INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense
Câmpus
Passo Fundo

EDUCAÇÃO
PÚBLICA
100%
GRATUITA

FUNDAMENTOS DE VIBRAÇÃO

Alexsander Furtado Carneiro

CONCEITOS BÁSICOS DE VIBRAÇÃO

VIBRAÇÃO

- Qualquer movimento que se repita após um intervalo de tempo é denominado ***vibração*** ou ***oscilação***.
- A teoria de vibração trata do assunto de movimentos oscilatórios de corpos e as forças associadas a eles.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

CONCEITOS BÁSICOS DE VIBRAÇÃO

PARTES ELEMENTARES DE SISTEMAS VIBRATÓRIOS

- Em geral, um sistema vibratório inclui um meio para armazenar energia potencial (mola ou elasticidade), um meio para armazenar energia cinética (massa ou inércia) e um meio de perda gradual de energia (amortecedor).
- A vibração de um sistema envolve a transferência alternada de sua energia potencial para energia cinética e de energia cinética para energia potencial.
- Se o sistema for amortecido certa quantidade de energia é dissipada em cada ciclo de vibração.

CONCEITOS BÁSICOS DE VIBRAÇÃO

GRAUS DE LIBERDADE

- O número mínimo de coordenadas independentes requeridas para determinar completamente as posições de todas as partes de um sistema a qualquer instante define o grau de liberdade do sistema.
- As coordenadas necessárias para descrever o movimento de um sistema constituem um conjunto de coordenadas generalizadas. As coordenadas generalizadas normalmente são denotadas por $q_1, q_2, \ldots$ e podem representar coordenadas cartesianas ou não cartesianas.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

CONCEITOS BÁSICOS DE VIBRAÇÃO

SISTEMAS DISCRETOS E CONTÍNUOS

- Uma grande quantidade de sistemas práticos pode ser descrita usando um número finito de graus de liberdade.
- Alguns sistemas, em especial os que envolvem elementos elásticos contínuos, têm um número infinito de graus de liberdade.
- Sistemas com um número finito de graus de liberdade são denominados sistemas ***discretos*** ou de ***parâmetros concentrados***.
- Sistemas que tem um número infinito de graus de liberdade são denominados ***sistemas contínuos*** ou ***distribuídos***.

CONCEITOS BÁSICOS DE VIBRAÇÃO

SISTEMAS DISCRETOS E CONTÍNUOS

- Na maioria das vezes, sistemas contínuos são aproximados como sistemas discretos, e as soluções são obtidas de uma maneira mais simples.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

CLASSIFICAÇÃO DE VIBRAÇÕES

VIBRAÇÃO LIVRE E VIBRAÇÃO FORÇADA

- Se um sistema após uma perturbação inicial, continuar a vibrar por conta própria, a vibração resultante é conhecida como ***vibração livre***. Nenhuma força externa age sobre o sistema.
- Se um sistema estiver sujeito a uma força externa (muitas vezes uma força repetitiva), a vibração resultante é conhecida como ***vibração forçada***.
- Se a frequência da força externa coincidir com uma das frequências naturais do sistema, ocorre uma condição conhecida como ressonância, e o sistema sofre oscilações perigosamente grandes.

CLASSIFICAÇÃO DE VIBRAÇÕES

VIBRAÇÃO NÃO AMORTECIDA E AMORTECIDA

- Se nenhuma energia for perdida ou dissipada por atrito ou outra resistência durante a oscilação, a vibração é conhecida como ***vibração não amortecida***.
- Todavia, se qualquer energia for perdida dessa maneira, ela é denominada ***vibração amortecida***.
- Em muitos casos, a quantidade de amortecimento é tão pequena que pode ser desprezada, porém quando se analisa a ressonância não se deve desprezar o amortecimento.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

CLASSIFICAÇÃO DE VIBRAÇÕES

VIBRAÇÃO LINEAR E NÃO LINEAR

- Se todos os componentes básicos de um sistema vibratório – a mola, a massa e o amortecedor – comportarem-se linearmente, a vibração resultante é conhecida como ***vibração linear***.
- Contudo, se qualquer dos elementos se comportar não linearmente, a vibração é denominada ***vibração não linear***.

CLASSIFICAÇÃO DE VIBRAÇÕES

VIBRAÇÃO DETERMINÍSTICA E ALEATÓRIA

- Se o valor ou magnitude da excitação (força ou movimento) que está agindo sobre um sistema vibratório for conhecido a qualquer dado instante, a excitação é denominada determinística. A vibração resultante é conhecida como ***vibração determinística***.
- Se a excitação for aleatória, a vibração resultante é denominada ***vibração aleatória***. No caso da vibração aleatória, a resposta vibratória do sistema também é aleatória; só pode ser descrita em termos de quantidades estatísticas.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DE VIBRAÇÕES

- Um sistema vibratório é um sistema dinâmico para o qual as variáveis como as excitações (entradas) e respostas (saídas) são dependentes no tempo. Em geral, a resposta de um sistema vibratório depende das condições iniciais, bem como das excitações externas.
- A análise de um sistema vibratório normalmente envolve modelagem matemática, obtenção de equações governantes, solução das equações e interpretação dos resultados.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DE VIBRAÇÕES

Etapa 1: Modelagem matemática

A finalidade da modelagem matemática é representar todos os aspectos importantes do sistema com o propósito de obter as equações matemáticas (ou analíticas) que governam o comportamento do sistema. O modelo matemático deve incluir detalhes suficientes para conseguir descrever o sistema em termos de equações sem torna-lo muito complexo. O modelo matemático pode ser linear ou não linear, dependendo do comportamento dos componentes do sistema.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DE VIBRAÇÕES

Etapa 2: Derivação das equações governantes

Uma vez disponível o modelo matemático, usamos os princípios da dinâmica e derivamos as equações que descrevem a vibração do sistema. As equações de movimento podem ser derivadas convenientemente desenhando-se os diagramas de corpo livre de todas as massas envolvidas.

