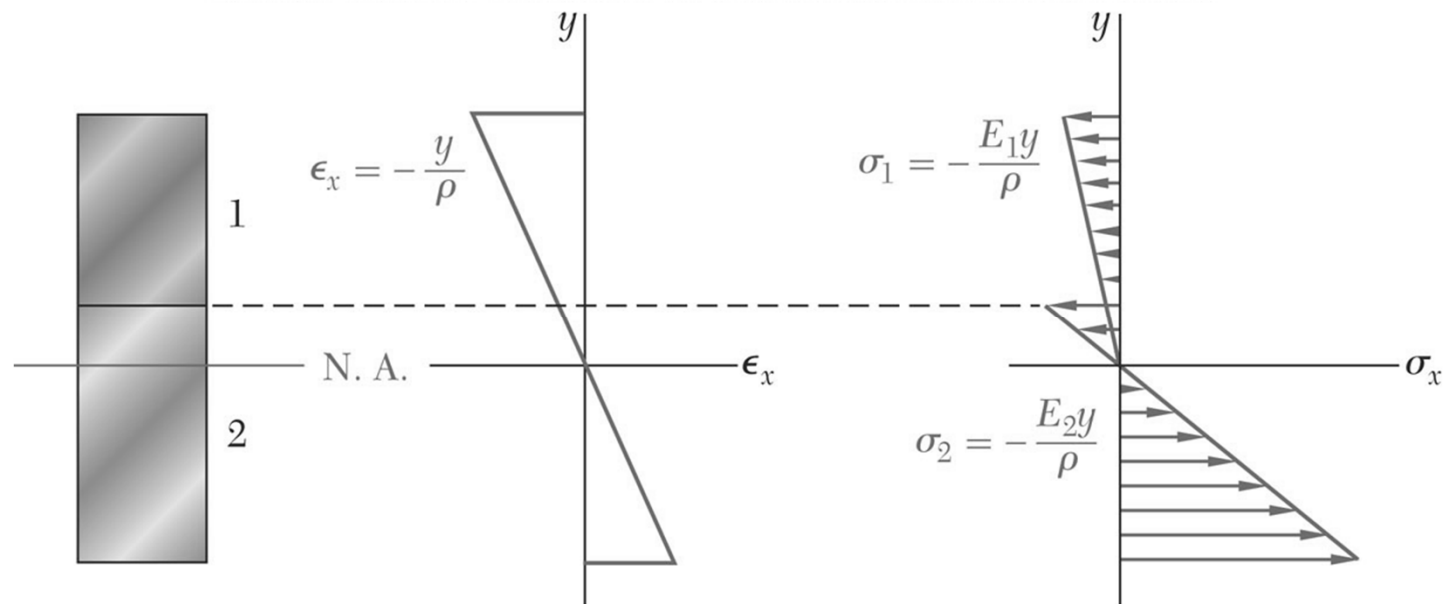


Ex. 06 – A viga é feita de três tábuas pregadas, como mostrado na figura. Se o momento atuando na seção transversal for $M = 12 \text{ kN}\cdot\text{m}$, determine as tensões de flexão máximas na viga. Esboce um diagrama da distribuição de tensão atuando sobre a seção transversal.



FLEXÃO DE ELEMENTOS CONSTITUÍDAS DE VÁRIOS MATERIAIS

- Se o elemento submetida à flexão pura for constituída de dois ou mais materiais com diferentes módulos de elasticidade, não podemos supor que a LN passe através do centróide da seção composta.



