INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense
Câmpus
Passo Fundo

EDUCAÇÃO
PÚBLICA
100%
GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE DE SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE

ALEXSANDER FURTADO CARNEIRO

INTRODUÇÃO

- ✓ Diz-se que um sistema sofre vibração livre quando oscila somente sob uma perturbação inicial, sem a ação de nenhuma força após essa perturbação inicial.
- ✓ As oscilações do pêndulo de um relógio de armário, o movimento oscilatório vertical que um ciclista sente após bater contra um buraco da estrada e o movimento de uma criança em um balanço após o empurrão inicial representam alguns exemplos de vibração livre.

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

EQUAÇÃO DO MOVIMENTO PELA SEGUNDA LEI DO MOVIMENTO DE NEWTON

Para o estudo de sistemas de vibração é usada a segunda lei do movimento de Newton para obter a equação do movimento.

A segunda lei do movimento de Newton pode ser enunciada como:

A taxa de variação do momento linear é igual à força que age sobre a massa ou corpo.

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

EQUAÇÃO DO MOVIMENTO PELA SEGUNDA LEI DO MOVIMENTO DE NEWTON

O procedimento pode ser resumido da seguinte maneira:

1. Selecione uma coordenada adequada para descrever a posição da massa no sistema.
2. Determine a configuração de equilíbrio estático do sistema e meça o deslocamento da massa em relação à sua posição de equilíbrio.
3. Desenhe o diagrama de corpo livre da massa quando submetida a um deslocamento positivo e a uma velocidade.
4. Aplique a segunda lei do movimento à massa mostrada no diagrama de corpo livre.

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

EQUAÇÃO DO MOVIMENTO PELA SEGUNDA LEI DO MOVIMENTO DE NEWTON

Assim, se a massa m for deslocada por uma distância $\vec{x}(t)$ quando uma força resultante $\vec{F}(t)$ agir sobre ela na mesma direção, a segunda lei do movimento resulta em:

$$\vec{F}(t) = \frac{d}{dt}\left(m\frac{d\vec{x}(t)}{dt}\right)$$

Se a massa m for constante, essa equação se reduz a:

$$\vec{F}(t) = m\ddot{\vec{x}} \ (2.1)$$

Sendo $\ddot{\vec{x}}$ a aceleração da massa.

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

EQUAÇÃO DO MOVIMENTO PELA SEGUNDA LEI DO MOVIMENTO DE NEWTON

A equação (2.1) pode ser enunciada em palavras como:

$$Força\ resultante\ sobre\ a\ massa\ =\ Massa\ X\ Aceleração$$

Para um corpo rígido sujeito a movimento rotacional, a lei de Newton resulta em:

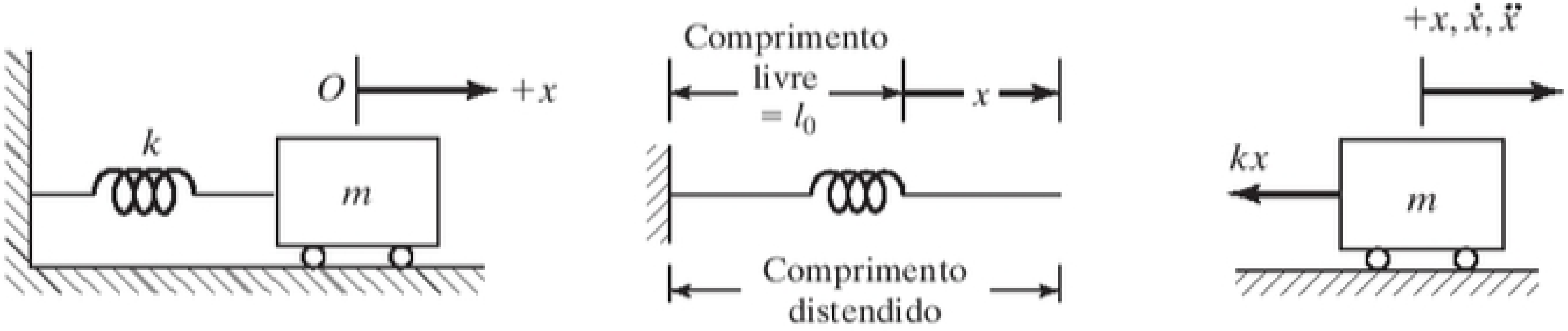
$$\vec{M}(t) = J\ddot{\vec{\theta}}\ (2.2)$$

Onde $\vec{M}$ é o momento resultante que age sobre o corpo, e o $\vec{\theta}$ é o deslocamento angular e $\ddot{\vec{\theta}}$ é a aceleração angular.

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

EQUAÇÃO DO MOVIMENTO PELA SEGUNDA LEI DO MOVIMENTO DE NEWTON

Procedimento aplicado ao sistema não amortecido com um grau de liberdade mostrado na Figura 2.1 (a).



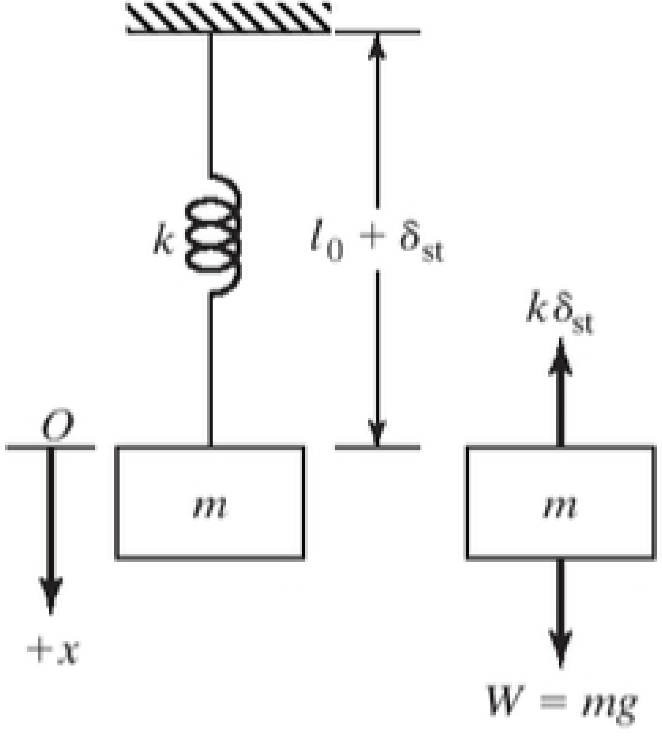
(a) (b)

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (2.3)$$

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DE UM SISTEMA MASSA-MOLA NA POSIÇÃO VERTICAL

Considere o sistema mostrado na Figura 2.7 (a).