As equações podem ser lineares ou não lineares dependendo do comportamento dos componentes do sistema.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DE VIBRAÇÕES

Etapa 3: Solução das equações governantes

As equações de movimento devem ser resolvidas para determinar a resposta do sistema vibratório. Dependendo da natureza do problema, podemos usar uma das seguintes técnicas para determinar a solução: métodos padronizados para resolver equações diferenciais, métodos que utilizam transformadas de Laplace, métodos matriciais e métodos numéricos.

Métodos numéricos que envolvem computadores podem ser usados para resolver as equações.

PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DE VIBRAÇÕES

Etapa 4: Interpretação dos resultados

A solução das equações governantes fornece os deslocamentos, velocidade e acelerações das várias massas do sistema. Esses resultados podem ser interpretados com uma clara visão da finalidade da análise e das possíveis implicações dos resultados no projeto.

ELEMENTOS DE MOLA

Uma mola linear é um tipo de elo mecânico cuja massa e amortecimento são, de modo geral, considerados desprezíveis. Uma força é desenvolvida na mola sempre que houver um movimento relativo entre suas duas extremidades. A força da mola é proporcional à quantidade de deformação e é dada por:

$$F = kx \quad (1.1)$$

Onde F é a força da mola, x é a deformação (deslocamento de uma extremidade em relação à outra) e k é a rigidez da mola ou constante elástica.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE MOLA

O trabalho realizado (U) na deformação de uma mola é armazenado como deformação ou energia potencial na mola, e é dado por:

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \quad (1.2)$$

ELEMENTOS DE MOLA

- Molas reais são não lineares e seguem a Equação (1.1) apenas até certa deformação.
- Em muitas aplicações práticas, admitimos que as deflexões são pequenas e usamos a relação linear na Equação (1.1).

ELEMENTOS DE MOLA

Elementos elásticos como vigas também comportam-se como molas. Por exemplo, considere uma viga em balanço com uma massa m na extremidade como mostrado na Figura 1.21.

Admitimos, por simplicidade, que a massa da viga é desprezível em comparação com a massa m.

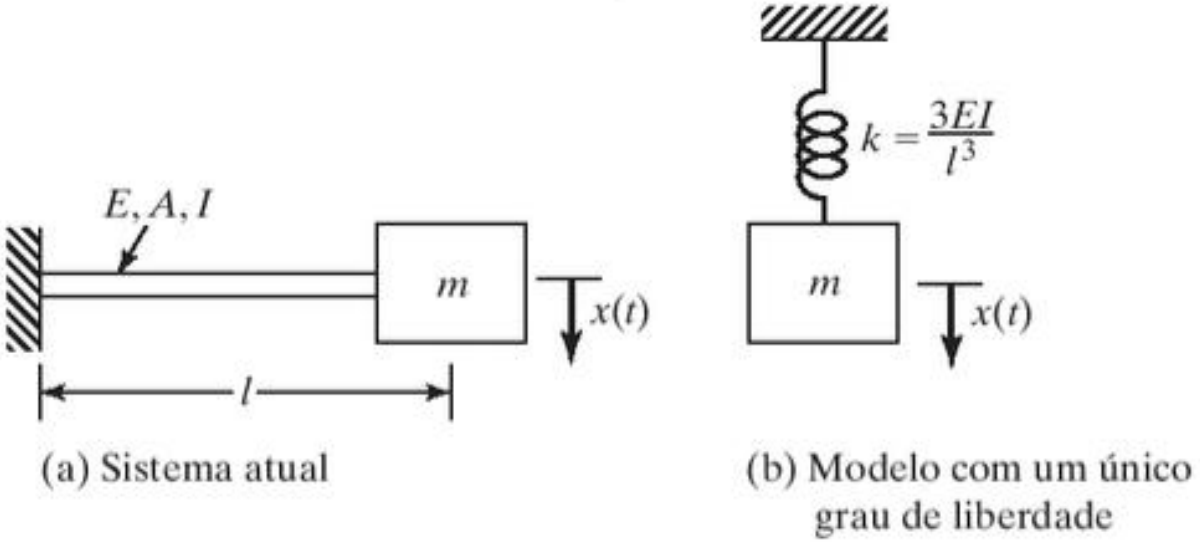


FIGURA 1.21 Viga em balanço com massa na extremidade.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE MOLA

Pela resistência dos materiais, sabemos que a deflexão estática da viga na extremidade livre é dada por:

$$\delta_{st} = \frac{Wl^3}{3EI} \quad (1.6)$$

Onde $W = mg$ é o peso da massa m, E é o modulo de Young, e I é o momento de inércia da seção transversal da viga.

