

Equações

Objetivos de aprendizagem

- Definição e propriedades.
- Resolução de equações.
- Equações lineares com uma variável.
- Solução de equações por meio de gráficos.
- Solução de equações quadráticas.
- Resoluções aproximadas das equações por meio de gráfico.

Esses tópicos suprem alguns fundamentos das técnicas de álgebra, e também mostram a utilidade das representações gráficas para resolver equações.

Definição e propriedades

Uma **equação** é uma sentença matemática expressa por uma igualdade entre duas expressões algébricas. Para resolver essas equações, utilizamos algumas propriedades da igualdade. Vejamos as principais propriedades no quadro a seguir.

Propriedades

Sejam u , v , w e z números reais, variáveis ou expressões algébricas, temos:

- | | |
|-------------------------|--|
| 1. Reflexiva | $u = u$ |
| 2. Simétrica | Se $u = v$, então $v = u$ |
| 3. Transitiva | Se $u = v$ e $v = w$, então $u = w$ |
| 4. Adição | Se $u = v$ e $w = z$, então $u + w = v + z$ |
| 5. Multiplicação | Se $u = v$ e $w = z$, então $u \cdot w = v \cdot z$ |

Resolução de equações

Resolver uma equação em x significa encontrar todos os valores de x para os quais a equação é verdadeira, isto é, encontrar todas as soluções da equação.

EXEMPLO 1 Verificação de uma solução

Prove que $x = -2$ é uma solução da equação $x^3 - x + 6 = 0$.

SOLUÇÃO

$$\begin{aligned}
 (-2)^3 - (-2) + 6 &\stackrel{?}{=} 0 \\
 -8 + 2 + 6 &\stackrel{?}{=} 0 \\
 0 &= 0
 \end{aligned}$$

Equações lineares com uma variável

A equação mais básica na álgebra é a *equação linear*.

DEFINIÇÃO Equação linear em x

Uma **equação linear em x** é aquela que pode ser escrita na forma:

$$ax + b = 0,$$

onde a e b são números reais com $a \neq 0$.

A letra x não é a única que pode ser incógnita de uma equação. Podemos usar qualquer letra do alfabeto como variável. Por exemplo, a equação $2z - 4 = 0$ é linear na variável z .

Outra característica da equação linear é que ela tem apenas uma solução. A equação $3u^2 - 12 = 0$ não é linear na variável u , pois tem mais de uma solução.

Para resolver uma equação linear, nós a transformamos em uma *equação equivalente* cuja solução é óbvia. Duas ou mais equações são **equivalentes** se elas têm as mesmas soluções. Por exemplo, as equações $2z - 4 = 0$, $2z = 4$ e $z = 2$ são todas equivalentes. Vejamos algumas operações que transformam as equações em equivalentes:

Operações para equações equivalentes

Uma equação equivalente é obtida se uma ou mais das seguintes operações são aplicadas.

Operação	Equação dada	Equação equivalente
1. Combinar termos semelhantes, simplificar frações e remover símbolos por meio de agrupamento.	$2x + x = \frac{3}{9}$	$3x = \frac{1}{3}$
2. Aplicar a mesma operação em ambos os lados.		
(a) Adicionar (-3) .	$x + 3 = 7$	$x = 4$
(b) Subtrair $(2x)$.	$5x = 2x + 4$	$3x = 4$
(c) Multiplicar por uma constante diferente de zero $(1/3)$.	$3x = 12$	$x = 4$
(d) Dividir por uma constante diferente de zero (3) .	$3x = 12$	$x = 4$

EXEMPLO 2 Resolução de uma equação linear

Resolva $2(2x - 3) + 3(x + 1) = 5x + 2$.

SOLUÇÃO

$$2(2x - 3) + 3(x + 1) = 5x + 2$$

$$4x - 6 + 3x + 3 = 5x + 2$$

$$7x - 3 = 5x + 2$$

$$2x = 5$$

$$x = 2,5$$

Para conferir a solução apresentada, substitua x por 2,5 na equação original, utilizando uma calculadora. Dessa forma, é possível concluir que os dois lados da equação são iguais.