(a)

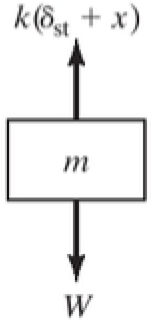
Em repouso a massa estará em equilíbrio estático. Nessa posição, o comprimento da mola é $l_0 + \delta_{st}$, onde δ_{st} é a ***deflexão estática*** – o alongamento devido ao peso W da massa m.

$$W = mg = k\delta_{st} \quad (2.9)$$

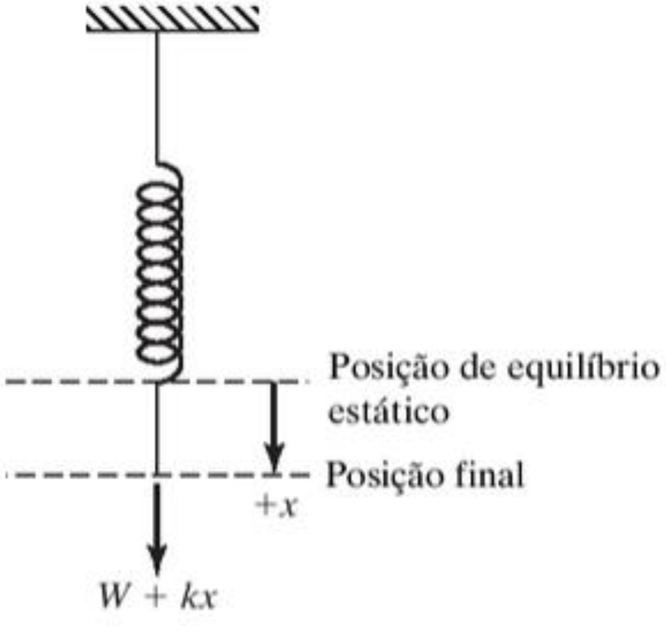
VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DE UM SISTEMA MASSA-MOLA NA POSIÇÃO VERTICAL

Se a massa sofrer uma deflexão até uma distância $+x$ em relação a sua posição de equilíbrio estático, então a força da mola é $-k(x + \delta_{st})$.



(c)



(b)

A aplicação da 2ª lei do movimento de Newton à massa m dá:

$$m\ddot{x} = -k(x + \delta_{st}) + \mathrm{W}$$

Sendo $W = k\delta_{st}$, obtemos:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \ (2.10)$$

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO (2.3)

A solução da equação $m\ddot{x} + kx = 0$ pode ser encontrada admitindo-se que:

$$x(t) = Ce^{st} \ (2.11)$$

Onde C e s são constantes a determinar. A substituição da Equação (2.11) na Equação (2.3) dá:

$$C(ms^2 + k) = 0$$

Como C não pode ser zero, temos:

$$ms^2 + k = 0 \ (2.12)$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO (2.3)

Temos duas raízes para s:

$$s = \pm\left(-\frac{k}{m}\right)^{1/2} \quad (2.13)$$

Sendo $i = (-1)^{1/2}$ e

$$\omega_n = \left(\frac{k}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.14)$$

ω_n é a frequência natural do sistema.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO (2.3)

A solução da Equação (2.3) sujeita às condições iniciais é dada por:

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} sen\, \omega_n t \; (2.18)$$

Sendo

$$x(t = 0) = x_0$$

$$\dot{x}(t = 0) = \dot{x}_0$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

MOVIMENTO HARMÔNICO

- ✓ A Equação (2.18) é uma função harmônica do tempo. O movimento é simétrico em relação a posição de equilíbrio da massa m. A velocidade é um máximo e, e a aceleração é zero toda vez que a massa passa por essa posição.
- ✓ O sistema massa-mola é denominado um oscilador harmônico.

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

MOVIMENTO HARMÔNICO

Observe os seguintes aspectos do sistema massa-mola:

1) Se o sistema massa-mola estiver em uma posição vertical, a frequência natural será

$$\omega_n = \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2} \text{ (2.26).}$$

A constante elástica da mola, k, pode ser expressa em termos da massa m pela Equação (2.9) como:

$$k = \frac{W}{\delta_t} = \frac{mg}{\delta_t} \quad (2.27)$$

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

MOVIMENTO HARMÔNICO

A substituição da Equação (2.17) na Equação (2.26) dá:

$$\omega_n = \left(\frac{g}{\delta_t}\right)^{1/2} \quad (2.28)$$

Portanto:

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{g}{\delta_t}\right)^{1/2} \quad (2.29) \qquad \tau_n = \frac{1}{f_n}\left(\frac{\delta_t}{g}\right)^{1/2} \quad (2.30)$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

MOVIMENTO HARMÔNICO

Assim, quando a massa vibra em sentido vertical, pode-se calcular a frequência natural e o período de vibração pela simples medição da deflexão estática δ_t.

2) Se a velocidade inicial $\dot{x}_0$ for zero, a solução torna-se:

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t \ (2.33)$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TRANSLAÇÃO NÃO AMORTECIDO

MOVIMENTO HARMÔNICO

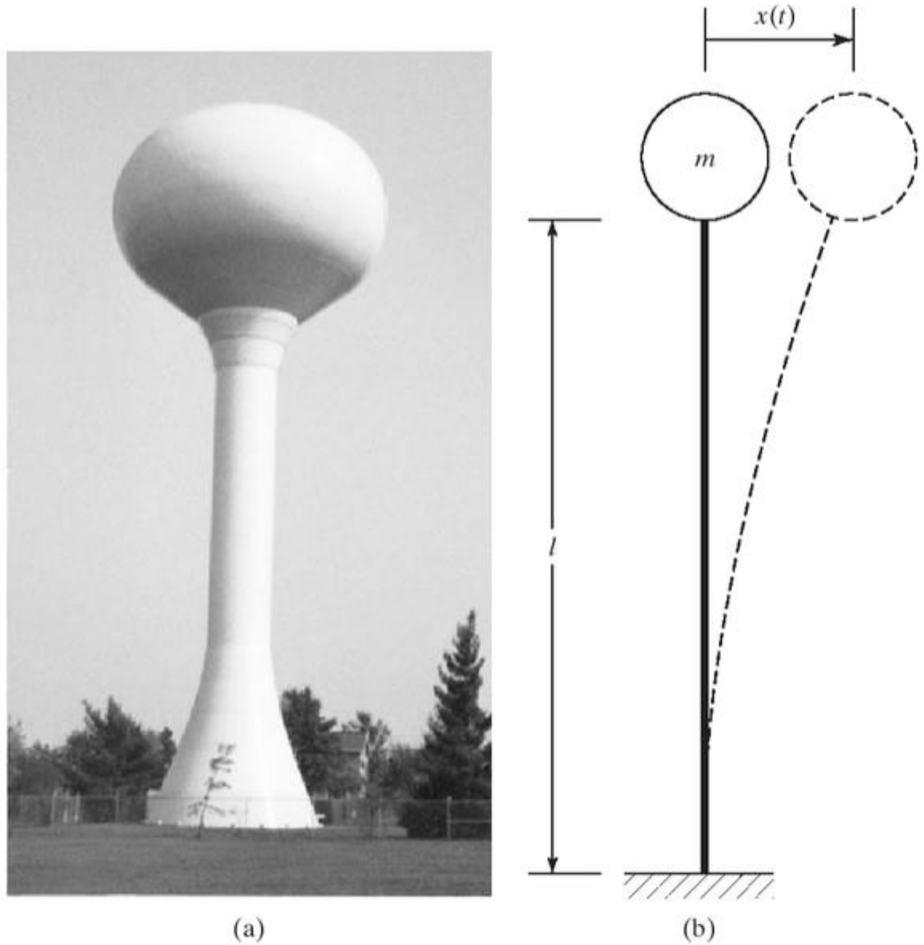


FIGURA 2.10 Reservatório elevado. (Fotografia por cortesia de West Lafayette Water Company.)