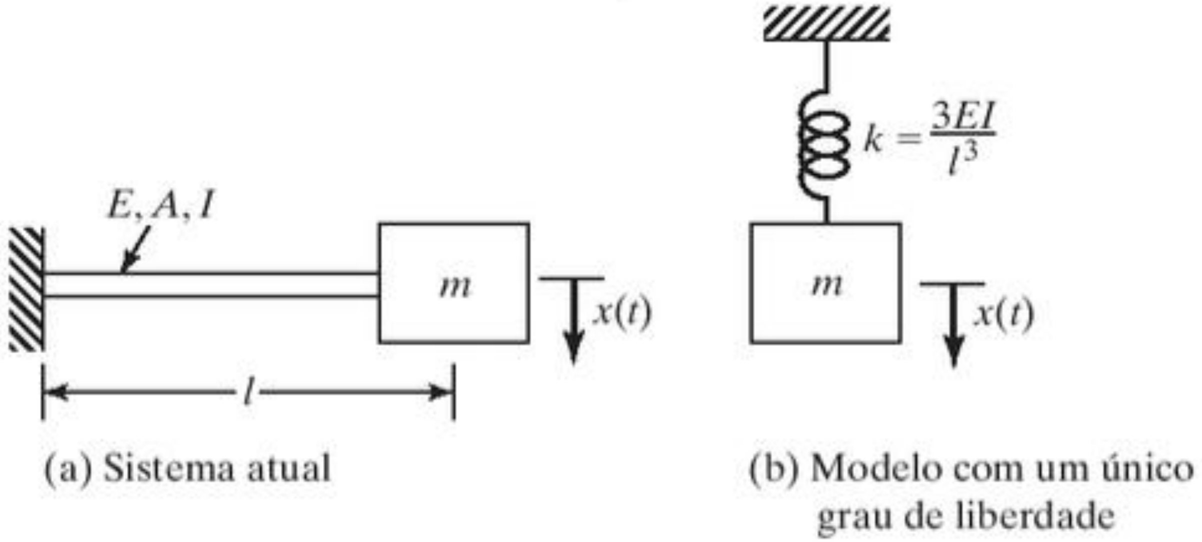


FIGURA 1.21 Viga em balanço com massa na extremidade.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE MOLA

Como consequência, a constante elástica é:

$$k = \frac{W}{\delta_{st}} = \frac{3El}{l^3}$$

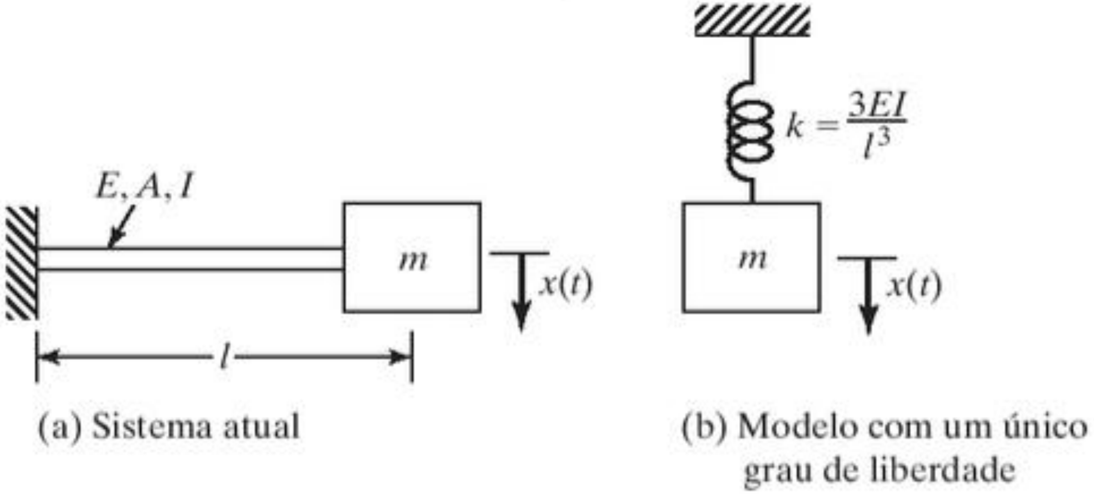


FIGURA 1.21 Viga em balanço com massa na extremidade.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE MOLA

ASSOCIAÇÕES DE MOLAS

Em muitas aplicações práticas, várias molas lineares são usadas em associação. Essas molas podem ser associadas em uma única mola equivalente.

Caso 1: Molas em paralelo: Em geral, se tivermos n molas com constantes elásticas $k_{1,}\, k_{2,}\, \ldots k_{n,}$ em paralelo, então, pode-se obter a constante elástica equivalente k_{eq}:

$$k_{eq} = k_1 + k_2 + \cdots + k_n \quad (1.11)$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE MOLA

ASSOCIAÇÕES DE MOLAS

Caso 2: Molas em série: Para n molas em série temos a seguinte equação.

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \cdots + \frac{1}{k_n} \quad (1.17)$$

ELEMENTOS DE MOLA

ASSOCIAÇÕES DE MOLAS

Exemplo 1.2 - k equivalente de um sistema de suspensão

A Figura 1.24 mostra o sistema de suspensão de um vagão ferroviário de carga com um arranjo de molas em paralelo. Determine a constante elástica equivalente da suspensão se cada uma das três molas helicoidais for fabricada em aço com um módulo de elasticidade transversal $G = 80 \, x \, 10^9 \, N/m^2$ e tiver cinco espiras efetivas, diâmetro médio do enrolamento $D = 20 \, cm$, e diâmetro do arame $d = 2 \, cm$.

FIGURA 1.24 Arranjo em paralelo de molas em um vagão ferroviário de carga. (Cortesia de Buckeye Steel Castings Company.)

ELEMENTOS DE MOLA

ASSOCIAÇÕES DE MOLAS

Exemplo 1.3 – Constante elástica torcional de um eixo de um propulsor a hélice

Determine a constante elástica torcional do eixo de hélice em aço mostrado na Figura 1.25.

