⑥ Para um sistema massa - mola - amortecedor, m = 91 kg e k = 5095 N/m. Considere que a constante de amortecimento (c) é 21% do coeficiente de amortecimento crítico cc. Determine a frequência natural amortecida.

$$c_c = 2\sqrt{k \cdot m} = 2\sqrt{(5095) \times (91)} = 1361,8 \text{ Ns/m}$$

$$c = 21\% \cdot c_c = 285,98 \text{ Ns/m}$$

$$\zeta_a = c/c_c = 285,98/1361,8 = 0,21$$

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5095}{91}} = 7,4826 \text{ rad/s}$$

$$\boxed{w_d = \sqrt{1 - \zeta_a^2} \cdot w_n = \sqrt{1-(0,21)^2} \cdot 7,4826 = 7,3157 \text{ rad/s}}$$

(7) Uma locomotiva de 3495 kg de massa que está viajando a uma velocidade $v = 6 m/s$ é parada no final da via férrea por um sistema mola-amortecedor. Se a rigidez da mola for $k = 42606 N/m$ e a constante de amortecimento $c = 1190 Ns/m$. Determine o deslocamento máximo da locomotiva após alcançar as molas e o amortecedor.

A equação escolhida para cálculo do movimento x é:

$$x(t) = X \cdot e^{-\zeta a \, w_n \cdot t} \operatorname{sen}(w_d \cdot t + \phi)$$

Vamos calcular os termos, as condições iniciais são:

$$v_0 = 6 m/s \qquad x_0 = 0 \quad \text{(locomotiva em movimento)}$$

agora calculamos $\zeta a = c / 2\sqrt{km} = \dfrac{1190}{2\sqrt{(42606)(3495)}} = 0,048759$

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{42606}{3495}} = 3,4915$$

$$w_d = \sqrt{1 - \zeta a^2} \cdot w_n = \sqrt{1 - (0,048759)^2} \; 3,4915 = 3,4873$$

$$C'_1 = x_0 = 0 \qquad C'_2 = \frac{v_0 + \zeta a \cdot w_n \cdot x}{w_d} = \frac{6 + (0,048759)(3,4915) \cdot (0)}{3,4873}$$

$$C'_2 = 1,7205$$

$$\phi = tg^{-1}\left(\frac{C_1}{C_2}\right) = tg^{-1}\left(\frac{0}{1,7205}\right) = 0 \qquad X = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = \sqrt{0^2 + (1,7205)^2}$$

$$X = 1,7205$$

(continua)

$$x(t) = X \cdot e^{-\zeta \omega_n t} \cdot \text{sen}(\omega_d \cdot t + \phi)$$

$$x(t) = 1{,}7205 \cdot e^{-(0{,}048759)(3{,}4915) \cdot t} \cdot \text{sen}((3{,}4873) \cdot t + 0)$$

$$x(t) = 1{,}7205 \cdot e^{-0{,}17024 \cdot t} \cdot \text{sen}(3{,}4873 \cdot t)$$

O valor máximo nesse caso ocorre quando

$\text{sen}(3{,}4873 \cdot t) = 1 \qquad \text{sen}\ \pi/2 = 1$

$\text{sen}(3{,}4873 \cdot t) = \text{sen}\ \pi/2$

$3{,}4873 \cdot t = \pi/2 \qquad t = \dfrac{\pi}{2 \cdot 3{,}4873} = 0{,}45043\ s$

$$x(0{,}45043) = 1{,}7205 \cdot e^{-(0{,}17024)(0{,}45043)} \cdot \text{sen}((3{,}4873)(0{,}45043))$$

$$\boxed{x(0{,}45043) = 1{,}5935\ m}$$

Deslocamento máximo de 1,5935 m.