EXEMPLO 2.1

Resposta harmônica de uma caixa d'água

A coluna da caixa d'água mostrada na Figura 2.10(a) tem 300 ft de altura e é feita de concreto reforçado com uma seção transversal tubular de 8 ft de diâmetro interno e 10 ft de diâmetro externo. A caixa d'água pesa 6×10^5 lb quando está cheia. Desprezando a massa da coluna e admitindo que o módulo de Young do concreto reforçado seja 4×10^6 psi, determine o seguinte:

a. a freqüência natural e o período natural de vibração transversal da caixa d'água;

b. a resposta de vibração da caixa d'água resultante de um deslocamento transversal inicial de 10 in;

c. os valores máximos da velocidade e da aceleração experimentados pela caixa d'água.

nden

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TORCIONAL NÃO AMORTECIDO

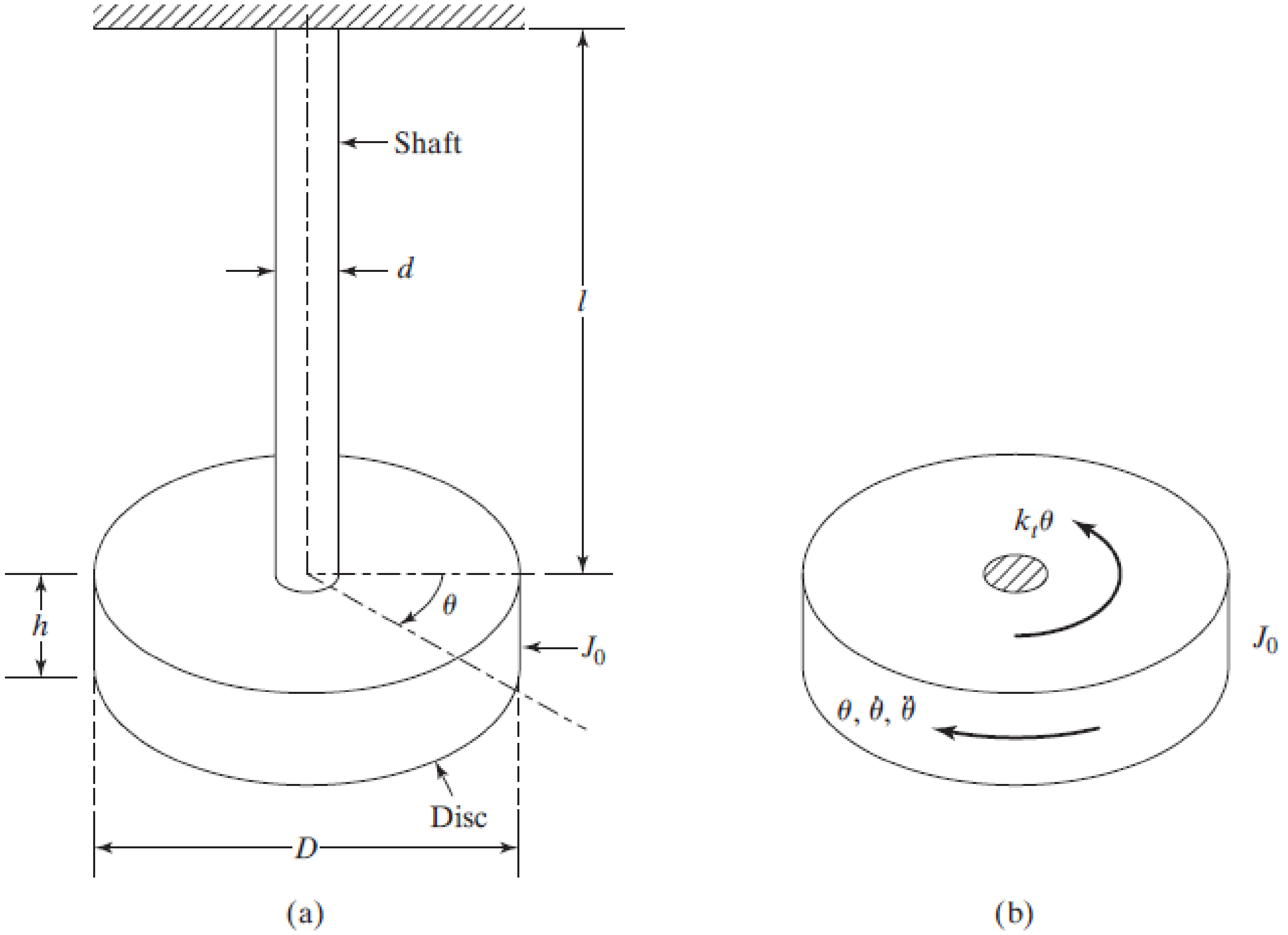
INTRODUÇÃO

- ✓ Se um corpo rígido oscilar em relação a um eixo de referência, o movimento resultante será denominado *vibração por torção*.
- ✓ Nesse caso, o deslocamento do corpo é medido em termos de uma coordenada angular.
- ✓ Em um problema de vibração por torção, o momento restaurador pode ser resultante da torção de um membro elástico ou de um momento desbalanceado de uma força ou conjugado.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TORCIONAL NÃO AMORTECIDO