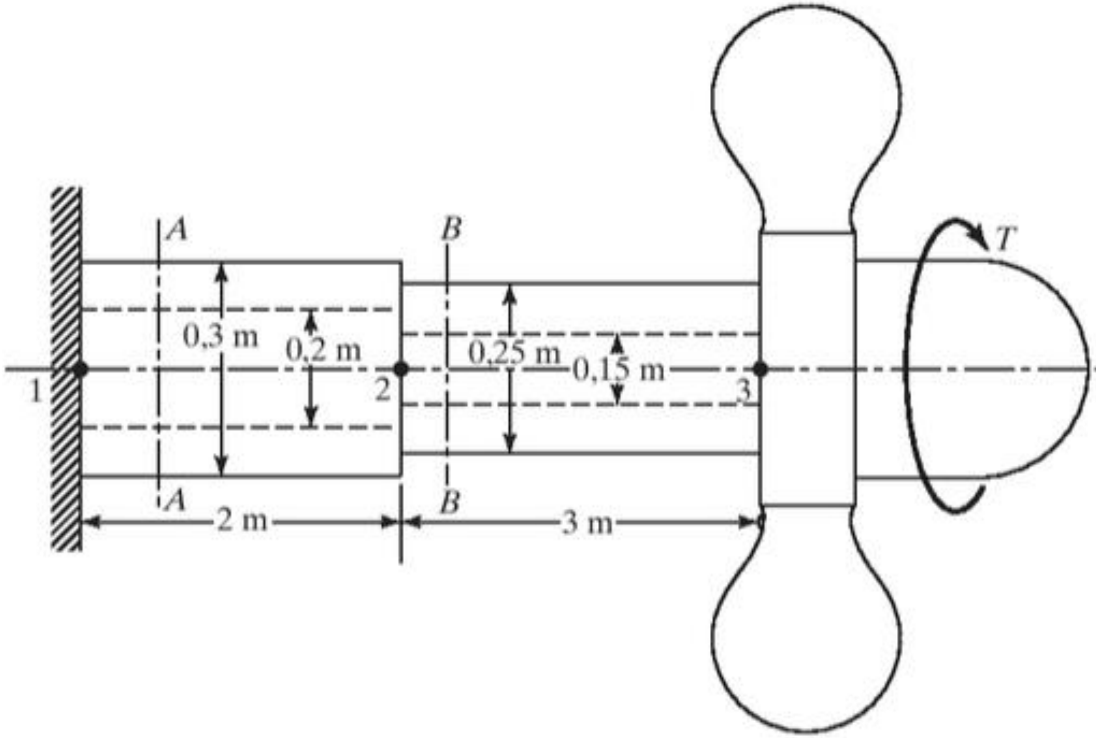


FIGURA 1.25 Eixo de um propulsor a hélice.

ELEMENTOS DE MASSA OU INÉRCIA

- ✓ Admite-se que o elemento de massa ou inércia é um corpo rígido; pode ganhar ou perder energia cinética sempre que a velocidade do corpo mudar.
- ✓ Pela segunda lei de Newton, o produto da massa por aceleração é igual à força aplicada à massa.
- ✓ Trabalho é igual à força multiplicada pelo deslocamento na direção da força.
- ✓ O trabalho realizado sobre uma massa é armazenado na forma de energia cinética da massa.

ELEMENTOS DE MASSA OU INÉRCIA

ASSOCIAÇÃO DE MASSAS

Em muitas aplicações práticas, várias massas aparecem associadas. Para uma análise simples, podemos substituir essas massas por uma única massa equivalente.

Caso 1: Massas de translação ligadas por uma barra rígida. Consideremos as massas ligadas a uma barra rígida articulada em uma extremidade, como mostrado na Figura 1.29 (a). Supomos que a localização da massa equivalente seja a da massa m_1.

$$m_{eq} = m_1 + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 m_2 + \left(\frac{l_3}{l_1}\right)^2 m_3 \quad (1.21)$$

ELEMENTOS DE MASSA OU INÉRCIA

ASSOCIAÇÃO DE MASSAS

Caso 1: Massas de translação ligadas por uma barra rígida.

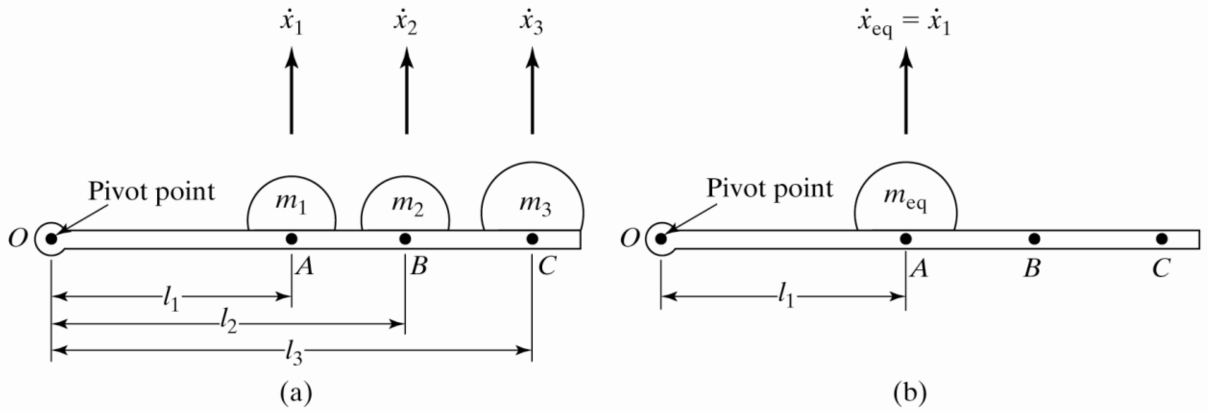


Figure 1.29

Translational masses connected by a rigid bar.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE MASSA OU INÉRCIA

ASSOCIAÇÃO DE MASSAS

Caso 2: Massas de translação e rotacionais acopladas. Considere a massa m, com velocidade de translação $\dot{x}$, acoplada a outra massa (de momento de inércia de massa J_0) com velocidade rotacional $\dot{\theta}$, com no arranjo de cremalheira e pinhão mostrado no Figura 1.30.

