CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS
Prof. Dr. Rodrigo Bordignon

Lista de Exercícios - 10

Observações:

(a) A literatura e os exercícios abaixo indicados são considerados básicos. Recomenda-se que outros títulos também sejam consultados.

Literatura de Referência:

BEER, F. P., JOHNSTON, E. R., DEWOLF, J. T., MAZUREK, D. F. **Mecânica dos Materiais**. 5.ed. Porto Alegre: AMGH, 2011. 800p.

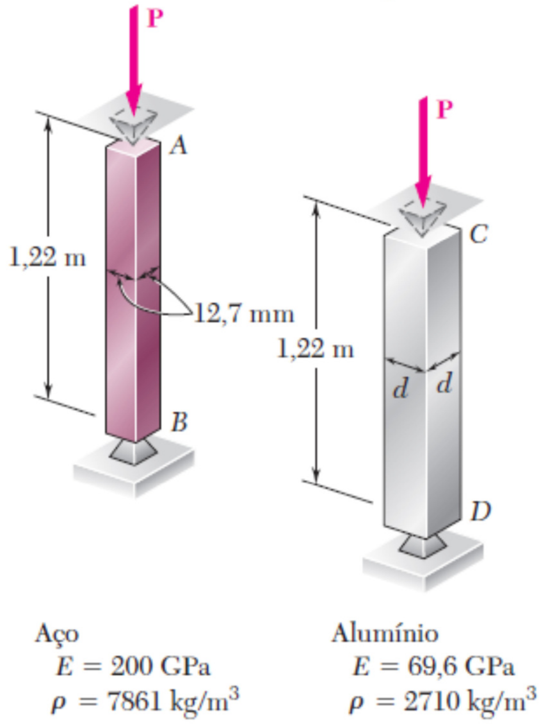
Flambagem: [p.391]

10.11 10.12 10.13 10.15 10.16 10.17 10.18 10.21 10.22 10.23 10.25

10.11 - 10.12

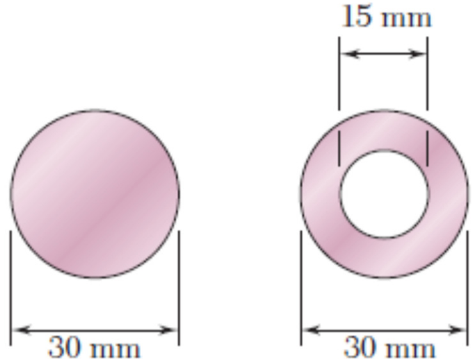
10.11 Determine a dimensão d para a qual as escoras de alumínio e de aço terão o mesmo peso e calcule para ambas o valor da carga crítica.

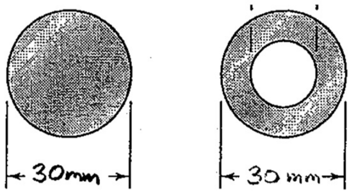
10.12 Determine (a) a carga crítica para a escora de aço, (b) a dimensão d para a qual ambas escoras tem a mesma carga crítica e (c) expresse em termos de porcentagem o peso da escora de alumínio em relação a escora de aço.



10.13

10.13 Um elemento comprimido com comprimento de flambagem de 1,5m consiste em uma barra de seção cheia, de latão, com 30 mm de diâmetro. Para reduzir o peso do elemento em 25%, a barra de seção cheia é substituída por uma barra de seção vazada como a seção transversal mostrada. Determine (a) a porcentagem de redução na força crítica e (b) o valor da força crítica para a barra de seção vazada. Use $E = 105$ GPa.





(a) $P_{cr} = \dfrac{\pi^2 E I}{L^2}$

P_{cr} is proportional to I.