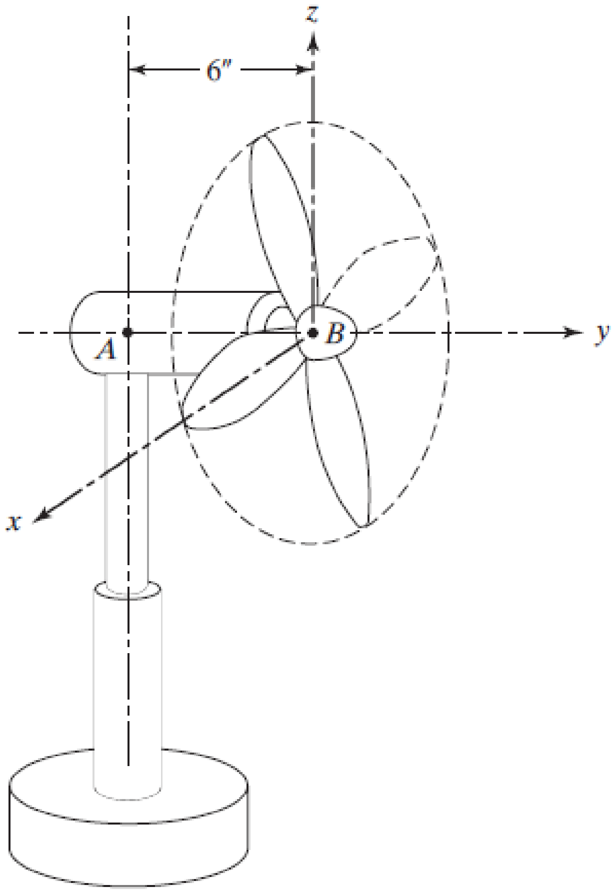
INTRODUÇÃO



EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE DE UM SISTEMA DE TORCIONAL NÃO AMORTECIDO

INTRODUÇÃO



EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

MÉTODO DA ENERGIA DE RAYLEIGH

Com o método da energia de Rayleigh é possível determinar as frequências naturais de sistemas com um grau de liberdade.

O princípio da conservação da energia, no contexto de um sistema vibratório não amortecido, pode ser enunciado como:

$$T_1 + U_1 = T_2 + U_2 \quad (2.55)$$

Os índices 1 e 2 denotam dois instantes diferentes no tempo.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

MÉTODO DA ENERGIA DE RAYLEIGH

Se o sistema estiver em movimento harmônico, então T_1 e U_2 denotam os valores máximos de T e U, respectivamente.

$$T_{max} = U_{max} \quad (2.57)$$

A aplicação da Equação (2.57), que também é conhecida como método da energia de Rayleigh, dá a frequência natural do sistema diretamente.

MÉTODO DA ENERGIA DE RAYLEIGH

Exemplo 2.7 Manômetro para motor a diesel.

O escapamento de um motor a diesel de um cilindro e quatro tempos deve ser ligado a um silenciador e, então, a pressão deve ser medida com um manômetro simples em U (Figura 2.18).

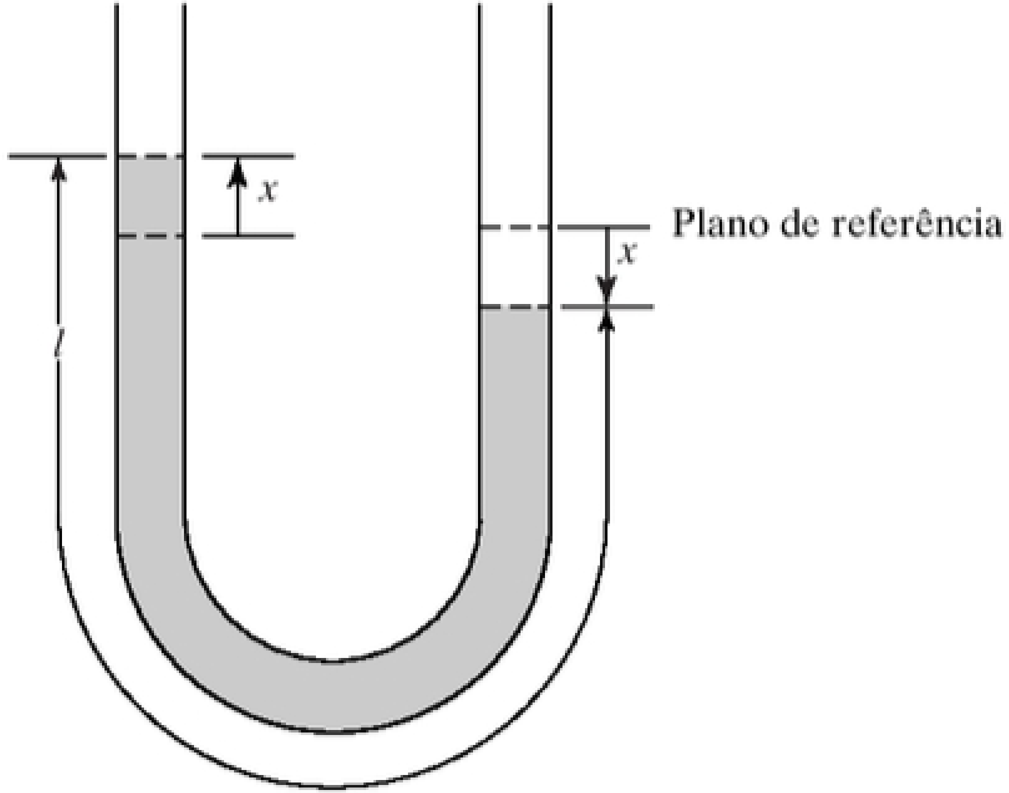


FIGURA 2.18 Manômetro de tubo em U.

MÉTODO DA ENERGIA DE RAYLEIGH

Exemplo 2.7 Manômetro para motor a diesel.

Calcule o comprimento mínimo do tubo do manômetro de modo que a frequência natural de oscilação da coluna de mercúrio seja 3.5 vezes mais lenta que a frequência das variações de pressão no silenciador a uma velocidade do motor de 600 rpm.

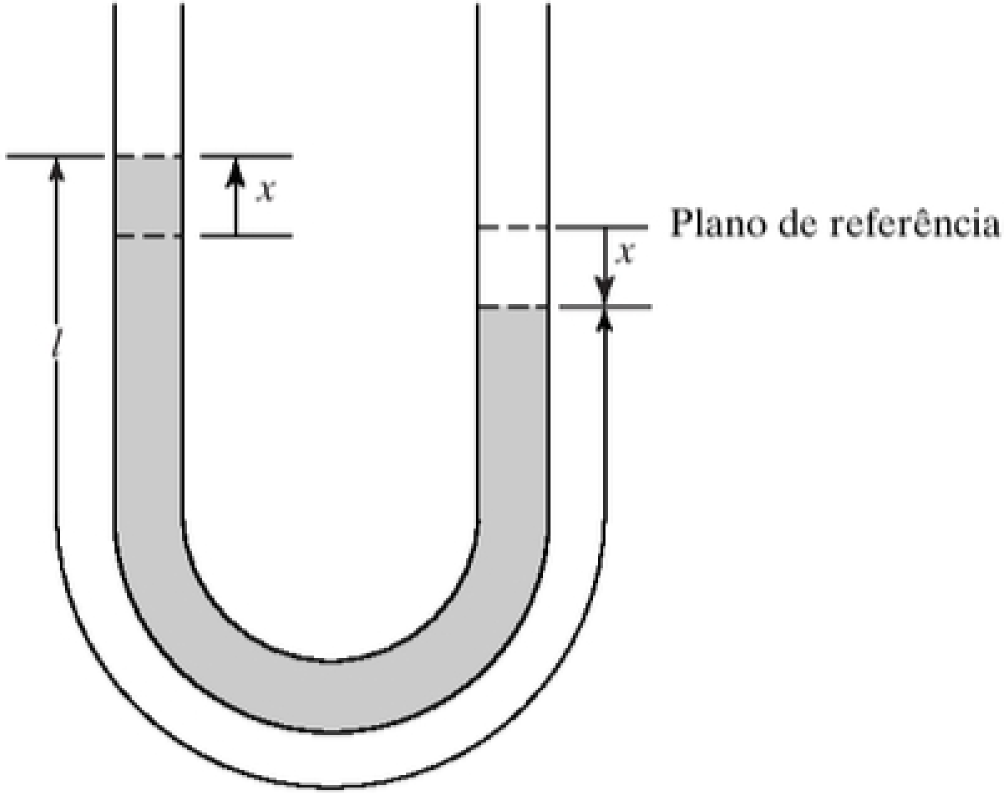


FIGURA 2.18 Manômetro de tubo em U.

