

Questão 1.

Uma prensa industrial está montada sobre um eixo de ferro que se isola de sua base. Se ~~o~~ o eixo de ferro for comprimido 6,8 mm pelo próprio peso da prensa, determine a frequência natural do sistema.

A deflexão estática do sistema é $\delta_{st} = 6,8 \text{ mm} = 6,8 \times 10^{-3}$.
A frequência natural pode ser determinado em função da deflexão estática

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} = \sqrt{\frac{9,81}{6,8 \times 10^{-3}}} = 37,982 \text{ rad/s}$$

Questão 2

Um sistema massa-mola tem uma frequência natural de 9. Quando a constante elástica é reduzida de 1134 N/m, a frequência é alterada em 47%. Determine a massa do sistema original.

Nesta equação se pode observar dúvidas sobre a unidade da frequência e também quanto a relocar de queda.

Neste sentido deve mostrar π como uma destas situações

a) $f = 9 \text{ Hz}$, 47% de redução

$$\omega_m = 9 \cdot 2\pi = 18\pi \quad \omega_m = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \sqrt{m} = \frac{\sqrt{k}}{\omega_m}$$

$$\omega_{m_{\text{nova}}} = \omega_m(1 - 0,47) \quad \omega_{m_{\text{nova}}} = \sqrt{\frac{k - 1134}{m}}$$

$$\omega_m(1 - 0,47) \cdot \sqrt{m} = \sqrt{k - 1134}$$

$$\cancel{\omega_m}(1 - 0,47) \frac{\sqrt{k}}{\cancel{\omega_m}} = \sqrt{k - 1134}$$

$$(1 - 0,47)^2 \cdot k = k - 1134$$

$$0,2809k = k - 1134$$

$$k(1 - 0,2809) = 1134$$

$$k = \frac{1134}{0,7191} = 1577$$

$$\Rightarrow \sqrt{m} = \frac{\sqrt{k}}{\omega_m}$$

$$\sqrt{m} = \frac{\sqrt{1577}}{18\pi} = \frac{39,711}{56,549}$$

$$m = 0,4931 \text{ kg}$$

continue

$$w_m = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \sqrt{m} = \frac{\sqrt{k}}{w_m}$$

$$w_{m_{\text{move}}} = w_m (1 - 0,47)$$

$$w_{m_{\text{move}}} = \sqrt{\frac{k - 1134}{m}}$$

$$w_m (1 - 0,47) \cdot \sqrt{m} = \sqrt{k - 1134}$$

$$\cancel{w_m} (1 - 0,47) \frac{\sqrt{k}}{\cancel{w_m}} = \sqrt{k - 1134}$$

$$(1 - 0,47)^2 k = k - 1134$$

$$0,53^2 k = k - 1134$$

$$k(1 - 0,2809) = 1134$$

$$k = \frac{1134}{(1 - 0,2809)} = 1577$$

$$\sqrt{m} = \frac{\sqrt{1577}}{9}$$

$$m = \frac{1577}{9^2} = 19,469 \text{ kg}$$

c) $\omega_m = 9 \text{ rad/s}$ | $\omega_{m\text{max}} = \omega_m \times 97\%$

$$\omega_m = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \sqrt{m} = \frac{\sqrt{k}}{\omega_m}$$

$$\omega_{m\text{max}} = \omega_m \cdot 0,47 \quad \omega_{m\text{max}} = \frac{\sqrt{k-1134}}{m}$$

$$\omega_m \cdot 0,47 \cdot \sqrt{m} = \sqrt{\frac{k-1134}{m}}$$

$$\cancel{\omega_m} \cdot 0,47 \cdot \frac{\sqrt{k}}{\cancel{\omega_m}} = \sqrt{\frac{k-1134}{m}}$$

$$\sqrt{m} = \frac{\sqrt{k}}{\omega_m}$$

$$0,47 \sqrt{k} = \sqrt{k-1134}$$

$$\sqrt{m} = \frac{\sqrt{1455,5}}{9}$$

$$0,47^2 k = k - 1134$$

$$k(1 - 0,47^2) = 1134$$

$$m = \frac{1455,5}{81} = 17,969 \text{ Kg}$$

$$k = \frac{1134}{(1 - 0,47^2)^2} = 1455,5 \text{ N/m}$$

d) $f = 9 \text{ Hz}$ $\omega_m = \omega_m \cdot 0,47$

o valor de k não muda neste caso, como percebido na opção (b)

$$\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{k}}{\omega_m}$$

$$\omega_m = 2\pi f = 2\pi \cdot 9 = 56,549$$

$$m = \frac{k}{\omega_m^2} = \frac{1455,5}{56,549^2} = 0,4552 \text{ Kg}$$

$$c) f = 9 \text{ Hz} \quad \omega_m = \omega_m \cdot 0,47$$

o valor de k não muda neste caso, como percebido na opção (b)

$$|\omega_m| = \frac{\sqrt{k}}{\omega_m}$$

$$\omega_m = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 9 = 56,549$$

$$m = \frac{k}{\omega_m^2} = \frac{1455,5}{56,549^2} = 0,4552 \text{ Kg}$$

Questão ③

Uma unidade de respiramento de ar com peso de 6789 N deve ser apoiada por quatro molas de ar. Calcule as molas de ar de modo que a frequência natural de vibração da unidade fique com uma frequência de 9,5 rad/s. Considere $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$k_{eq} = \frac{W}{g} \cdot \omega_n^2$$

$$k = \frac{6789}{9,81} \cdot 9,5^2$$

$$k_{eq} = 6,2457 \times 10^4$$

$$k = k_{eq} / 4 = 1,5614 \times 10^4 \text{ N/m}$$