

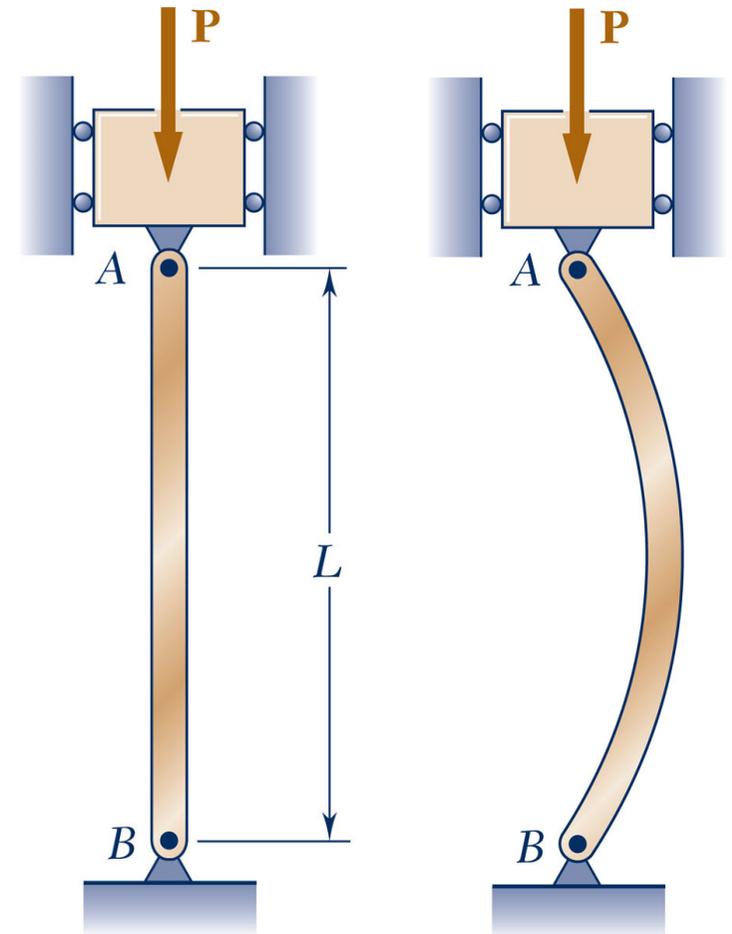
# RESISTÊNCIAS DOS MATERIAIS

## 10 – FLAMBAGEM

## FLAMBAGEM DE COLUNAS

Alguns elementos estruturais podem estar sujeitos a cargas de compressão e se forem esbeltos, a carga poderá ser suficiente para provocar uma deflexão ou uma oscilação lateral, denominada **flambagem**.

A carga axial máxima que uma coluna pode suportar sem que ocorra flambagem é denominada carga crítica ( $P_{cr}$ ).