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

Lembrando, a força de amortecimento viscoso, F, é proporcional à velocidade, $\dot{x}$ ou v e pode ser expressa como:

$$F = -c\dot{x}$$

Onde c é a constante de amortecimento ou coeficiente de amortecimento viscoso, e o sinal negativo indica que a força de amortecimento é oposta ao sentido da velocidade.

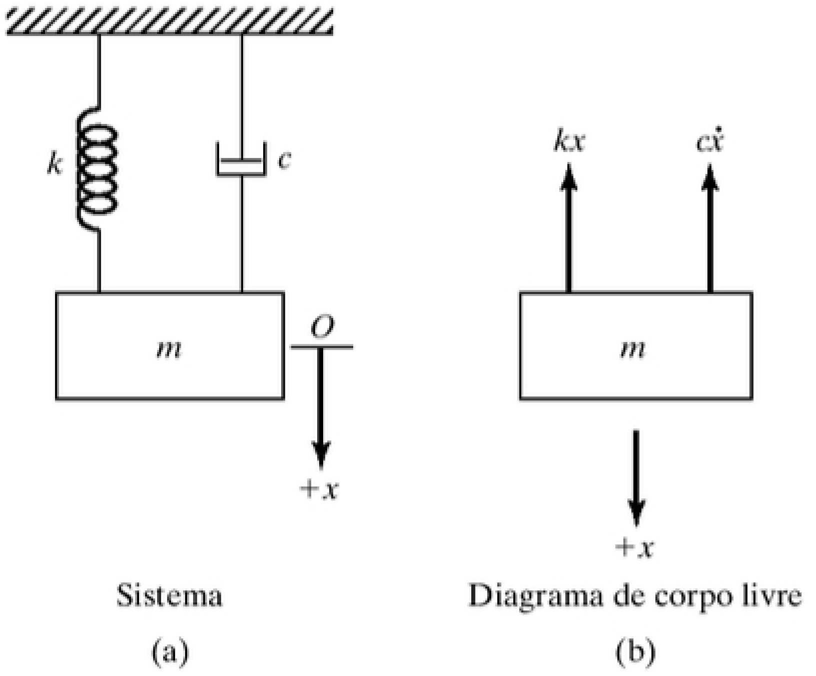


FIGURA 2.21 Sistema com um grau de liberdade com amortecedor viscoso.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

Se x for medida em relação à posição de equilíbrio da massa m, a aplicação da lei de Newton dá a equação do movimento:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \; (2.59)$$

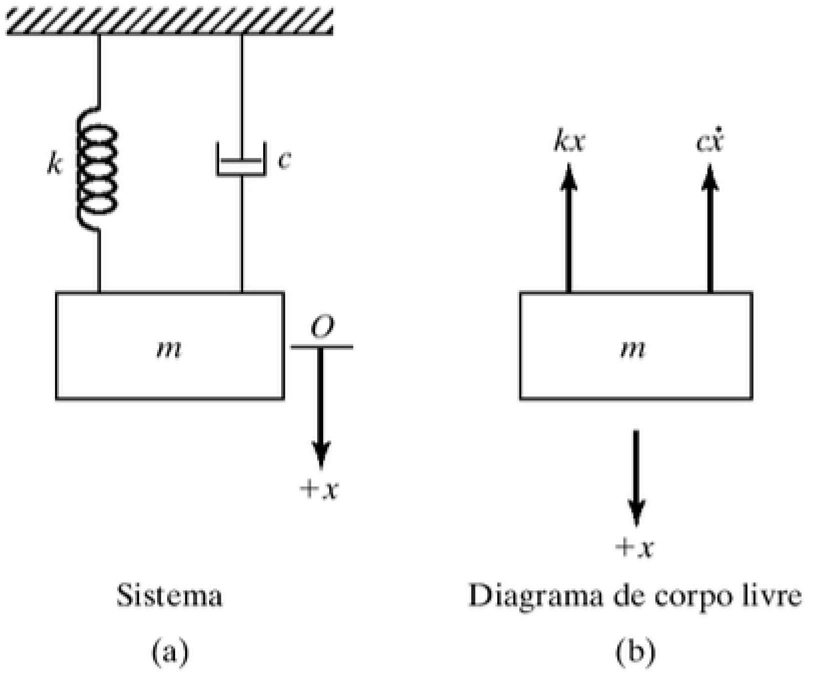


FIGURA 2.21 Sistema com um grau de liberdade com amortecedor viscoso.

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Para resolver a equação (2.59), admitimos uma solução na forma:

$$x(t) = Ce^{st} \ (2.60)$$

Onde C e s são constantes indeterminadas. A inserção dessa função na Equação (2.59) resulta na equação característica:

$$ms^2 + cs + k = 0 \ (2.61)$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Da equação (2.61) obtemos as seguintes raízes:

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}$$

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \qquad (2.62)$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

As raízes dão duas soluções para a equação (2.59):

$$x_1(t) = C_1 e^{s_1 t} \text{ e } x_2(t) = C_2 e^{s_2 t} \qquad (2.63)$$

A solução geral da equação (2.59) é dada por uma combinação das duas soluções:

$$x(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t}$$

$$x(t) = C_1 e^{\left\{-\frac{c}{2m}+\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2-\frac{k}{m}}\right\}t} + C_2 e^{\left\{-\frac{c}{2m}-\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2-\frac{k}{m}}\right\}t} \qquad (2.64)$$

C_1 e C_2 são constantes arbitrárias a serem determinadas pelas condições iniciais do sistema.

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Constante de amortecimento crítico: Amortecimento crítico é o estado de um oscilador linear (sistema massa-mola) exatamente na transição de oscilação do sistema e não oscilação.