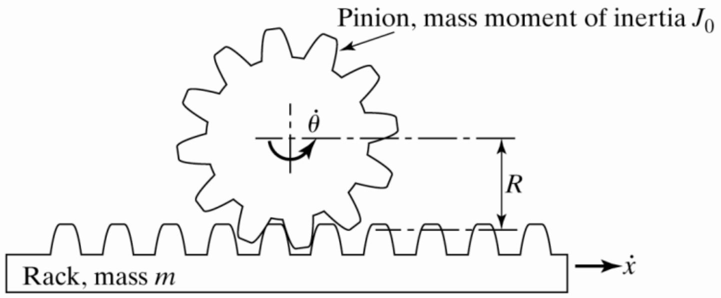


Figure 1.30
Translational and rotational masses in a rack and pinion arrangement.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE MASSA OU INÉRCIA

ASSOCIAÇÃO DE MASSAS

Caso 2: Massas de translação e rotacionais acopladas. Essas duas massas podem ser associadas para obter (1) uma única massa equivalente de translação m_{eq}, ou (2) uma única massa equivalente rotacional J_{eq}.

$$(1)\; m_{eq} = m + \frac{J_0}{R^2} \quad (1.24)$$

$$(2)\; J_{eq} = J_0 + mR^2 \quad (1.25)$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

- ✓ Em muitos sistemas práticos, a energia de vibração é gradativamente convertida em calor ou som. Em virtude da redução da energia, a resposta, tal como o deslocamento do sistema, diminui gradativamente.
- ✓ O mecanismo pelo qual a energia de vibração é gradativamente convertida em calor ou som é conhecido como *amortecimento*.
- ✓ Admite-se que que um amortecedor não tem nem massa nem elasticidade, que a força de amortecimento só existe se houver uma velocidade relativa entre suas duas extremidades.

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

É difícil determinar as causas do amortecimento. Por isso é modelado em:

Amortecimento viscoso: é o mecanismo de amortecimento mais comumente usado em análise de vibrações. Quando sistemas mecânicos vibram em um meio fluido como ar, gás, água e óleo, a resistência oferecida pelo fluido ao corpo em movimento faz que a energia seja dissipada. Nesse caso, a quantidade de energia dissipada depende de muitos fatores como o tamanho e a forma do corpo em vibração, a viscosidade do fluido, a frequência de vibração e a velocidade do corpo. A força de amortecimento é proporcional à velocidade do corpo vibratório.

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

Amortecimento Coulomb ou por atrito seco: Neste tipo, a magnitude da força de amortecimento é constante, mas no sentido oposto ao movimento do corpo vibratório. O amortecimento, nesse caso, é causado pelo atrito entre superfícies em contato que estejam secas ou não tenham lubrificação suficiente.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

Amortecimento material ou sólido ou por histerese: Quando um material é deformado, ele absorve e dissipa energia. O efeito deve-se ao atrito entre os planos internos, que deslizam ou escorregam enquanto as deformações ocorrem. Quando um corpo com amortecimento por histerese é sujeito à vibração, o diagrama tensão-deformação mostra um ciclo de histerese. A área desse ciclo denota a energia perdida por unidade de volume do corpo por ciclo devido ao amortecimento.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

Amortecimento material ou sólido ou por histerese:

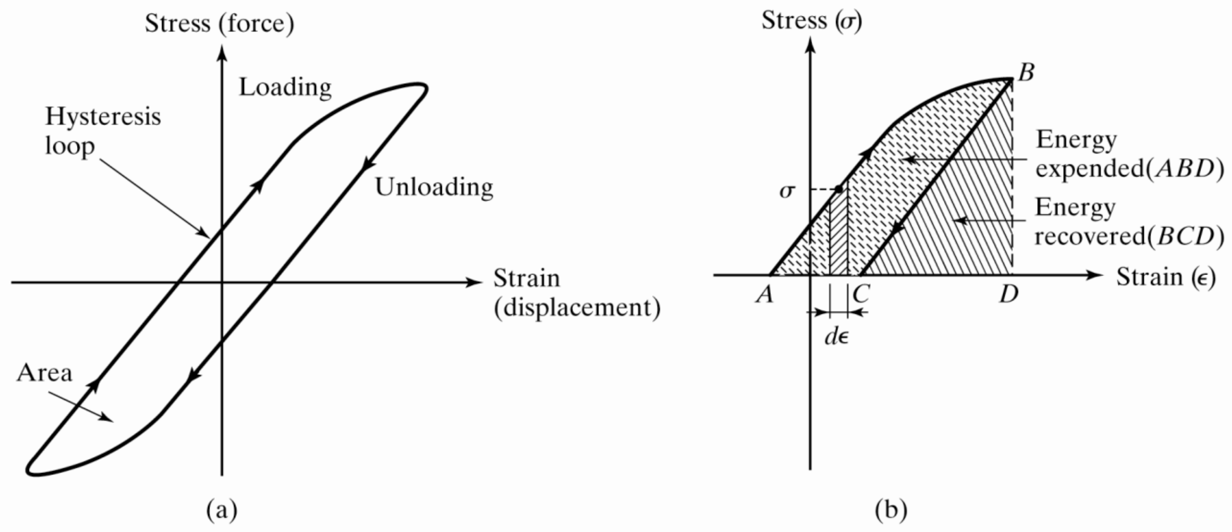


Figure 1.33

Hysteresis loop for elastic materials.

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

CONSTRUÇÃO DE AMORTECEDORES VISCOSOS

Um amortecedor viscoso pode ser construído usando-se duas placas paralelas separadas por uma distância h, com um fluído de viscosidade μ entre as placas (Figura 1.34). Considere que uma das placas é fixa e a outra está movimentando-se com uma velocidade v em seu próprio plano.