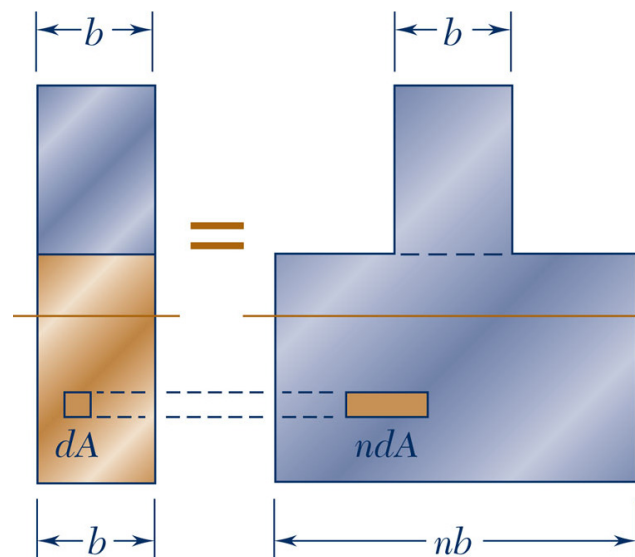
FLEXÃO DE ELEMENTOS CONSTITUÍDAS DE VÁRIOS MATERIAIS

- A resistência à flexão do elemento permaneceria a mesma se ambas as partes fossem do mesmo material, desde que a largura fosse multiplicada por um coeficiente n :

se $n > 1$, alargamento

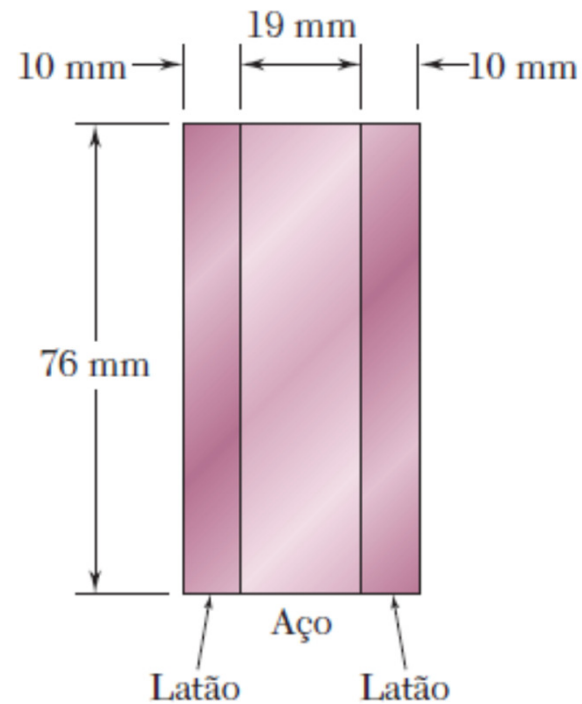
se $n < 1$, estreitamento, paralela à LN.

- A nova seção transversal obtida dessa maneira é chamada de seção transformada.



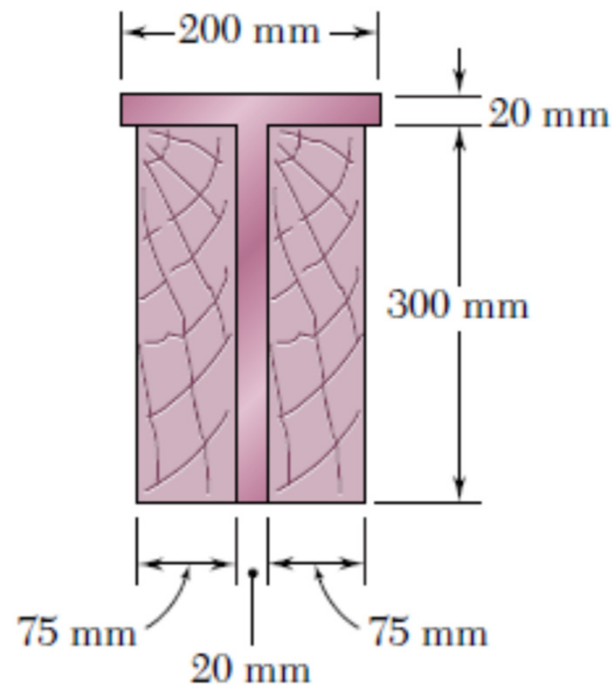
Ex. 07

Uma barra obtida unindo-se duas peças de aço ($E_{aço} = 203 \text{ GPa}$) e latão ($E_{latão} = 105 \text{ GPa}$) tem a seção transversal mostrada na Fig. 4.27. Determine a tensão máxima no aço e no latão quando a barra estiver em flexão pura com um momento fletor $M = 4,5 \text{ kN} \cdot \text{m}$.