Se uma equação envolve frações, encontramos o mínimo múltiplo comum dos denominadores das frações e multiplicamos ambos os lados pelo valor encontrado. O Exemplo 3 ilustra isso.

EXEMPLO 3 Resolvendo uma equação linear que envolve frações

Resolva $\frac{5y - 2}{8} = 2 + \frac{y}{4}$.

SOLUÇÃO

Os denominadores são 8, 1 e 4. O mínimo múltiplo comum é 8.

$$\begin{aligned}\frac{5y - 2}{8} &= 2 + \frac{y}{4} \\ 8\left(\frac{5y - 2}{8}\right) &= 8\left(2 + \frac{y}{4}\right) \\ 8 \cdot \frac{5y - 2}{8} &= 8 \cdot 2 + 8 \cdot \frac{y}{4} \\ 5y - 2 &= 16 + 2y \\ 5y &= 18 + 2y \\ 3y &= 18 \\ y &= 6\end{aligned}$$

Agora você pode conferir o resultado usando lápis e papel ou uma calculadora.

Solução de equações por meio de gráficos

Outro meio de resolver uma equação é esboçando um **gráfico**. As soluções de uma equação de duas incógnitas são pares ordenados representados graficamente por pontos no sistema cartesiano de coordenadas.

Vejam os gráfico da equação $y = 2x - 5$, que pode ser usado para resolver a equação $2x - 5 = 0$ (em x), onde y é igual a 0. Podemos mostrar que $x = \frac{5}{2}$ é a solução de $2x - 5 = 0$. Portanto, o par ordenado $(\frac{5}{2}, 0)$ é a solução de $y = 2x - 5$.

A Figura 5.1 confirma isso, pois indica que o ponto por onde a reta intercepta o eixo x é o par ordenado $(\frac{5}{2}, 0)$.

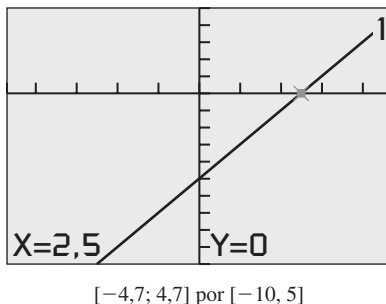


Figura 5.1 Gráfico de $y = 2x - 5$.

Para resolver uma equação graficamente, é preciso encontrar os valores de x por onde a reta intercepta o eixo horizontal x . Esses valores, que são as soluções das equações, são chamados de raízes. Existem muitas técnicas gráficas que podem ser usadas para encontrar esses valores.

EXEMPLO 4 Resolução gráfica e algébrica

Resolva a equação $2x^2 - 3x - 2 = 0$ algébrica e graficamente.

SOLUÇÃO

Solução algébrica Neste caso, podemos fatorar para encontrar os valores exatos.

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 2) = 0$$

Podemos concluir que:

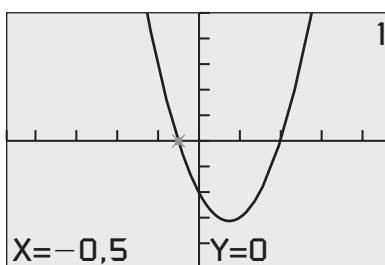
$$2x + 1 = 0 \text{ ou } x - 2 = 0$$

ou seja,

$$x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = 2$$

Assim, $x = -\frac{1}{2}$ e $x = 2$ são as soluções exatas da equação original.

Solução gráfica Encontrar os valores por onde o gráfico de $y = 2x^2 - 3x - 2$ intercepta o eixo x (Figura 5.2). Usamos o gráfico para ver que $(-0,5, 0)$ e $(2, 0)$ são pontos do gráfico que estão no eixo x . Assim, as soluções desta equação são $x = -0,5$ e $x = 2$.



$[-4,7; 4,7]$ por $[-5, 5]$

Figura 5.2 Gráfico de $y = 2x^2 - 3x - 2$.

O procedimento usado na resolução algébrica do Exemplo 4 é um caso especial da seguinte propriedade:

Propriedade do fator zero

Sejam a e b números reais.

Se $ab = 0$, então $a = 0$ ou $b = 0$.