For solid rod, $c = \frac{1}{2} d$, $I_s = \frac{\pi}{4} c^4$

$c = \frac{1}{2}(30) = 15\text{ mm}$ $\quad I_s = \frac{\pi}{4}(15)^4 = 39.761 \times 10^3 \text{ mm}^4 = 39.761 \times 10^{-9} \text{ m}^4$

For hollow rod, $c_i = \frac{1}{2} d_i$ $\quad I_h = \frac{\pi}{4}(c^4 - c_i^4)$

$$\frac{(P_{cr})_h}{(P_{cr})_s} = \frac{I_h}{I_s} = \frac{c^4 - c_i^4}{c^4} = 1 - \left(\frac{c_i}{c}\right)^4 = 1 - \left(\frac{d_i}{d}\right)^4$$

$$= 1 - \left(\frac{15}{30}\right)^4 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

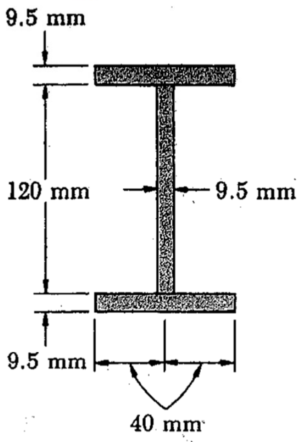
Percent reduction in P_{cr}: $\frac{1}{16} \times 100\%$ $\quad 6.25\%$

(b) $P_{cr} = \dfrac{15}{16} \dfrac{\pi^2 E I_s}{L^2} = \dfrac{15}{16} \cdot \dfrac{\pi^2 (105 \times 10^9)(39.761 \times 10^{-9})}{(1.5)^2} = 17.17 \times 10^3 \text{ N}$

$P_{cr} = 17.17 \text{ kN}$

10.15

10.15 A coluna de comprimento de flambagem igual a 6 m é formada por três chapas. Usando $E = 200$ GPa, determine o coeficiente de segurança à flambagem para a carga centrada de 16 kN.



Moment of inertia is smallest about the vertical centroidal axis.

$$I_{min} = 2\left[\frac{1}{12}(9.5)(80)^3\right] + \frac{1}{12}(120)(9.5)^3$$
$$= 819.24 \times 10^3 \text{ mm}^4 = 819.24 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

$E = 200 \times 10^9 \text{ Pa}$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{L^2} = \frac{\pi^2 (200 \times 10^9)(819.24 \times 10^{-9})}{(6)^2}$$
$$= 44.92 \times 10^3 \text{ N} = 44.92 \text{ kN}$$

$P = 16$ kN $\quad F.S. = \dfrac{P_{cr}}{P} = \dfrac{44.92}{16}$ $\quad F.S. = 2.81$

10.16 - 10.17

10.16 e 10.17 Um elemento comprimido com 3658 mm de comprimento de flambagem é feito soldando juntas duas cantoneiras de aço com 10 × 76 × 6,4 mm, conforme mostrado. Usando 200 GPa, determine a carga centrada admissível para esse elemento se o coeficiente de segurança requerido for 2,5.

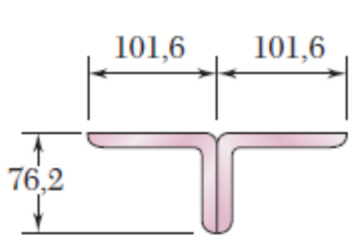


Fig. P10.16

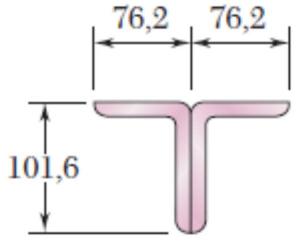
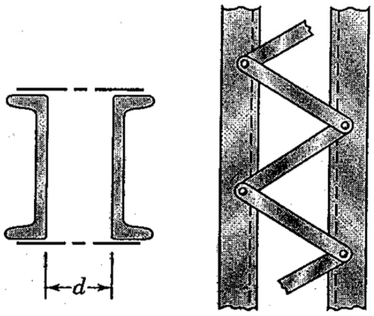


Fig. P10.17

10.18

10.18 Um elemento de compressão com 8,2 m de comprimento de flambagem é obtido ligando-se dois perfis U de aço U200 × 17,1 com barras de travejamento conforme mostra a figura. Sabendo que o coeficiente de segurança é de 1,85, determine a força centrada admissível para o elemento. Use E = 200 GPa e d = 100 mm.