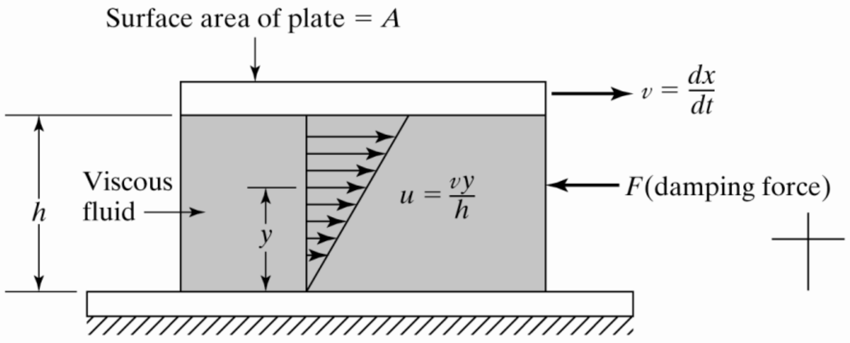


Figure 1.34
Parallel plates with a viscous fluid in between.

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

CONSTRUÇÃO DE AMORTECEDORES VISCOSOS

Segundo a lei de Newton de fluxo viscoso, a tensão de cisalhamento (τ) desenvolvida na camada de fluido a uma distância y da placa fixa é dada por:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.26)$$

Onde ${}^{du}/_{dy} = v/h$ é o gradiente de velocidade.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

CONSTRUÇÃO DE AMORTECEDORES VISCOSOS

A força de cisalhamento ou de resistência (F) desenvolvida na superfície inferior da placa em movimento é:

$$F = \tau A = \frac{\mu A v}{h} = cv \; (1.27)$$

Onde A é a área da superfície da placa em movimento e:

$$c = \frac{\mu A}{h} \; (1.28)$$

c é denominada constante de amortecimento.

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

ASSOCIAÇÃO DE AMORTECEDORES

Quando amortecedores aparecem em associação, eles podem ser substituídos por um amortecedor equivalente.

EXEMPLO 1.10 – Constante elástica equivalente e constante de amortecimento equivalente de um suporte de máquina-ferramenta.

Uma fresadora de precisão está apoiada em quatro suportes isoladores de choque como mostrado na Figura 1.37 (a). A elasticidade e o amortecimento de cada isolador de choque podem ser modeladas como uma mola e um amortecedor viscoso, como mostrado na Figura 1.37 (b).

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

ASSOCIAÇÃO DE AMORTECEDORES

EXEMPLO 1.10 – Constante elástica equivalente e constante de amortecimento equivalente de um suporte de máquina-ferramenta.

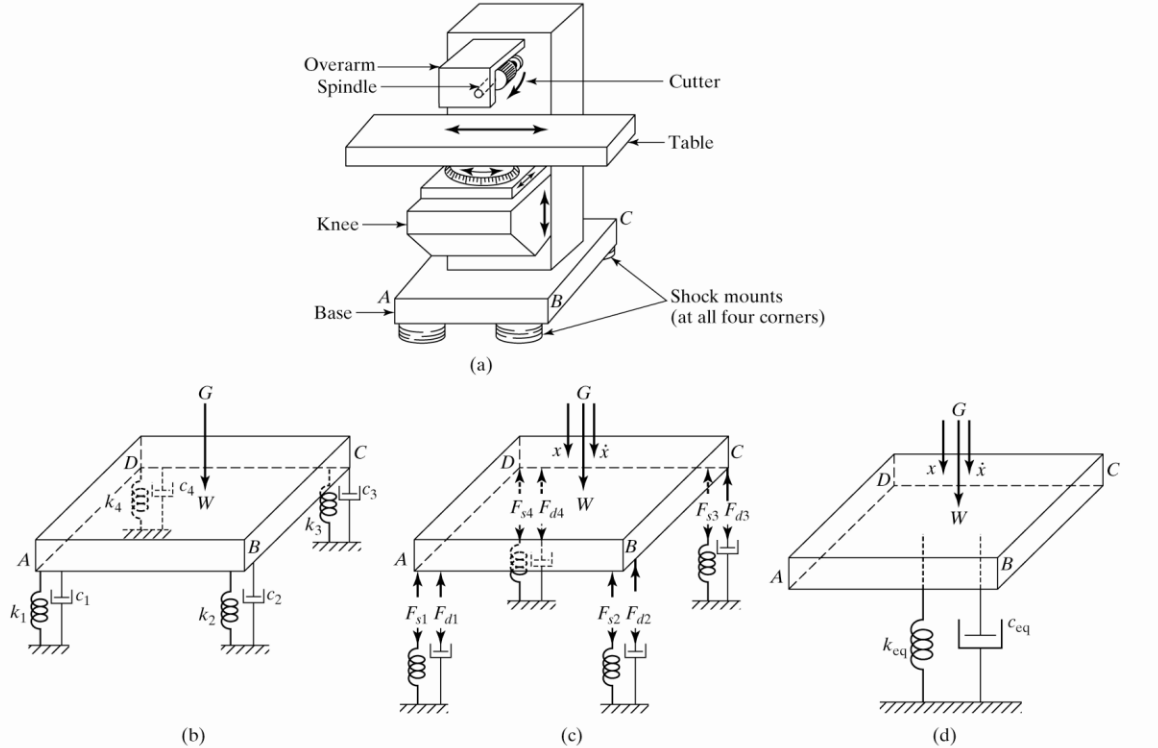


Figure 1.37

Horizontal milling machine.

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

ASSOCIAÇÃO DE AMORTECEDORES

EXEMPLO 1.10 – Constante elástica equivalente e constante de amortecimento equivalente de um suporte de máquina-ferramenta.

Determine a constante elástica equivalente, k_{eq}, e a constante de amortecimento equivalente, c_{eq}, do suporte da máquina-ferramenta em termos das constantes elásticas (k_i) e das constantes de amortecimento (c_i) dos apoios.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ELEMENTOS DE AMORTECIMENTO

ASSOCIAÇÃO DE AMORTECEDORES

EXEMPLO 1.10 – Constante elástica equivalente e constante de amortecimento equivalente de um suporte de máquina-ferramenta.