Solução de equações quadráticas

Além das equações lineares ($ax + b = 0$), existem outros tipos de *equações polinomiais*. Um item desses tipos de equação são as *equações quadráticas*.

DEFINIÇÃO Equação quadrática em x

Uma **equação quadrática em x** é aquela que pode ser escrita na forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

onde a , b e c são números reais, com $a \neq 0$.

Uma das técnicas algébricas básicas para resolver equações quadráticas é a *fatoração*, usada no Exemplo 1. Ilustraremos, no Exemplo 5, a resolução de equações quadráticas da forma $(ax + b)^2 = c$.

EXEMPLO 5 Solução por meio de raízes quadradas

Resolva $(2x - 1)^2 = 9$ algebricamente.

SOLUÇÃO

$$\begin{aligned}(2x - 1)^2 &= 9 \\ 2x - 1 &= \pm 3 \\ 2x &= 4 \text{ ou } 2x = -2 \\ x &= 2 \text{ ou } x = -1\end{aligned}$$

A técnica do Exemplo 5 é mais geral do que pensamos, pois toda equação quadrática pode ser escrita na forma $(x + b)^2 = c$. Porém, existem equações que não deixam essa forma tão evidente. Nesses casos, o procedimento que precisamos executar é o de *completar o quadrado*.

UTILIZAMOS O SEGUINTE RESULTADO

Se $t^2 = k > 0$, então $t = \sqrt{k}$ ou $t = -\sqrt{k}$.

Completando o quadrado

Para resolver $x^2 + bx = c$ por meio do procedimento de **completar o quadrado**, adicionamos $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ a ambos os lados da equação e fatoramos o lado esquerdo da nova equação.

$$\begin{aligned}x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 &= c + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \\ \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 &= c + \frac{b^2}{4}\end{aligned}$$

Percebemos também que, para resolver a equação quadrática completando o quadrado, primeiramente temos que deixar o coeficiente do x^2 igual a 1. Portanto, dividimos ambos os lados pelo coeficiente de x^2 e completamos o quadrado, como ilustrado no Exemplo 6.

EXEMPLO 6 Resolução pelo procedimento de completar o quadrado

Resolva $4x^2 - 20x + 17 = 0$ pelo procedimento de completar o quadrado.

SOLUÇÃO

$$\begin{aligned}4x^2 - 20x + 17 &= 0 \\ x^2 - 5x + \frac{17}{4} &= 0 \\ x^2 - 5x &= -\frac{17}{4}\end{aligned}$$

Completando o quadrado na equação:

$$\begin{aligned}x^2 - 5x + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 &= -\frac{17}{4} + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 \\ \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 &= 2 \\ x - \frac{5}{2} &= \pm\sqrt{2} \\ x &= \frac{5}{2} \pm \sqrt{2} \\ x &= \frac{5}{2} + \sqrt{2} \cong 3,91 \text{ ou } x = \frac{5}{2} - \sqrt{2} \cong 1,09\end{aligned}$$

O método utilizado no Exemplo 6 pode ser aplicado para a equação quadrática geral $ax^2 + bx + c = 0$ a fim de construir a fórmula quadrática ou fórmula de Bhaskara, que é o método mais conhecido de resolução de equações quadráticas. Vejamos:

Fórmula quadrática (também conhecida como fórmula de Bhaskara)

As soluções da equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$, onde $a \neq 0$, são dadas pela **fórmula**:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

EXEMPLO 7 Resolução usando a fórmula quadrática (de Bhaskara)

Resolva a equação $3x^2 - 6x = 5$.

SOLUÇÃO

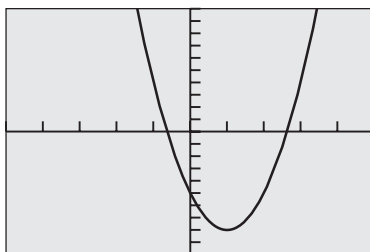
Em primeiro lugar, subtraímos 5 de ambos os lados da equação para colocá-la na forma $ax^2 + bx + c = 0$ e obtemos: $3x^2 - 6x - 5 = 0$. Podemos observar que $a = 3$, $b = -6$ e $c = -5$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(3)(-5)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{96}}{6}$$

$$x = \frac{6 + \sqrt{96}}{6} \cong 2,63 \quad \text{ou} \quad x = \frac{6 - \sqrt{96}}{6} \cong -0,63$$



$[-5, 5]$ por $[-10, 10]$

Figura 5.3 Gráfico de $y = 3x^2 - 6x - 5$.

