

## Lista de Exercícios – Logaritmo

1) Reescreva as identidades abaixo utilizando logaritmos.

(a)  $5^3 = 125$ .

(b)  $10^{-4} = 0,0001$ .

(c)  $10^3 = 1000$ .

(d)  $81^{1/2} = 9$ .

---

2) Reescreva as identidades abaixo utilizando a forma exponencial.

(a)  $\log_5 25 = 2$ .

(b)  $\log_5 1 = 0$ .

(c)  $\log 0,1 = -1$ .

(d)  $\log_8 512 = 3$ .

---

3) Calcule o valor das expressões abaixo.

(a)  $\log_3 3$ .

(b)  $\log_3 1$ .

(c)  $\log_3 3^2$ .

(d)  $\log_6 36$ .

---

4) Utilize a definição do logaritmo para determinar  $x$ .

(a)  $\log_2 x = 5$ .

(b)  $\log_2 16 = x$ .

(c)  $\log_5 x = -1$ .

(d)  $\log 0,1 = x$ .

---

5) Com os três números dados escreva uma igualdade usando logaritmo.

a) 6, 36 e 2

b) 5, -1 e  $\frac{1}{5}$

c) 8, 8 e 1

d) 5, 2 e 32

---

6) Encontre o valor exato de cada expressão, sem usar a calculadora. Use a definição e as propriedades de logaritmo.

a)  $\log_5 125$

f)  $\log_2 6 - \log_2 15 + \log_2 20$

b)  $\log_3 \left(\frac{1}{27}\right)$

g)  $\log_3 100 - \log_3 18 - \log_3 50$

c)  $\ln\left(\frac{1}{e}\right)$

h)  $\ln\left(\ln e^{e^{10}}\right)$

d)  $\log \sqrt{10}$

i)  $[5 \log(5 \log 100)]^2$

e)  $\log_7 28 - \log_7 4$

---

7) Expresse a quantidade dada como um único logaritmo, utilizando as propriedades dos logaritmos.

a)  $\ln 5 + 5 \ln 3$

b)  $1 + \log_7 3$

c)  $\frac{1}{3} \ln(x+2)^3 + \frac{1}{2} [\ln x - \ln(x^2 + 3x + 2)^2]$

---

8) Resolva as equações.

a)  $3^{x-1} = 27$

e)  $e^{-x} = 5$

i)  $\log_4(3x+2) = \log_4(2x+5)$

b)  $7^{3x+4} = 49^{2x-3}$

f)  $5^x = 4$

j)  $\log_5(4x-3) = 1$

c)  $5^{2x^2-32} = 1$

g)  $2^x = 3^{x+2}$

k)  $\log_2[\log_3(x-1)] = 2$

d)  $27^{2x+1} = \sqrt[4]{9^{x+2}}$

h)  $2 \ln x = 1$

---

9) A população de uma certa espécie em um ambiente limitado, com população inicial igual a 100 e capacidade para comportar 1000 indivíduos, é

$$P(t) = \frac{100000}{100 + 900e^{-t}}$$

onde  $t$  é medido em anos. Estime quanto tempo levará para a população atingir 900 indivíduos.

---

- 10) As leis de trânsito de um determinado país consideram que o limite de álcool no sangue permitido para dirigir com segurança ( $LP$ ) é 0,6 grama de álcool por litro de sangue, embora especialistas entendam que esse número devesse ser menor.

A melhor forma de curar uma bebedeira é esperar o tempo passar, pois a medida que o tempo passa, tende a diminuir o estado de embriaguez.

Um modelo matemático que serve para estimar o tempo de desaceleração do nível de álcool no sangue é dado por  $t = \log_{0,5} \left( \frac{LP}{NA} \right)$ , em que  $t$  é o tempo em horas e  $NA$  é o nível de álcool no sangue em grama/litro.

Considerando que, depois de tomar 7 latas de cerveja, o nível de álcool no sangue de uma pessoa tenha atingido 1,5 grama/litro, é correto afirmar que ela só poderá dirigir com segurança, após ter passado, no mínimo, quanto tempo?

- 11) Em um certo país com população  $A$  (em milhões de habitantes), é noticiada pela televisão a implantação de um novo plano econômico pelo governo. O número de pessoas que já sabiam da notícia após  $t \geq 0$  hora é dado por  $f(t) = \frac{A}{1 + 4e^{-\frac{At}{2}}}$ . Sabe-se também que, decorrida 1 hora da divulgação do plano, 50% da população já estava ciente da notícia.
- Qual a porcentagem da população que tomou conhecimento do plano no instante em que foi noticiado?
  - Qual a população do país?
  - Após quanto tempo 80% da população estava ciente do plano?

## Respostas

1)	(a) $\log_5 125 = 3$ .	(b)	(c) $\log 1000 = 3$ .	(d) $\log_{81} 9 = \frac{1}{2}$ .					
2)	(a) $5^2 = 25$ .	(b) $5^0 = 1$ .	(c) $10^{-1} = 0,1$ .	(d)					
3)	(a) $\log_3 3 = 1$ .	(b) $\log_3 1 = 0$ .	(c)	(d) $\log_6 36 = 2$ .					
4)	(a) $x = 32$ .	(b) $x = 4$ .	(c)	(d) $x = -1$ .					
5)	a) $\log_6 36 = 2$	b) $\log_5 \frac{1}{5} = -1$ ou $\log_{\frac{1}{5}} 5 = -1$	c) $\log_8 8 = 1$	d) $\log_2 32 = 5$					
6)	a) 3	b) -3	c) -1	d) $\frac{1}{2}$	e) 1	f) 3	g) -2	h) 10	i) 25
7)	a) $\ln(1215)$	b) $\log_7 21$	c) $\ln \frac{\sqrt{x}}{x+1}$						
8)	a) 4	b) 10	c) -4; 4	d) $-\frac{4}{11}$	e) $-\ln 5$	f) $\frac{\ln 4}{\ln 5}$	g) $-\frac{2 \ln 3}{\ln(3/2)}$		
	h) $\sqrt{e}$	i) 3	j) 2	k) 82					
9)	4,4 anos								
10)	1h 20min								
11)	a) 20%	b) 2,76 milhões de habitantes	c) 2h						