## FÓRMULA DE EULER

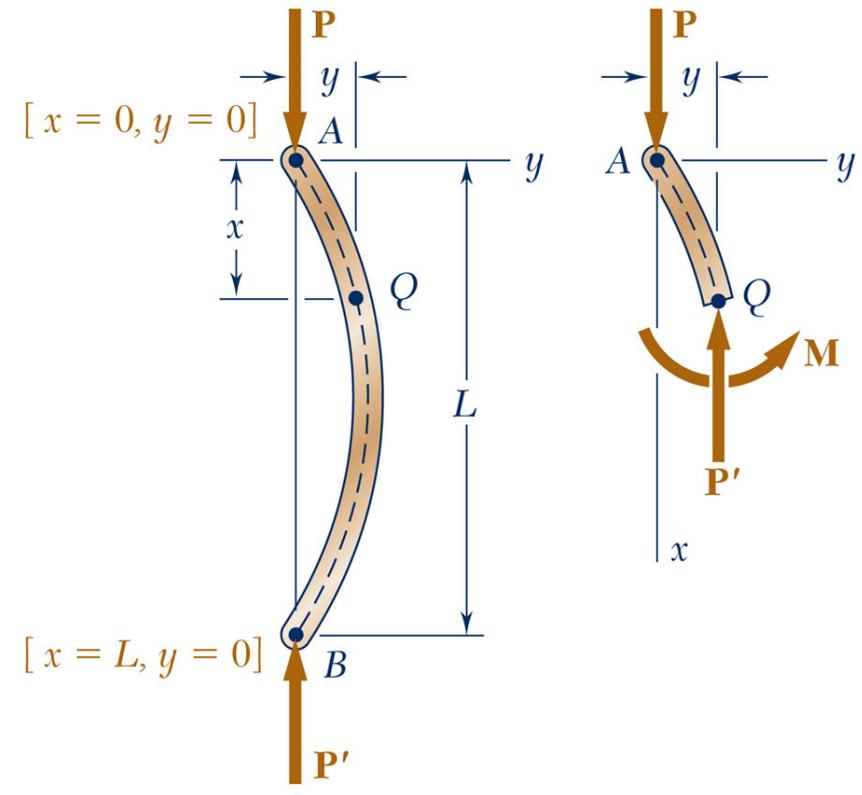
$$M = -P \cdot y$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} = -\frac{P}{EI} \cdot y$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI} \cdot y = 0$$

$$p^2 = \frac{P}{EI} \text{ (constante)}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p^2 \cdot y = 0$$



## FÓRMULA DE EULER

$$y = A \cdot \text{sen}(px) + B \cdot \text{cos}(px)$$

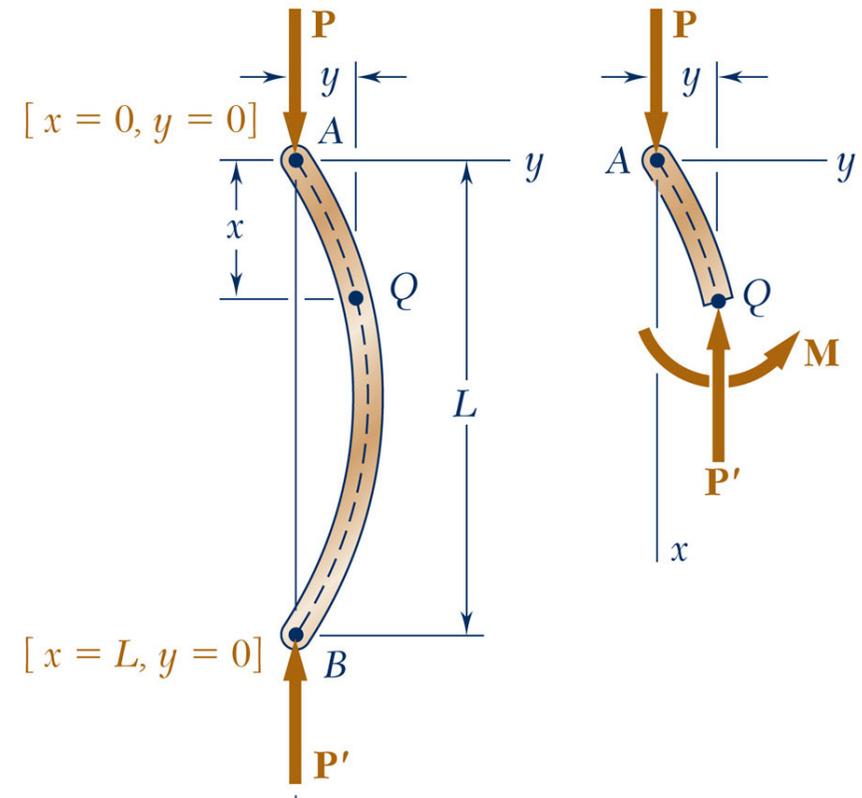
Equação diferencial para movimento harmônico simples, onde a variável (t) é substituído por x.