O amortecimento crítico c_c é definido como:

$$c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n \qquad (2.64)$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Fator de amortecimento: O fator de amortecimento ζ é definido como a razão entre a constante de amortecimento e a constante de amortecimento crítico:

$$\zeta = {}^{c}/_{c_c} \quad (2.66)$$

Pelas equações (2.66) e (2.65), podemos escrever:

$$\frac{c}{2m} = \zeta\omega_n \quad (2.67)$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Substituindo a equação (2.67) na equação (2.62) que são as raízes, temos:

$$s_{1,2} = \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n \quad (2.68)$$

Assim, a solução da equação (2.64), pode ser escrita como:

$$x(t) = C_1 e^{\left(-\zeta+\sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_n t} + C_2 e^{\left(-\zeta-\sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_n t} \quad (2.69)$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

A natureza das raízes s_1 e s_2 depende da magnitude do amortecimento. Pode-se perceber que o caso $\zeta = 0$ resulta nas vibrações não amortecidas. Por consequência admitimos que $\zeta \neq 0$ e consideramos três casos seguintes.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Caso 1. Sistema subamortecido

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Exercício 2.84:

Verifica-se que a frequência de vibração de um pêndulo simples é de $0{,}5\ Hz$ no vácuo e $0{,}45\ Hz$ em um meio fluído viscoso. Determine a constante de amortecimento, considerando que a massa do peso do pêndulo é $1\ kg$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Caso 2. Sistema criticamente amortecido : $(\zeta = 1 \; ou \; c = c_c \; ou \; \frac{c}{2m} = \sqrt{\frac{k}{m}})$

Nesse caso, as duas raízes s_1 e s_2 são iguais:

$$s_1 = s_2 = -\frac{c_c}{2m} = -\omega_n \; (2.77)$$

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Caso 2. Sistema criticamente amortecido

A solução da equação (2.59) é da por:

$$x(t) = (C_1 + C_2 t)e^{-\omega_n t} \; (2.78)$$

A aplicação das condições iniciais $x(t = 0) = x_0$ e $\dot{x}(t = 0) = \dot{x}_0$ para esse caso dá:

$$C_1 = x_0$$

$$C_2 = \dot{x}_0 + \omega_n x_0$$

Substituindo C_1 e C_2 na equação (2.78) temos:

$$x(t) = [x_0 + (\dot{x}_0 + \omega_n x_0)t]e^{-\omega_n t} \; (2.80)$$

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Caso 3. Sistema superamortecido: $(\zeta > 1 \; ou \; c > c_c \; ou \; \frac{c}{2m} > \sqrt{\frac{k}{m}})$

Nesse caso as raízes são reais e distintas e são dadas por:

$$s_1 = \left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n < 0$$

$$s_2 = \left(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n < 0$$

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Caso 3. Sistema superamortecido: ($\zeta > 1 \; ou \; c > c_c \; ou \; \frac{c}{2m} > \sqrt{\frac{k}{m}}$)

Com $s_2 \ll s_1$ a solução da equação (2.69), pode ser expressa como:

$$x(t) = C_1 e^{\left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n t} + C_2 e^{\left(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n t} \quad (2.81)$$

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Caso 3. Sistema superamortecido:

Para as condições iniciais $x(t=0)=x_0$ e $\dot{x}(t=0)=\dot{x}_0$ para obter C_1 e C_2 :

$$C_1 = \frac{x_0\omega_n\left(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right) + \dot{x}_0}{2\omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

$$C_2 = \frac{-x_0\omega_n\left(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right) - \dot{x}_0}{2\omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO VISCOSO

SOLUÇÃO

Comparação entre os movimentos com tipos diferentes de amortecimento.

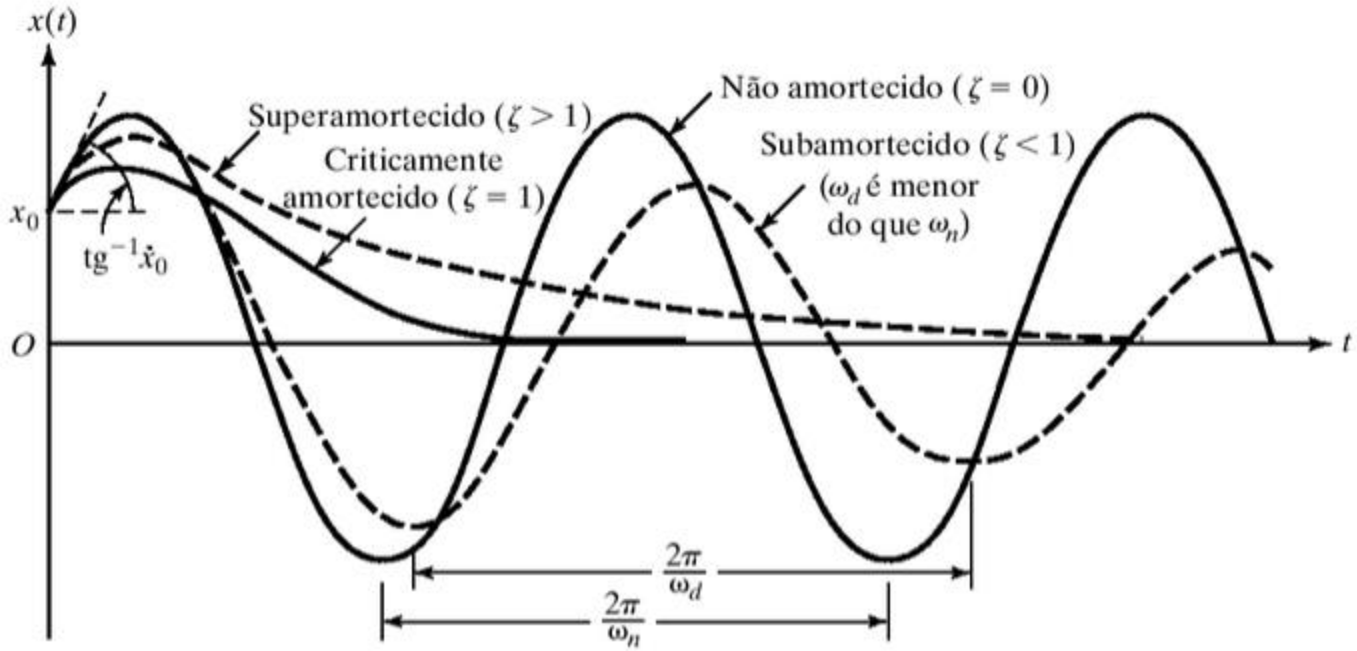


FIGURA 2.24 Comparação entre movimentos com tipos diferentes de amortecimento.

