EXERCÍCIOS

115. Obtenha o 10º e o 15º termos da P.G. (1, 2, 4, 8, ...).

Solução

$a_{10} = a_1 \cdot q^9 = 1 \cdot 2^9 = 512$

$a_{15} = a_1 \cdot q^{14} = 1 \cdot 2^{14} = 4\,096$

116. Obtenha o 100º termo da P.G. (2, 6, 18, ...).

117. Calcule o 21º termo da sequência (1, 0, 3, 0, 9, 0, ...).

118. Os três primeiros termos de uma progressão geométrica são $a_1 = \sqrt{2}, a_2 = \sqrt[3]{2}$ e $a_3 = \sqrt[6]{2}$. Determine o quarto termo dessa progressão.

119. Dada a progressão geométrica $\left(\ldots;\ 1;\ \frac{\sqrt{3}-1}{2};\ \frac{2-\sqrt{3}}{2};\ \ldots\right)$, determine o termo que precede 1.

120. Se o oitavo termo de uma progressão geométrica é $\frac{1}{2}$ e a razão é $\frac{1}{2}$, qual é o primeiro termo dessa progressão?

121. O quinto e o sétimo termos de uma P.G. de razão positiva valem, respectivamente, 10 e 16. Qual é o sexto termo dessa P.G.?

122. Se $a_1, a_2, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, a_5, a_6, a_7, a_8$ formam, nessa ordem, uma P.G., determine os valores de a_1 e a_8.

123. Determine o número de termos da progressão (1, 3, 9, ...) compreendidos entre 100 e 1 000.

124. Dada uma P.G. finita $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{10})$ de modo que $a_1 = 2$ e $a_2 = 6$, pergunta-se se é correta a igualdade

$(a_{10})^{\frac{1}{8}} = 3 \cdot (2)^{\frac{1}{8}}$.

125. Sabendo que a população de certo município foi de 120 000 habitantes em 1990 e que essa população vem crescendo a uma taxa de 3% ao ano, determine a melhor aproximação para o número de habitantes desse município em 1993.

126. Uma indústria está produzindo atualmente 100 000 unidades de um certo produto. Quantas unidades estará produzindo ao final de 4 anos, sabendo que o aumento anual da produção é de 10%?

127. Um químico tem 12 litros de álcool. Ele retira 3 litros e os substitui por água. Em seguida, retira 3 litros da mistura e os substitui por água novamente. Após efetuar essa operação 5 vezes, aproximadamente quantos litros de álcool sobram na mistura?

128. Uma empresa produziu, no ano de 2010, 100 000 unidades de um produto. Quantas unidades produzirá no ano de 2015, se o aumento de produção é de 20%?

129. Obtenha a P.G. cujos elementos verificam as relações:

$a_2 + a_4 + a_6 = 10 \qquad a_3 + a_5 + a_7 = 30$

130. Calcule o número de termos da P.G. que tem razão $\frac{1}{2}$, 1º termo 6 144 e último termo 3.

131. Prove que, se *a, b, c* são elementos de ordem *p, q, r*, respectivamente, da mesma P.G., então:

$a^{q-r} \cdot b^{r-p} \cdot c^{p-q} = 1$

132. Prove que, se $(a_1, a_2, a_3, \ldots)$ é uma P.G., com termos todos diferentes de zero, então $\left(\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \ldots\right)$ também é P.G.

133. Prove que, se $(a_1, a_2, a_3, \ldots)$ é uma P.G., então $(a_1, a_3, a_5, \ldots)$ e $(a_2, a_4, a_6, \ldots)$ também são P.G.

V. Interpolação geométrica

Interpolar *k* meios geométricos entre os números *a* e *b* significa obter uma P.G. de extremos $a_1 = a$ e $a_n = b$, com $n = k + 2$ termos. Para determinar os meios dessa P.G. é necessário calcular a razão. Assim, temos:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow b = a \cdot q^{k+1} \Rightarrow q = \sqrt[k+1]{\frac{b}{a}}.$$

Exemplo:
Interpolar 8 meios geométricos (reais) entre 5 e 2 560.