For C 200×17.1 steel channel, $A = 2170\ mm^2$

$\bar{I}_x = 13.4\times10^6\ mm^4$, $\bar{I}_y = 0.538\times10^6\ mm^2$

$\bar{x} = 14.4\ mm$

For the fabricated column,

$$I_x = 2\bar{I}_x = (2)(13.4\times10^6) = 26.8\times10^6\ mm^4$$

$$I_y = 2\left[\bar{I}_y + A\left(\frac{d}{2}+\bar{x}\right)^2\right]$$

$$= 2\left[0.538\times10^6 + 2170\left(\frac{100}{2}+14.4\right)^2\right]$$

$$= 19.0755\times10^6\ mm^4$$

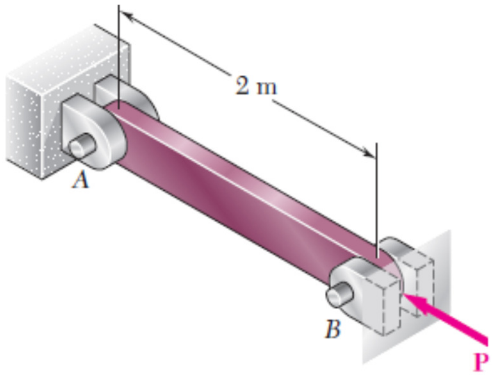
$I_{min} = I_y = 19.0755\times10^6\ mm^4 = 19.0755\times10^{-6}\ m^4$ $\qquad E = 200\times10^9\ Pa$

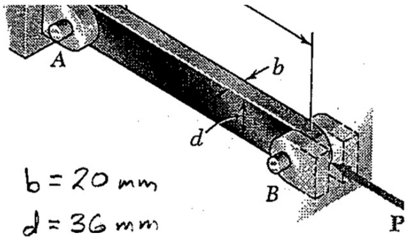
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{L^2} = \frac{\pi^2(200\times10^9)(19.0755\times10^{-6})}{(8.2)^2} = 559.99\times10^3\ N$$

$$P_{all} = \frac{P_{cr}}{F.S.} = \frac{599.99\times10^3}{1.85} = 303\times10^3\ N \qquad P_{all} = 303\ kN$$

10.21

10.21 A barra AB de alumínio que tem seção retangular de 20 × 36 mm é conectada por pinos e suportes conforme a ilustração. Cada uma das extremidades da barra pode rotacionar livremente em relação a um eixo horizontal por meio dos pinos, embora a rotação em relação ao eixo vertical esteja impedida pelos suportes. Usando E = 70 GPa, determine a carga **P** centrada admissível se o coeficiente de segurança requerido é igual a 2,5.





$b = 20\ mm$
$d = 36\ mm$

Buckling in horizontal plane.

$$(L_e)_1 = \frac{L}{2} = \frac{2}{2} = 1.00\ mm$$

$$I_1 = \frac{1}{12} d b^3 = \frac{1}{12}(36)(20)^3 = 24 \times 10^3\ mm^4 = 24 \times 10^{-9}\ m^4$$

$$(P_{cr})_1 = \frac{\pi^2 E I_1}{(L_e)_1^2} = \frac{\pi^2 (70 \times 10^9)(24 \times 10^{-9})}{(1.00)^2}$$

$$= 16.581 \times 10^3\ N = 16.581\ kN$$

Buckling in vertical plane. $(L_e)_2 = L = 2\ m$

$$I_2 = \frac{1}{12} b d^3 = \frac{1}{12}(20)(36)^3 = 77.76 \times 10^3\ mm^4 = 77.76 \times 10^{-9}\ m^4$$

$$(P_{cr})_2 = \frac{\pi^2 E I_2}{(L_e)_2^2} = \frac{\pi^2 (70 \times 10^9)(77.76 \times 10^{-9})}{(2)^2} = 13.4306 \times 10^3\ N$$

$$= 13.4306\ kN$$

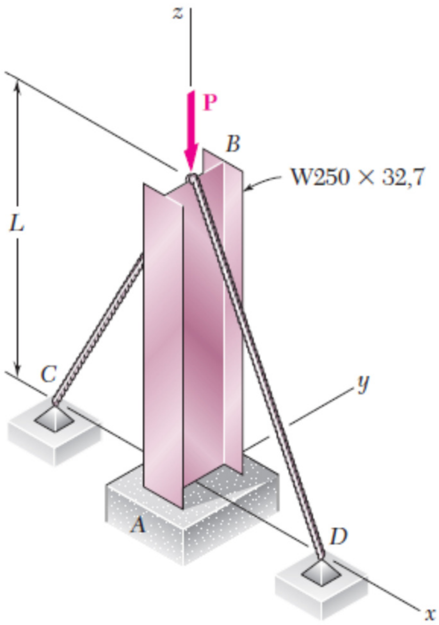
$$P_{cr} = \min[(P_{cr})_1, (P_{cr})_2] = 13.4306\ kN$$