O gráfico de $y = 3x^2 - 6x - 5$, na Figura 5.3, mostra que os valores por onde a parábola passa no eixo x são aproximadamente $-0,63$ e $2,63$.

Resolução algébrica de equações quadráticas

Existem quatro caminhos básicos para resolver equações quadráticas algebricamente.

1. **Fatoração** (veja o Exemplo 4)
2. **Extração de raízes quadradas** (veja o Exemplo 5)
3. **Procedimento de completar o quadrado** (veja o Exemplo 6)
4. **Uso da fórmula quadrática, conhecida como fórmula de Bhaskara** (veja o Exemplo 7)

Soluções aproximadas das equações por meio de gráfico

Como mencionamos anteriormente, os gráficos também nos fornecem soluções para as equações, porém em alguns casos esses valores são aproximados.

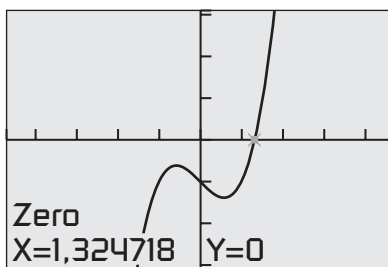
O Exemplo 8 ilustra a construção de um gráfico com a ajuda de uma calculadora adequada, onde poderemos encontrar o valor de x , que é a solução de uma equação. Lembre-se de que a solução da equação $x^3 - x - 1 = 0$ é o valor de x que torna o valor de y igual a zero.

EXEMPLO 8 Resolução gráfica

Resolva a equação $x^3 - x - 1 = 0$ graficamente.

SOLUÇÃO

A Figura 5.4 sugere que $x = 1,324718$ é a solução que procuramos.



$[-4,7; 4,7]$ por $[-3,1; 3,1]$

Figura 5.4 Gráfico de $y = x^3 - x - 1$.

Quando resolvemos equações graficamente, usamos soluções aproximadas, e não soluções exatas. Portanto, empregaremos o seguinte critério sobre aproximação:

Critério sobre soluções aproximadas

Devemos fazer a aproximação para um valor que seja razoável ao contexto do problema. Em todas as outras situações, devemos aproximar a variável com pelo menos duas casas decimais após a vírgula.

Utilizando esse critério, poderíamos então concluir que a solução encontrada no Exemplo 8 é aproximadamente 1,32.

Outro método para resolver uma equação graficamente é a identificação dos *pontos de intersecção* de dois gráficos. Um ponto (a, b) é um **ponto da intersecção** se ele pertence, por exemplo, aos dois gráficos envolvidos. Ilustraremos esse procedimento com a **equação do valor absoluto** (também conhecida como **equação modular**) no Exemplo 9.

EXEMPLO 9 Resolução pelo encontro das intersecções (em gráficos)

Resolva a equação $|2x - 1| = 6$.

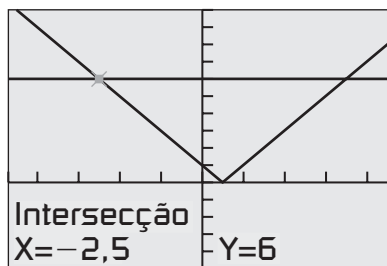
SOLUÇÃO

Por esse método, consideramos duas equações: $y = |2x - 1|$ e $y = 6$. As duas barras paralelas representam o módulo ou valor absoluto. É importante ter em mente que o módulo de um número real é sempre positivo ou nulo, pois ele representa a distância desse número até a origem O .