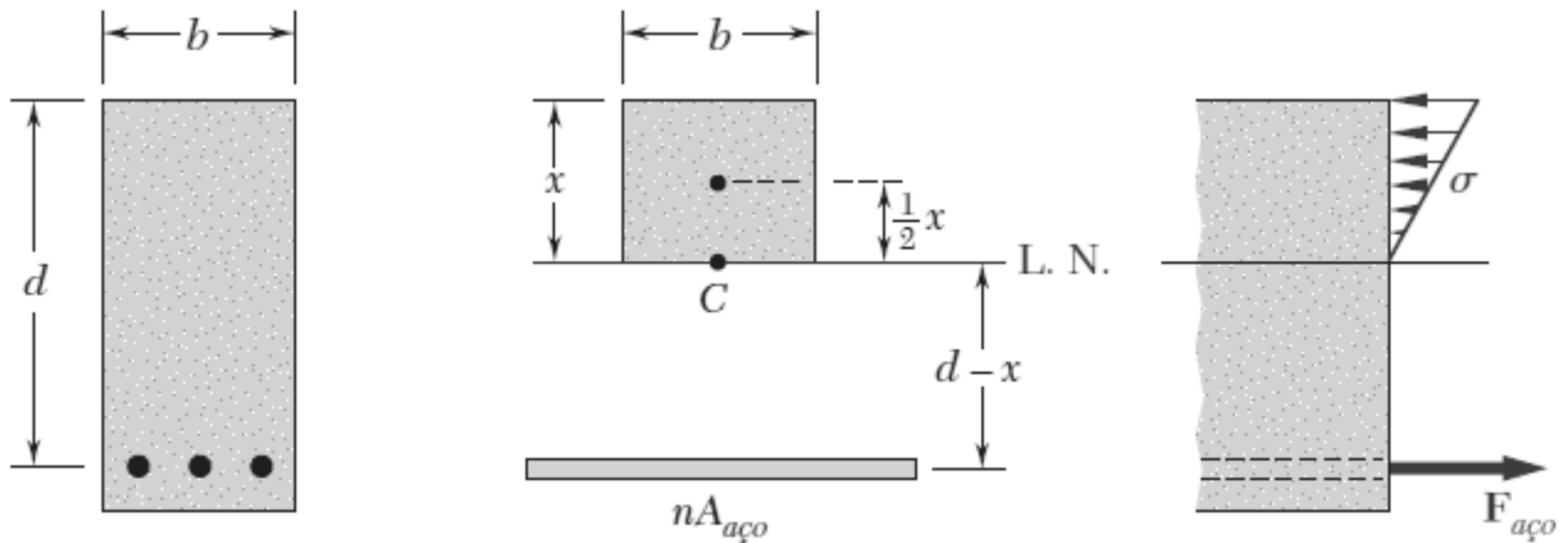
Ex. 08

Duas placas de aço foram soldadas para formar uma viga em forma de T que foi reforçada aparafusando-se firmemente a ela duas pranchas de carvalho, conforme mostra a figura. O módulo de elasticidade é de 12,5 GPa para a madeira e de 200 GPa para o aço. Sabendo que um momento fletor $M = 50 \text{ kN} \cdot \text{m}$ é aplicado à viga composta, determine (a) a tensão máxima na madeira e (b) a tensão no aço ao longo da borda superior.



FLEXÃO DE ELEMENTOS CONSTITUÍDAS DE VÁRIOS MATERIAIS

- Um exemplo importante de elementos estruturais constituídos de dois materiais diferentes é o concreto armado.