Condições de contorno:

$$x = 0, y = 0 \rightarrow B = 0$$

$$x = L, y = 0 \rightarrow A \text{sen}pL = 0$$

$$A = 0 \rightarrow \text{ou} \rightarrow \text{sen}pL = 0$$



## FÓRMULA DE EULER

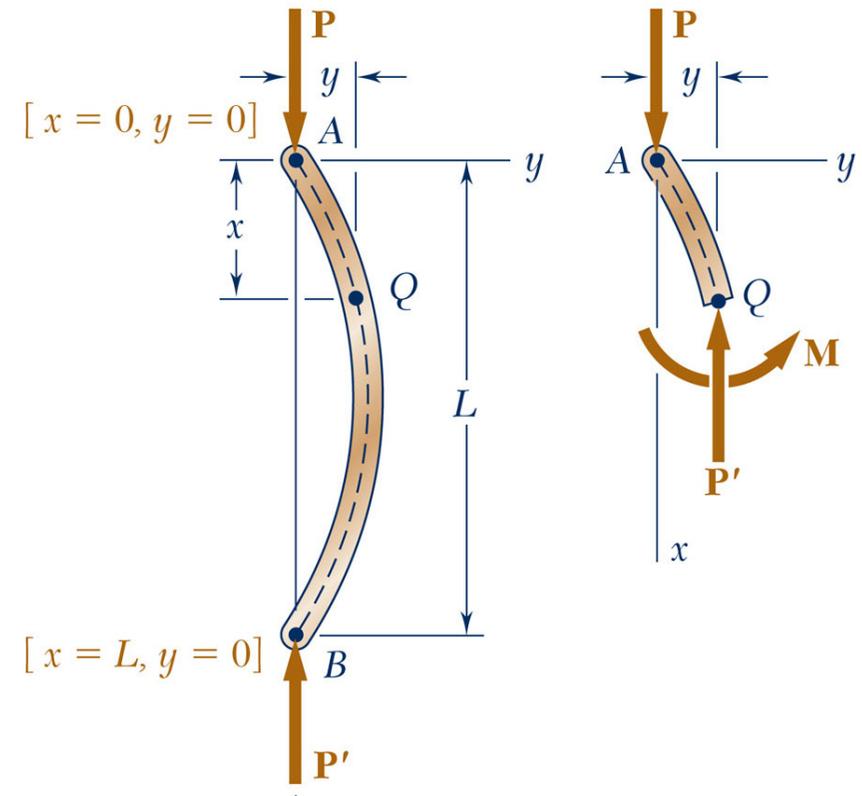
$$P = \frac{n^2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

Para  $n=1$ :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

Equação da linha elástica:

$$y = A \operatorname{sen} \frac{\pi \cdot x}{L}$$

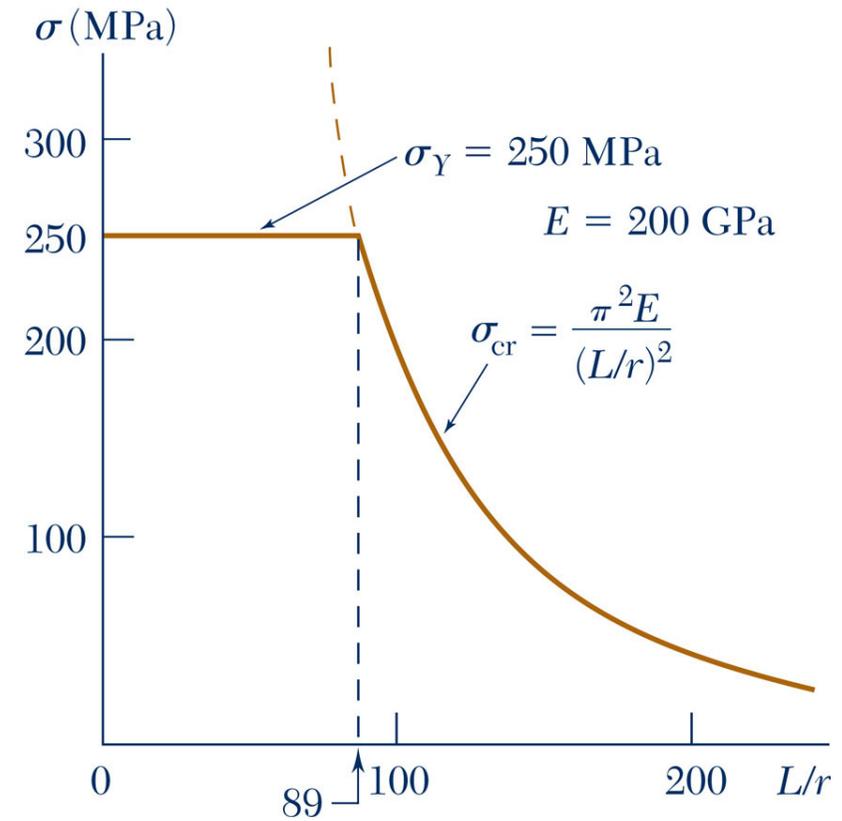


## TENSÃO CRÍTICA

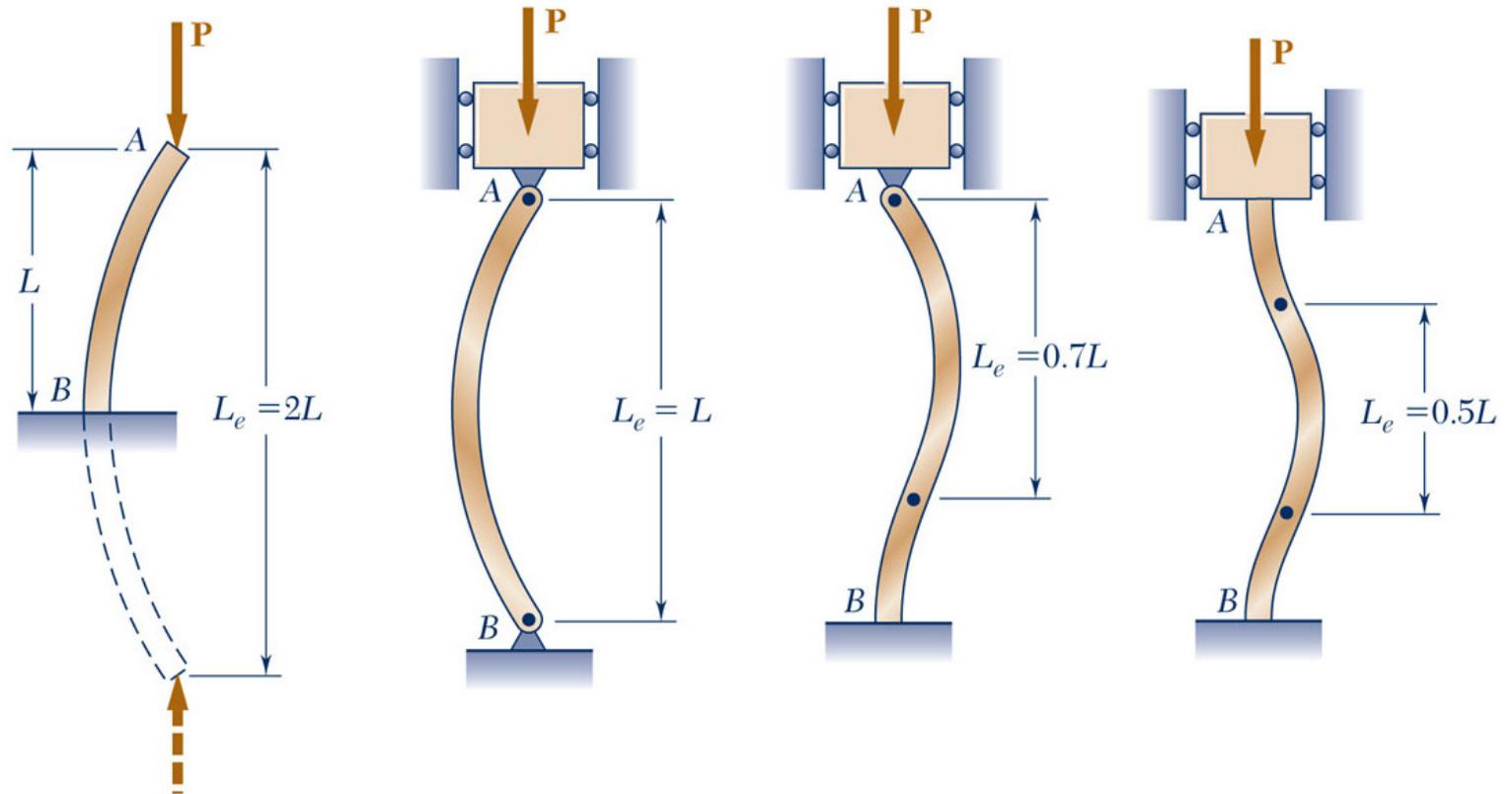
$$I = A \cdot r^2$$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A \cdot r^2}{A \cdot L^2}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{(L/r)^2}$$