A Figura 5.5 sugere que o gráfico de $y = |2x - 1|$ em forma de “V” intersecciona duas vezes o gráfico da linha horizontal $y = 6$. Os dois pontos da intersecção têm as coordenadas $(-2,5; 6)$ e $(3,5; 6)$. Isso significa que a equação original tem duas soluções: $-2,5$ e $3,5$. Podemos usar a álgebra para encontrar as soluções exatas. Os números reais que têm valor absoluto igual a 6 são -6 e 6 . Assim, se $|2x - 1| = 6$, então:

$$2x - 1 = 6 \text{ ou } 2x - 1 = -6$$

$$x = \frac{7}{2} = 3,5 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{5}{2} = -2,5$$



$[-4,7; 4,7]$ por $[-5, 10]$

Figura 5.5 Gráficos de $y = |2x - 1|$ e $y = 6$.

REVISÃO RÁPIDA

Nos exercícios 1 e 2, simplifique a expressão combinando termos equivalentes.

1. $2x + 5x + 7 + y - 3x + 4y + 2$

2. $4 + 2x - 3z + 5y - x + 2y - z - 2$

Nos exercícios 3 e 4, use a propriedade distributiva para expandir os produtos. Simplifique a expressão resultante combinando termos semelhantes.

3. $3(2x - y) + 4(y - x) + x + y$

4. $5(2x + y - 1) + 4(y - 3x + 2) + 1$

Nos exercícios de 5 a 10, reduza as frações ao mesmo denominador para operá-las. Simplifique a fração resultante.

5. $\frac{2}{y} + \frac{3}{y}$

6. $\frac{1}{y-1} + \frac{3}{y-2}$

7. $2 + \frac{1}{x}$

8. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - x$

9. $\frac{x+4}{2} + \frac{3x-1}{5}$

10. $\frac{x}{3} + \frac{x}{4}$

Nos exercícios de 11 a 14, faça a expansão do produto.

11. $(3x - 4)^2$

12. $(2x + 3)^2$

13. $(2x + 1)(3x - 5)$

14. $(3y - 1)(5y + 4)$

Nos exercícios de 15 a 18, fatore completamente.

15. $25x^2 - 20x + 4$

16. $15x^3 - 22x^2 + 8x$

17. $3x^3 + x^2 - 15x - 5$

18. $y^4 - 13y^2 + 36$

Nos exercícios 19 e 20, opere com as frações e reduza a fração resultante para termos de expoentes mais baixos.

19. $\frac{x}{2x+1} - \frac{2}{x+3}$

20. $\frac{x+1}{x^2-5x+6} - \frac{3x+11}{x^2-x-6}$

EXERCÍCIOS

Nos exercícios de 1 a 4, encontre quais valores de x são soluções da equação.

1. $2x^2 + 5x = 3$

(a) $x = -3$ (b) $x = -\frac{1}{2}$ (c) $x = \frac{1}{2}$

2. $\frac{x}{2} + \frac{1}{6} = \frac{x}{3}$

(a) $x = -1$ (b) $x = 0$ (c) $x = 1$

3. $\sqrt{1-x^2} + 2 = 3$

(a) $x = -2$ (b) $x = 0$ (c) $x = 2$

4. $(x-2)^{1/3} = 2$

(a) $x = -6$ (b) $x = 8$ (c) $x = 10$

Nos exercícios de 5 a 10, determine se a equação é linear em x .

5. $5 - 3x = 0$

6. $5 = \frac{10}{2}$

7. $x + 3 = x - 5$

8. $x - 3 = x^2$

9. $2\sqrt{x} + 5 = 10$

10. $x + \frac{1}{x} = 1$

Nos exercícios de 11 a 24, resolva a equação.

11. $3x = 24$

12. $4x = -16$

13. $3t - 4 = 8$

14. $2t - 9 = 3$

15. $2x - 3 = 4x - 5$

16. $4 - 2x = 3x - 6$

17. $4 - 3y = 2(y + 4)$

18. $4(y - 2) = 5y$

19. $\frac{1}{2}x = \frac{7}{8}$

20. $\frac{2}{3}x = \frac{4}{5}$

21. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = 1$

22. $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = 1$

23. $2(3 - 4z) - 5(2z + 3) = z - 17$

24. $3(5z - 3) - 4(2z + 1) = 5z - 2$

Nos exercícios de 25 a 28, resolva a equação. Você pode conferir a resposta com uma calculadora que tenha recurso gráfico.