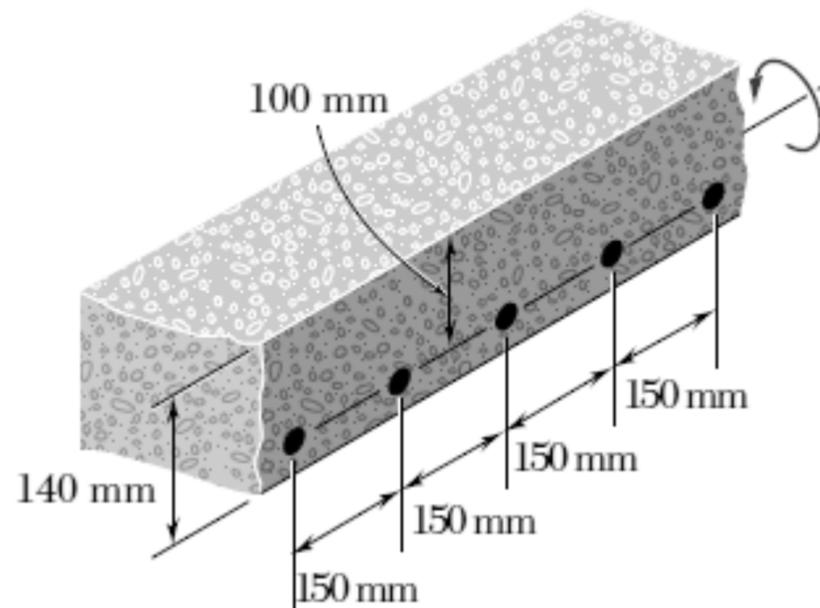


$$(b \cdot x) \frac{x}{2} = n \cdot A_s (d - x)$$

$$b \frac{x^2}{2} + n \cdot A_s \cdot x - n \cdot A_s \cdot d = 0$$

Ex. 09

Uma laje de piso de concreto é reforçada por barras de aço de 16 mm de diâmetro colocadas 38 mm acima da face inferior da laje, com 150 mm de espaço entre seus centros. O módulo de elasticidade é de 25 GPa para o concreto usado e de 205 GPa para o aço. Sabendo que é aplicado um momento fletor de $4,5 \text{ kN} \cdot \text{m}$ a cada 300 mm de largura da laje, determine (a) a tensão máxima no concreto e (b) a tensão no aço.



Ex. 10 Uma viga de concreto armado é reforçada por quatro barras de aço. Sabendo que a tensão admissível do concreto é de 14,3 MPa e do aço 434 MPa, determine:

- a posição da linha neutra;
- o máximo momento fletor positivo admissível.

Dados:

$$E_{\text{aço}} = 200 \text{ GPa};$$

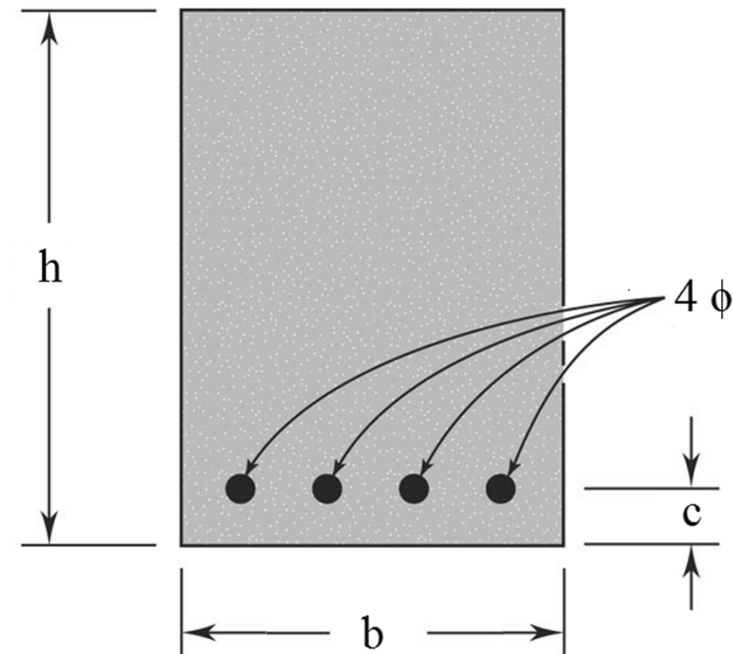
$$E_{\text{concreto}} = 25 \text{ GPa};$$

$$b = 25 \text{ cm};$$

$$h = 55 \text{ cm};$$

$$c = 3 \text{ cm};$$

$$\Phi = 12,50 \text{ mm}.$$





EDUCAÇÃO
PÚBLICA
100%
GRATUITA

MUITO OBRIGADO

Prof. Rodrigo Bordignon
Engenheiro Civil, Dr.

*www.ifsul.edu.br
rodrigobordignon@ifsul.edu.br*