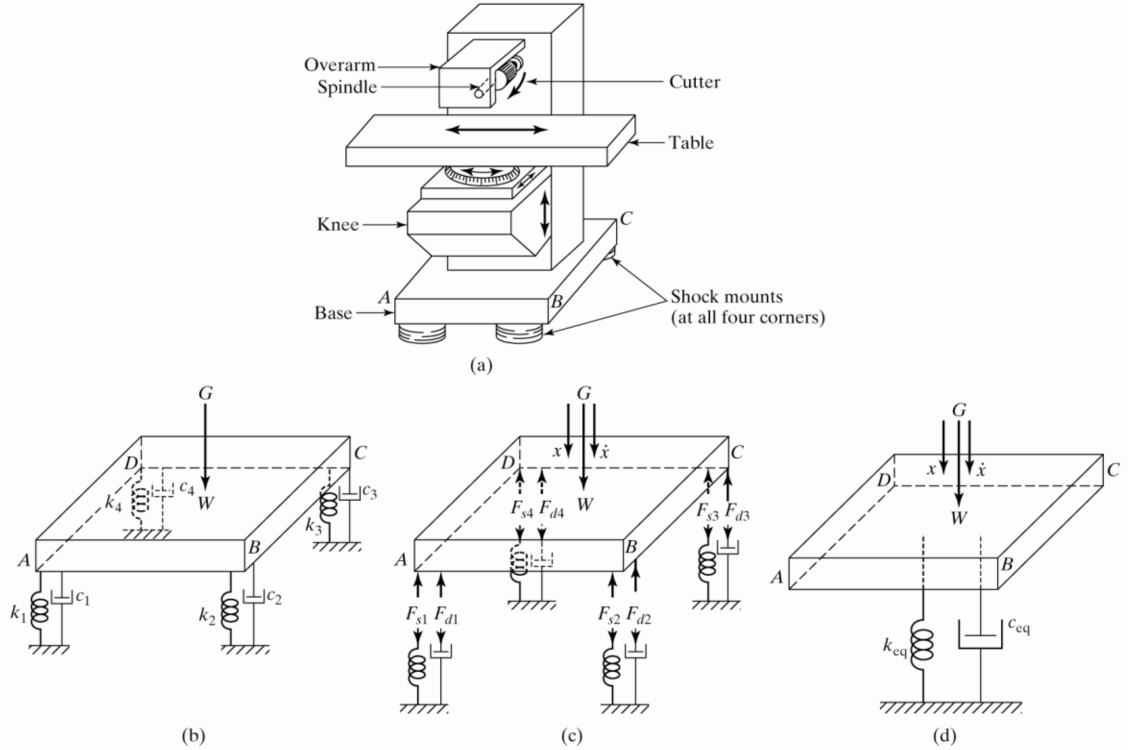


Figure 1.37

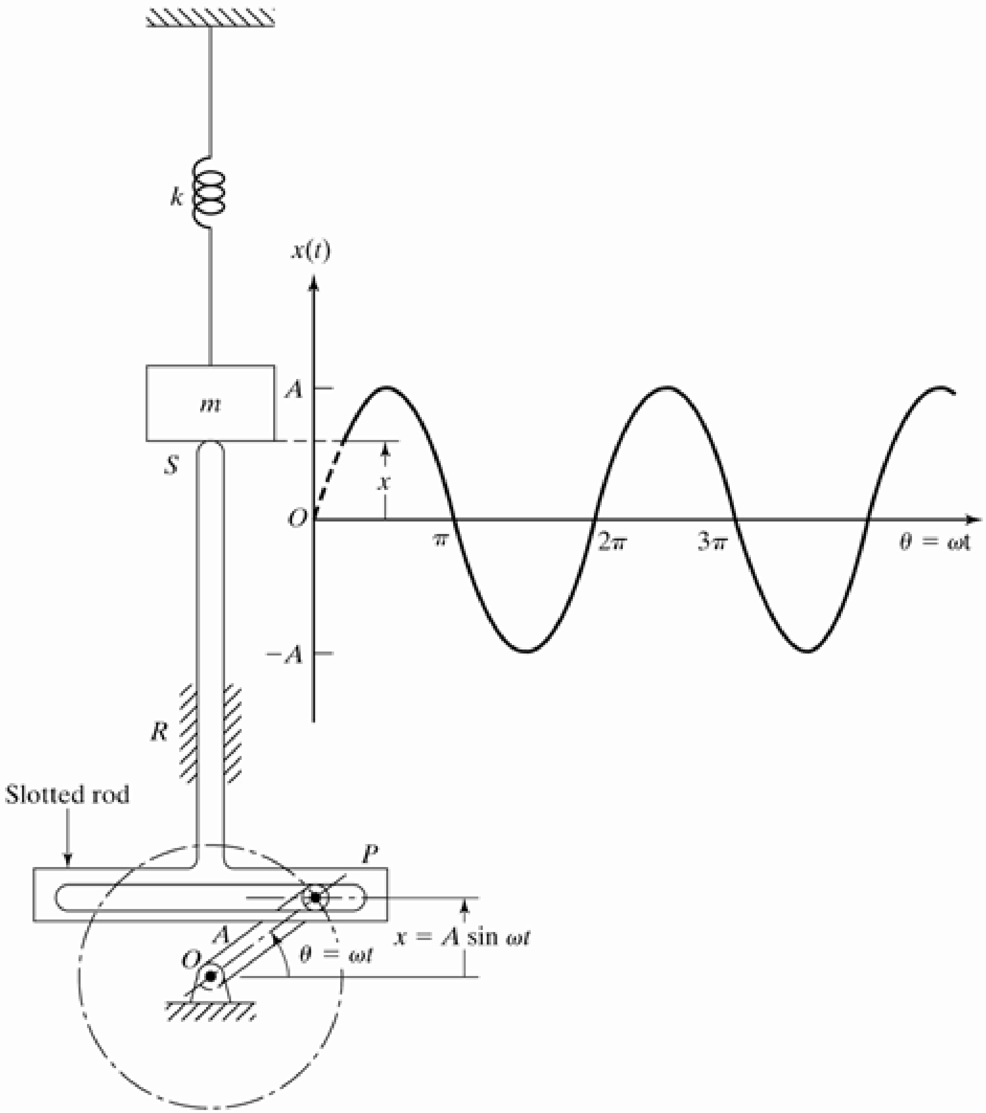
Horizontal milling machine.