25. $\frac{2x-3}{4} + 5 = 3x$

26. $2x - 4 = \frac{4x-5}{3}$

27. $\frac{t+5}{8} - \frac{t-2}{2} = \frac{1}{3}$

28. $\frac{t-1}{3} + \frac{t+5}{4} = \frac{1}{2}$

Nos exercícios 29 e 30, explique como a segunda equação foi obtida da primeira.

29. $x - 3 = 2x + 3, \quad 2x - 6 = 4x + 6$

30. $2x - 1 = 2x - 4, \quad x - \frac{1}{2} = x - 2$

Nos exercícios 31 e 32, determine se as duas equações são equivalentes.

31. (a) $3x = 6x + 9, \quad x = 2x + 9$

(b) $6x + 2 = 4x + 10, \quad 3x + 1 = 2x + 5$

32. (a) $3x + 2 = 5x - 7, \quad -2x + 2 = -7$

(b) $2x + 5 = x - 7, \quad 2x = x - 7$

33. **Múltipla escolha** Qual das seguintes equações é equivalente à $3x + 5 = 2x + 1$?

(a) $3x = 2x$

(b) $3x = 2x + 4$

(c) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} = x + 1$

(d) $3x + 6 = 2x$

(e) $3x = 2x - 4$

34. **Múltipla escolha** Em qual das seguintes alternativas temos a solução da equação $x(x + 1) = 0$?

(a) $x = 0$ ou $x = -1$

(b) $x = 0$ ou $x = 1$

(c) somente $x = -1$

(d) somente $x = 0$

(e) somente $x = 1$

35. **Múltipla escolha** Em qual das seguintes alternativas temos uma equação equivalente à:

$$\frac{2x}{3} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} - \frac{1}{3}?$$

(a) $2x + 1 = x - 1$

(b) $8x + 6 = 3x - 4$

(c) $4x + 3 = \frac{3}{2}x - 2$

(d) $4x + 3 = 3x - 4$

(e) $4x + 6 = 3x - 4$

36. **Perímetro de um retângulo** A fórmula para o perímetro P de um retângulo é

$$P = 2(b + h)$$

onde b é a medida da base, e h , a medida da altura. Resolva essa equação isolando h .

37. **Área de um trapézio** A fórmula para a área A de um trapézio é:

$$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2),$$

onde b_1 e b_2 são medidas das bases, e h é a medida da altura. Resolva essa equação isolando b_1 .

38. **Volume de uma esfera** A fórmula para o volume V de uma esfera é:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3,$$

onde r é o raio. Resolva essa equação isolando r .

39. **Celsius e Fahrenheit** A fórmula para temperatura Celsius ($^{\circ}\text{C}$), em termos de temperatura Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$), é:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32).$$

Resolva essa equação isolando F .

Nos exercícios de 40 a 45, resolva a equação graficamente encontrando os valores que interceptam o eixo horizontal x .

40. $x^2 - x - 20 = 0$

41. $2x^2 + 5x - 3 = 0$

42. $4x^2 - 8x + 3 = 0$

43. $x^2 - 8x = -15$

44. $x(3x - 7) = 6$

45. $x(3x + 11) = 20$

Nos exercícios de 46 a 51, resolva a equação extraindo as raízes quadradas.

46. $4x^2 = 25$

47. $2(x - 5)^2 = 17$

48. $3(x + 4)^2 = 8$

49. $4(u + 1)^2 = 18$

50. $2y^2 - 8 = 6 - 2y^2$

51. $(2x + 3)^2 = 169$

Nos exercícios de 52 a 57, resolva a equação completando o quadrado.

52. $x^2 + 6x = 7$

53. $x^2 + 5x - 9 = 0$

54. $x^2 - 7x + \frac{5}{4} = 0$

55. $4 - 6x = x^2$

56. $2x^2 - 7x + 9 = (x - 3)(x + 1) + 3x$

57. $3x^2 - 6x - 7 = x^2 + 3x - x(x + 1) + 3$

Nos exercícios de 58 a 63, resolva a equação usando a fórmula de Bhaskara.