# FÓRMULA DE EULER (para outras condições de extremidades)



$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(L_e)^2}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{(L_e/r)^2}$$

**Ex. 01** - Sabendo que a coluna da figura é feita de madeira, engastada na base e escorada no topo na direção  $x$ , determine a carga crítica  $P$  que a coluna pode suportar sem que haja problemas de flambagem.

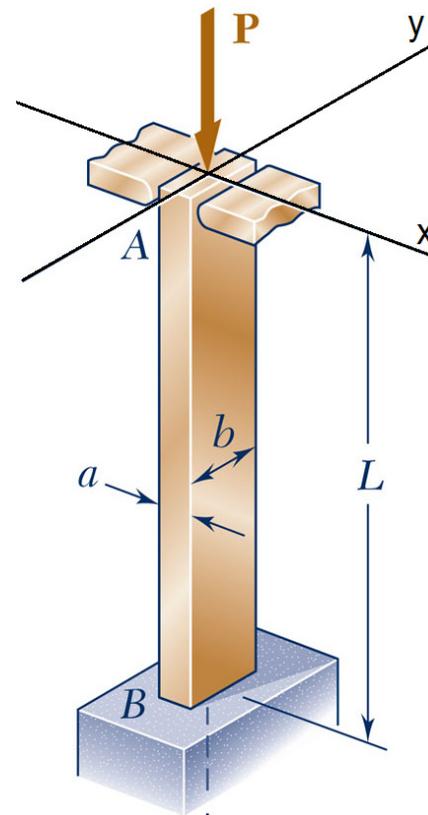
Dados:

$$L = 3,5 \text{ m};$$

$$a = 20 \text{ cm};$$

$$b = 30 \text{ cm};$$

$$E = 10 \text{ GPa}.$$



**Ex. 02** - Uma coluna de aço com suas extremidades rotuladas será submetida a uma carga  $P$ . Determine:

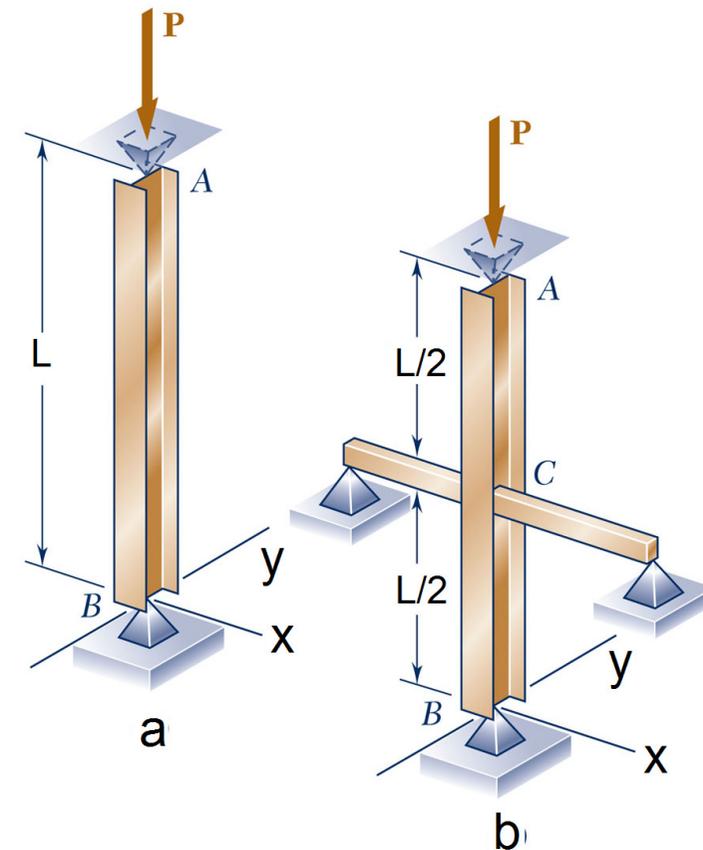
- sua capacidade de carga, como visto na figura-a, considerando  $L = 3,7\text{m}$ ;
- sua capacidade de carga quando escoras de reforço rotuladas são adicionadas, como mostra a figura-b, considerando  $L = 3,7\text{m}$ ;
- o comprimento  $L$  máximo, no caso a e no caso b, quando esta coluna for submetida a uma carga de  $1100\text{ kN}$ .

Dados:

$$I_x = 34,5 \times 10^6 \text{ mm}^4;$$

$$I_y = 7,62 \times 10^6 \text{ mm}^4;$$

$$E = 200 \text{ GPa};$$



**Ex. 03** - Determine a carga crítica para a coluna de aço abaixo, cuja a sua extremidade inferior é engastada e o topo p preso por cordas na direção de x.

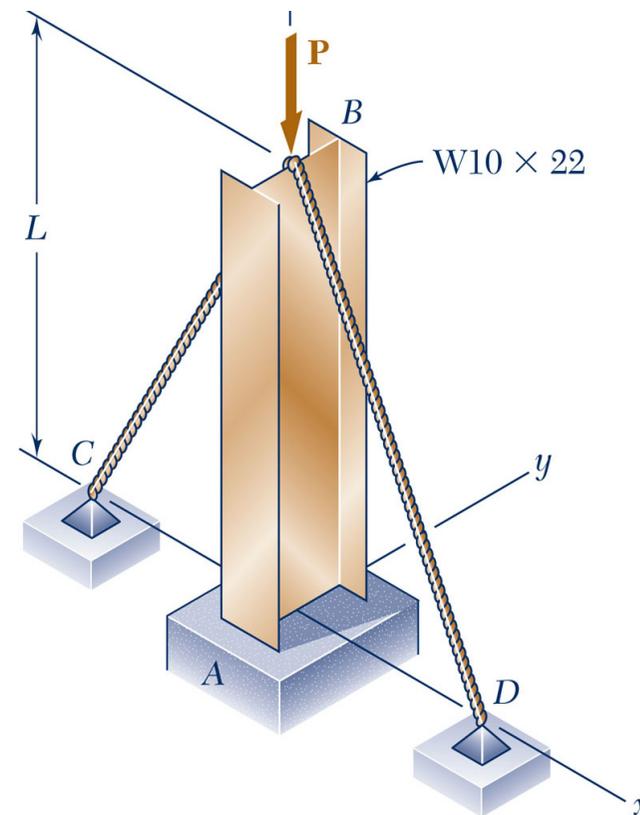
Dados:

$$L = 3,10 \text{ m}$$

$$I_x = 29,39 \times 10^6 \text{ mm}^4;$$

$$I_y = 1,23 \times 10^6 \text{ mm}^4;$$

$$E = 200 \text{ GPa.}$$





EDUCAÇÃO  
PÚBLICA  
**100%**  
GRATUITA

# MUITO OBRIGADO

Prof. Rodrigo Bordignon  
Engenheiro Civil, Dr.

*[www.ifsul.edu.br](http://www.ifsul.edu.br)  
[rodrigobordignon@ifsul.edu.br](mailto:rodrigobordignon@ifsul.edu.br)*