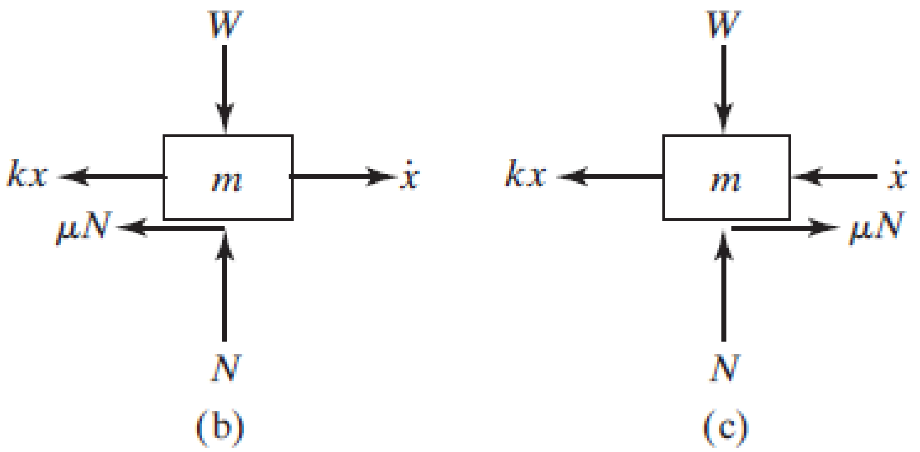
VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO COULOMB

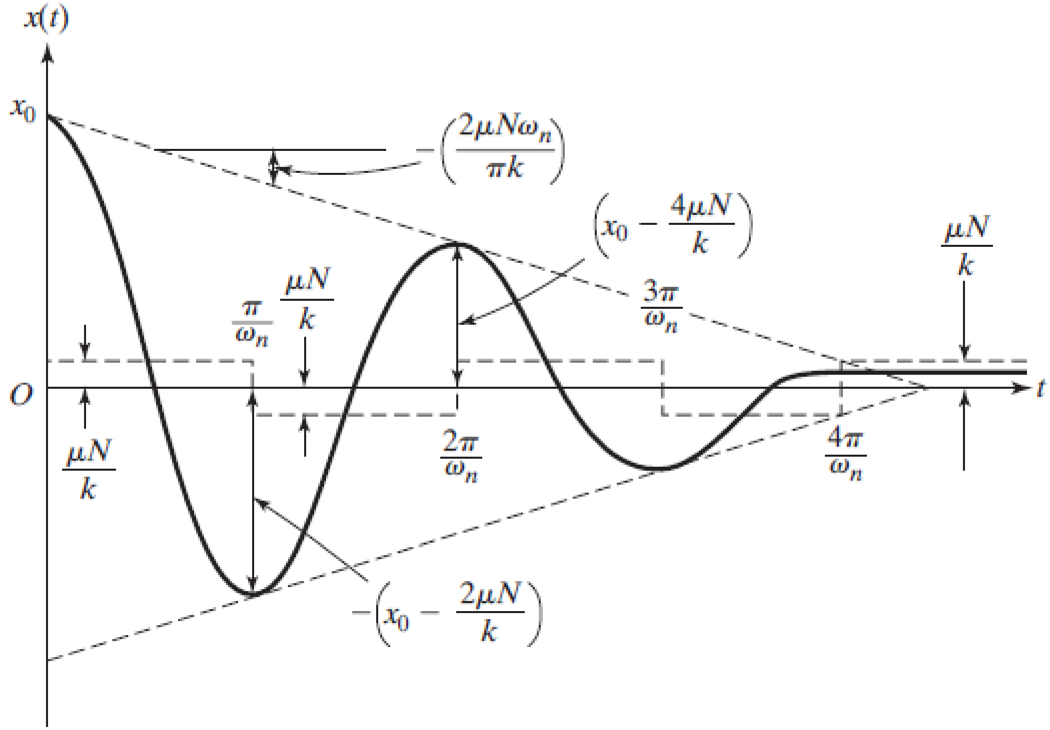
Em muitos sistemas mecânicos são usados amortecedores Coulomb ou de atrito seco em razão da sua simplicidade mecânica e conveniência. Além disso, sempre que os componentes de uma estrutura vibratória deslizam um em relação ao outro, o amortecimento por atrito aparece internamente.

O amortecimento Coulomb às vezes é denominado amortecimento constante.

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO COULOMB

Equação do movimento e sua solução





VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO COULOMB

- A equação do movimento é não-linear com amortecimento Coulomb, enquanto é linear com amortecimento viscoso.
- A frequência natural do sistema é inalterada com amortecimento Coulomb, enquanto é reduzido com o amortecimento viscoso.
- O movimento é periódico com o amortecimento Coulomb, enquanto pode ser não periódico em um sistema com amortecimento viscoso.

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO COULOMB

- O sistema para após algum tempo com o amortecimento Coulomb, enquanto o movimento teoricamente continua para sempre (talvez com uma amplitude infinitesimalmente pequena) com amortecimento viscoso e histerese.
- A amplitude reduz linearmente com o amortecimento de Coulomb, enquanto reduz exponencialmente com amortecimento viscoso.

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO COULOMB

- O sistema para após algum tempo com o amortecimento Coulomb, enquanto o movimento teoricamente continua para sempre (talvez com uma amplitude infinitesimalmente pequena) com amortecimento viscoso e histerese.
- A amplitude reduz linearmente com o amortecimento de Coulomb, enquanto reduz exponencialmente com amortecimento viscoso.

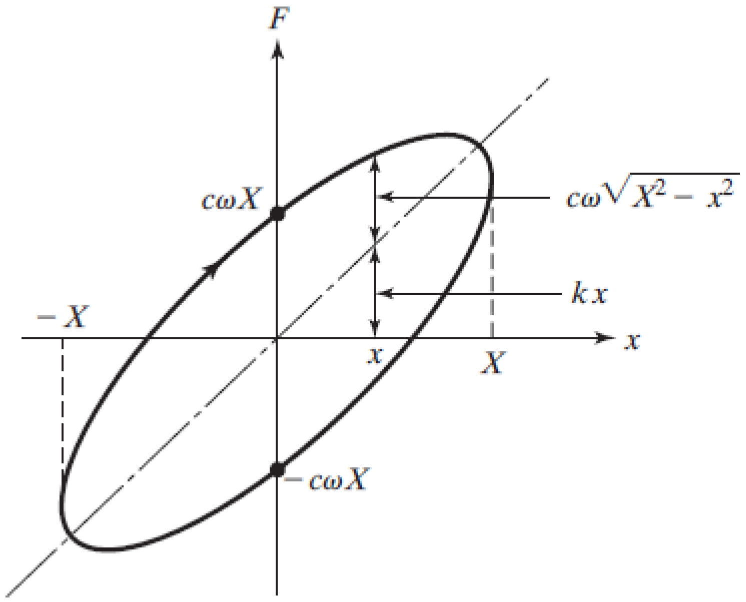
VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO COULOMB