83. $a_1 = 5; r = 2$

84. $f(1) + f(2) + \ldots + f(25) = 725$

85. $A + B = 12$

86. Demonstração

87. Demonstração

88. $a_1 = k \cdot r, k \in \mathbb{Z}$

89. $(3, 4, 5, 6, 7, 8)$

90. $(-9, -4, 1, 6)$

91. Demonstração

Capítulo III

93. $x = 6 - a$

94. $x = 3$

95. $a_4 = -\frac{1}{2}$

96. $x = -\frac{1}{8}$

97. $q = 3$

98. $q = 2; (2, 4, 8, 16)$

99. P.G. alternante; $q = -1$

100.

a) V	e) V	i) V
b) V	f) V	j) F
c) F	g) V	l) F
d) F	h) F	m) F

101. $\left(\frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}\right)$

102. $(2, 10, 50, 250)$ ou $(-3, 15, -75, 375)$

103. $\left(\frac{1}{3}, 1, 3, 9, 27\right)$

104. $(2, 6, 18, 54, 162, 486)$

105. $a = 2; b = 6; c = 18; d = 30$
ou $a = 32, b = 16, c = 8$ e $d = 0$

106. 6, 12 e 18

107. Demonstração

108. Demonstração

109. Demonstração

110. Demonstração

111. $q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$

112. $1 < q < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

113. 12, 12, 12 ou 8, 12, 18
ou 6, 12, 24 ou 4, 12, 36

114. $x = k\pi$ ou $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$, com *k* inteiro

116. $a_{100} = 2 \cdot 3^{99}$

117. $a_{21} = 3^{10}$

118. $a_4 = 1$

119. $\sqrt{3} + 1$

120. $a_1 = 64$

121. $a_6 = 4\sqrt{10}$

122. $a_1 = \frac{1}{16}$; $a_8 = 8$

123. 2 termos

124. não

125. 131127

126. 146410

127. 2,85 ℓ

128. 248832

129. $a_1 = \frac{10}{273}$; $q = 3$

130. $n = 12$

131. Demonstração

132. Demonstração

133. Demonstração

134. $q = \frac{1}{2}$

135. $a_6 = -96$

136. 6 meios geométricos

137. 4 meios geométricos

138. $x = a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}$; $y = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}}$

139. a) 2^{45} d) -2^{2145}

b) $2^{20} \cdot 3^{190}$ e) 1

c) $3^{25} \cdot 2^{300}$ f) a^{5050}

140. a) $S = \log_2\left[a^{n+1} \cdot 2^{\frac{n(n+1)}{2}}\right]$

b) $a = 2^{1-\frac{n}{2}}$

141. $n = 20$

142. $P_{101} = -1$

143. $P_{55} = 2^{756} \cdot 3^{784}$

144. $S_{10} = \frac{1023}{512}$

145. $S_{20} = \frac{3^{20} - 1}{2}$

146. $a_4 = 8$

147. base $= 16$

148. $S_5 = 93$

149. $n(A \cap B) = 10$

150. $3z = 21$

151. $r = 3a$ ou $r = -\frac{3}{4}a \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{a}{r} = \frac{1}{3}$ ou $\frac{a}{r} = -\frac{4}{3}$

152. $S = \frac{a\left(q^{2n} - 1\right)}{q^2 - 1}$

153. $S = \frac{a^2\left(2^n - 1\right)}{2^{n-1}}$

154. 8

155. $n = 11$

156. $n_1 = 19$

157. Demonstração

158. (3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, 3072)

159. Demonstração

160. a) $\frac{5}{2}$ b) $-\frac{9}{2}$ c) $\frac{25}{6}$ d) $-\frac{8}{15}$

161. $S = 4$

162. $\frac{4a}{5}$

163. $S = \frac{21}{25}$