$$P_{all} = \frac{P_{cr}}{F.S} = \frac{13.4306}{2.5}$$

$P = 5.37\ kN$

10.22

10.22 A coluna AB suporta uma força centrada **P** de intensidade de 66 kN. Os cabos BC e BD estão esticados e impedem o movimento do ponto B no plano xz. Usando a fórmula de Euler e um coeficiente de segurança de 2,2, e desprezando a tração nos cabos, determine o comprimento L máximo admissível. Use E = 200 GPa.

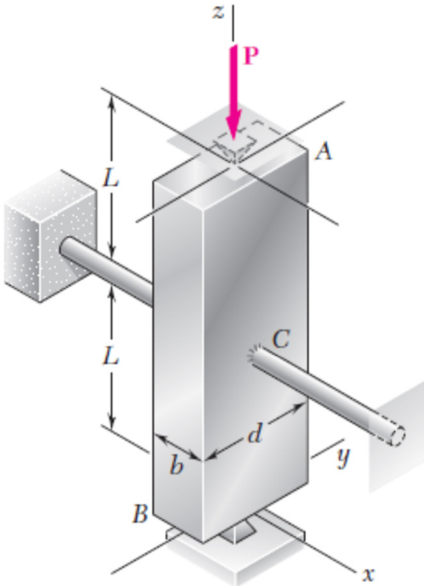


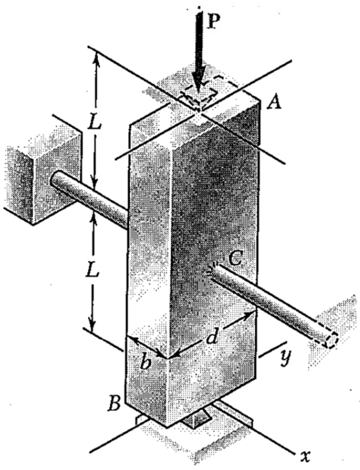
10.23

10.23 Um perfil de aço laminado W200 × 31,3 é usado com o vínculo e os cabos mostrados no Problema 10.22. Sabendo que $L = 7{,}3$ m, determine a força centrada **P** admissível se for considerado um coeficiente de segurança de 2,2. Use $E = 200$ GPa.

10.25

10.25 A coluna *ABC* tem uma seção transversal retangular uniforme com $b = 12$ mm e $d = 22$ mm. A coluna é contraventada no plano *xz* em seu ponto médio *C* e suporta uma força centrada **P** de intensidade de 3,8 kN. Sabendo que é exigido um coeficiente de segurança de 3,2, determine o maior comprimento *L* admissível. Use $E = 200$ GPa.





$P_{cr} = (F.S.)P = (3.2)(3.8 \times 10^3) = 12.16 \times 10^3$ N

$P_{cr} = \dfrac{\pi^2 EI}{L_e^2}$ $\qquad L_e = \pi\sqrt{\dfrac{EI}{P_{cr}}}$

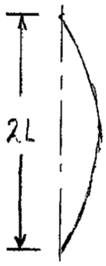
Buckling in xz-plane. $\quad L = L_e = \pi\sqrt{\dfrac{EI}{P_{cr}}}$

$I = \frac{1}{12} d b^3 = \frac{1}{12}(22)(12)^3 = 3.168 \times 10^3$ mm^4

$= 3.168 \times 10^{-9}$ m^4

$L = \pi\sqrt{\dfrac{(200 \times 10^9)(3.168 \times 10^{-9})}{12.16 \times 10^3}} = 0.717$ m

Buckling in yz-plane. $\quad L_e = 2L \quad L = \dfrac{L_e}{2} = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{EI}{P_{cr}}}$



$I = \frac{1}{12} b d^3 = \frac{1}{12}(12)(22)^3 = 10.648 \times 10^3$ mm^4 $= 10.648 \times 10^{-9}$ m^4

$L = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{(200 \times 10^9)(10.648 \times 10^{-9})}{12.16 \times 10^3}} = 0.657$ m

The smaller length governs. $\quad L = 0.657$ m $= 657$ mm