Polia sujeita a amortecimento Coulomb

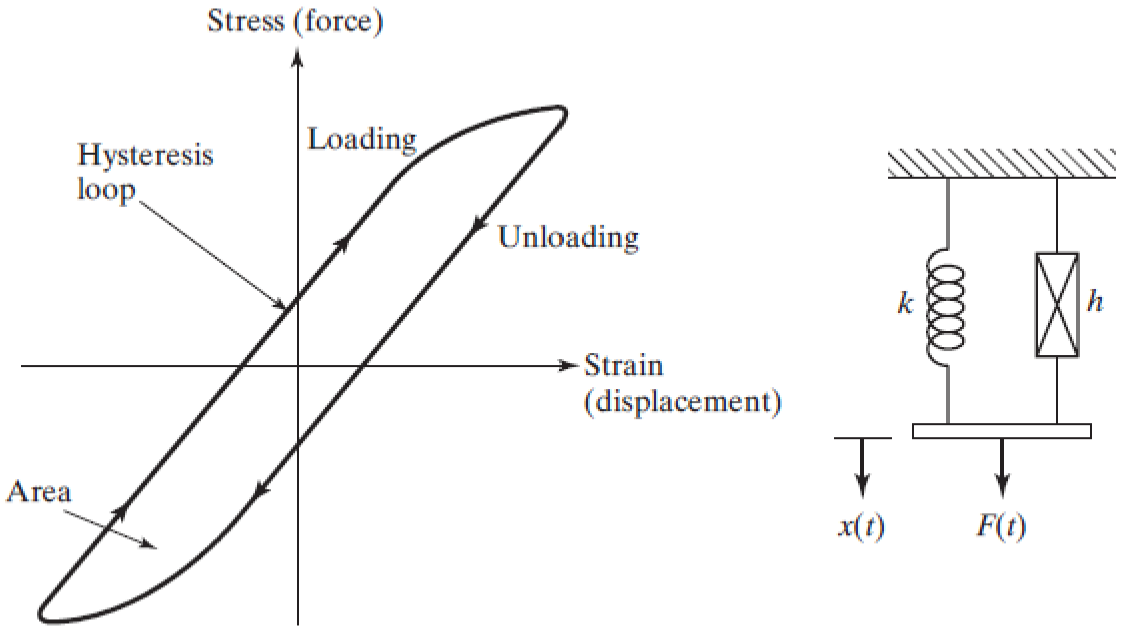
Um eixo de aço com 1 m de comprimento e 50 mm de diâmetro está fixado em uma extremidade e suporta uma polia de momento de inércia de massa de 25 kg/m^2 na outra extremidade. Um freio de lona exerce um torque de atrito constante de 400 N/m ao redor da circunferência da polia. Se a polia for deslocada de 6° e então solta, determine (1) o número de ciclos antes de a polia atingir o repouso e (2) a posição final de acomodação da polia.

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO POR HISTERESE

Amortecimento por histerese



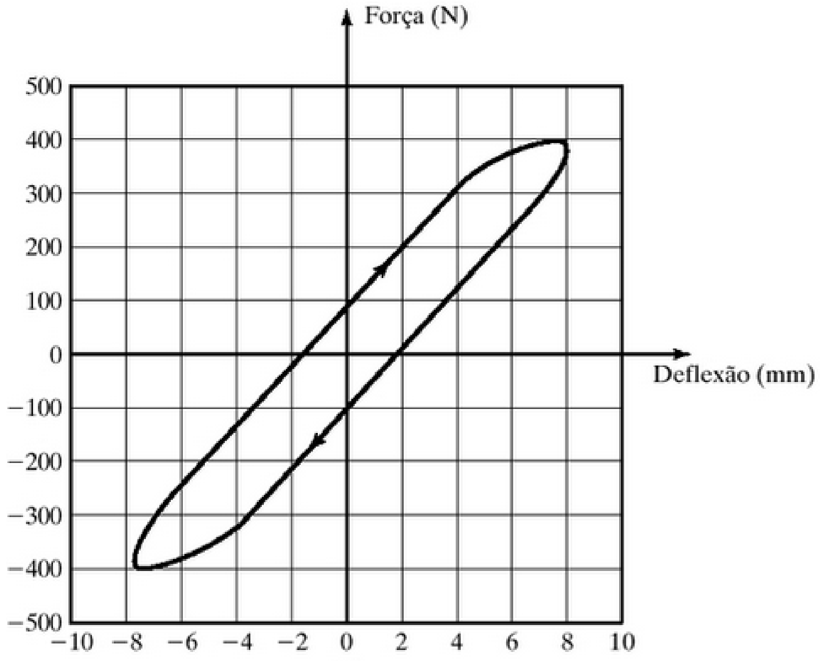
(b)



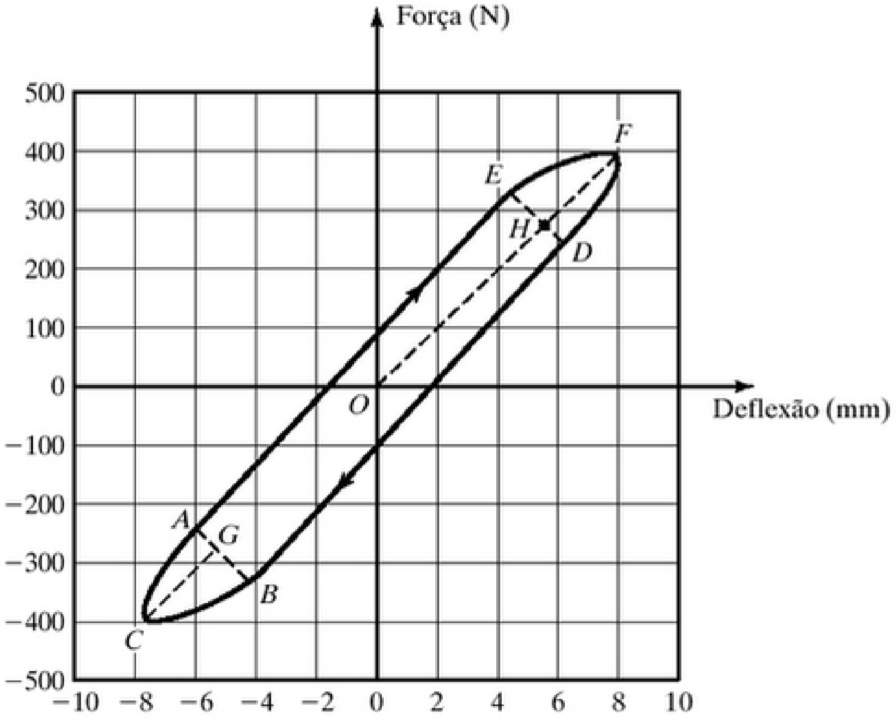
(a) (b)

VIBRAÇÃO LIVRE COM AMORTECIMENTO POR HISTERESE

Uma estrutura de ponte é modelada como um sistema com um grau de liberdade com uma massa equivalente de 5×10^5 kg e uma rigidez equivalente de 25×10^6 N/m.



(a)



(b)

Instituto

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

RAO, Singiresu. **Vibrações mecânicas.** 4.ed. São Paulo, SP: Pearson, c2009. 424 p. ISBN 9788576052005.

MUITO
OBRIGADO

ALEXSANDER FURTRADO CARNEIRO

passofundo.ifsul.edu.br
alexsander.carneiro@passofundo.ifsul.edu.br
(54) 99919-3025