MOVIMENTO HARMÔNICO

Movimento oscilatório pode repetir-se regularmente, como no caso de um pêndulo simples, ou pode apresentar considerável irregularidade, como acontece com o movimento do solo durante um terremoto. Se o movimento for repetido a intervalos de tempo iguais, é denominado *movimento periódico*. O tipo mais simples de movimento periódico é o *movimento harmônico*.

MOVIMENTO HARMÔNICO

$x = A sen\ \theta = A\ sen\ \omega t$ (1.30)



MOVIMENTO HARMÔNICO

DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

As seguintes definições e terminologia são úteis quando se trata de movimento harmônico e outras funções periódicas.

Ciclo. O movimento de um corpo vibratório de sua posição de repouso ou equilíbrio até a sua posição extrema em um sentido, então até a posição de equilíbrio, daí até a sua posição extrema no outro sentido e de volta à posição de equilíbrio é denominada um ciclo de vibração.

MOVIMENTO HARMÔNICO

DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Amplitude. O máximo deslocamento de um corpo vibratório em relação à sua posição de equilíbrio é denominado *amplitude de vibração*.

Período de oscilação. O tempo que leva para concluir um ciclo de movimento é conhecido como período de oscilação ou período e é denotado por τ.

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1.59)$$

Onde ω é denominada frequência angular.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

MOVIMENTO HARMÔNICO

DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Frequência de oscilação. O número de ciclos por unidade de tempo é denominado *frequência de oscilação* ou simplesmente *frequência* e é denotado por f. Assim:

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.60)$$

f é medida em ciclos por segundo (Hertz), enquanto ω é medida em radianos por segundo.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

MOVIMENTO HARMÔNICO

DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Ângulo de fase. Considere dois movimentos vibratórios denotados por:

$x_1 = A_1 \, sen \, \omega t \; (1.61)$

$x_2 = A_2 \, sen \, (\omega t + \phi) \; (1.62)$

Os dois movimentos harmônicos dados pelas equações (1.61) e (1.62) são denominados síncronos porque tem a mesma frequência ou velocidade angular, ω.

Neste sentido o máximo da equação (1.62) ocorre ϕ radianos antes que o da equação (1.61). Sendo assim ϕ é chamado de *ângulo de fase*.

MOVIMENTO HARMÔNICO

DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Frequência natural. Se, após uma perturbação inicial, um sistema continuar a vibrar por si próprio sem a ação de forças externas, a frequência com que ele oscila é conhecida como sua *frequência natural*.

Batimentos. Quando dois movimentos harmônicos cujas frequências estão próximas uma da outra são somados, o movimento resultante exibe um fenômeno conhecido como batimentos. O fenômeno de batimentos é frequentemente observado em máquinas, estruturas e centrais elétricas.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

ANÁLISE HARMÔNICA

EXPANSÃO POR SÉRIE DE FOURIER

Se $x(t)$ é uma função periódica com período τ, sua representação por série de Fourier é dada por:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \ \ldots + b_1 sen\ \omega t + b_2 sen\ 2\omega t + \cdots$$

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n sen\ n\omega t) \ \ (1.70)$$

Onde $\omega = 2\pi/\tau$ é a frequência fundamental e $a_0, a_1, a_2, \ldots, b_0, b_1, b_2 \ldots$ são coeficientes constantes.

ANÁLISE HARMÔNICA

EXPANSÃO POR SÉRIE DE FOURIER

Para determinar os coeficientes a_n e b_n:

$$a_0 = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{2\pi/\omega} x(t)\,dt = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} x(t)dt \quad (1.71)$$

$$a_n = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{2\pi/\omega} x(t)\cos n\omega t\,dt = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} x(t)\cos n\omega t\;\,dt \quad (1.72)$$

$$b_n = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{2\pi/\omega} x(t)\,\mathrm{sen}\,n\omega t\,dt = \frac{2}{\tau}\int_0^{\tau} x(t)\,\mathrm{sen}\,n\omega t\;\,dt \quad (1.73)$$

ANÁLISE HARMÔNICA

EXPANSÃO POR SÉRIE DE FOURIER

Exemplo 1.13 – Análise numérica de Fourier

As variações da pressão da água dentro de um cano medidas a intervalos de 0,01 segundo são dadas na Tabela 1.1. Essas variações são de natureza repetitiva. Faça uma análise harmônica das variações da pressão e determine as três primeiras harmônicas da expansão por série de Fourier.

TABELA 1.1

Estação de tempo, i	Tempo (s), t_i	Pressão (kN/m^2), p_i
0	0	0
1	0,01	20
2	0,02	34
3	0,03	42
4	0,04	49
5	0,05	53
6	0,06	70
7	0,07	60
8	0,08	36
9	0,09	22
10	0,10	16
11	0,11	7
12	0,12	0

REFERENCIAS

RAO, Singiresu. Vibrações mecânicas. 4.ed. São Paulo, SP: Pearson, c2009. 424 p. ISBN 9788576052005.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

MUITO OBRIGADO

Alexsander Furtado Carneiro

Professor de Eletrotécnica

www.ifsul.edu.br
E-mail de contato
TELEFONE DE CONTATO