58. $x^2 + 8x - 2 = 0$

59. $2x^2 - 3x + 1 = 0$

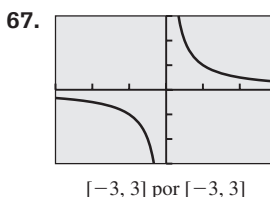
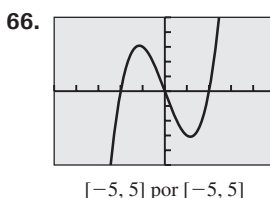
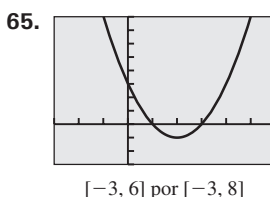
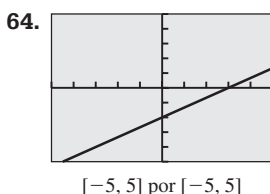
60. $3x + 4 = x^2$

61. $x^2 - 5 = \sqrt{3}x$

62. $x(x + 5) = 12$

63. $x^2 - 2x + 6 = 2x^2 - 6x - 26$

Nos exercícios de 64 a 67, estime os valores por onde os gráficos interceptam os eixos x e y :



Nos exercícios de 68 a 73, resolva a equação graficamente encontrando intersecções. Confirme sua resposta algebricamente.

68. $|t - 8| = 2$

69. $|x + 1| = 4$

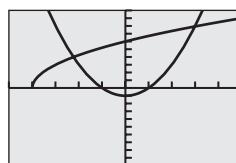
70. $|2x + 5| = 7$

71. $|3 - 5x| = 4$

72. $|2x - 3| = x^2$

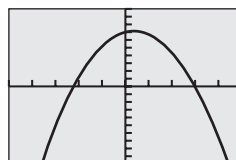
73. $|x + 1| = 2x - 3$

74. Interpretando gráficos Os gráficos a seguir podem ser usados para resolver graficamente a equação $3\sqrt{x+4} = x^2 - 1$.



$[-5, 5]$ por $[-10, 10]$

(a)



$[-5, 5]$ por $[-10, 10]$

(b)

(a) O gráfico em (a) ilustra o método da intersecção. Identifique as duas equações que estão representadas.

(b) O gráfico em (b) ilustra o método de analisar onde o gráfico intercepta o eixo horizontal x .

(c) Como estão os pontos de intersecção em (a) relacionados com os valores por onde o gráfico intercepta o eixo horizontal x em (b)?

Nos exercícios de 75 a 84, utilize o método da sua preferência para resolver a equação.

75. $x^2 + x - 2 = 0$

76. $x^2 - 3x = 12 - 3(x - 2)$

77. $|2x - 1| = 5$

78. $x + 2 - 2\sqrt{x+3} = 0$

79. $x^3 + 4x^2 - 3x - 2 = 0$

80. $x^3 - 4x + 2 = 0$

81. $|x^2 + 4x - 1| = 7$

82. $|x + 5| = |x - 3|$

83. $|0,5x + 3| = x^2 - 4$

84. $\sqrt{x+7} = -x^2 + 5$

85. Discriminante de uma expressão quadrática O radicando $b^2 - 4ac$ na fórmula quadrática é chamado de **discriminante** do polinômio

quadrático $ax^2 + bx + c$, porque ele pode ser utilizado para descrever a origem dos zeros (ou raízes).

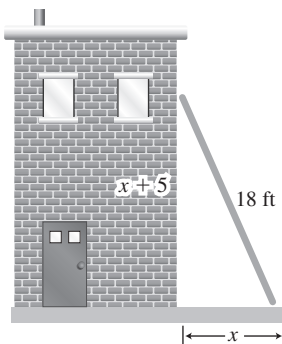
- (a) Se $b^2 - 4ac > 0$, o que você pode dizer sobre os zeros (raízes) do polinômio quadrático $ax^2 + bx + c$? Explique sua resposta.
- (b) Se $b^2 - 4ac = 0$, o que você pode dizer sobre os zeros (raízes) do polinômio quadrático $ax^2 + bx + c$? Explique sua resposta.
- (c) Se $b^2 - 4ac < 0$, o que você pode dizer sobre os zeros (raízes) do polinômio quadrático $ax^2 + bx + c$? Explique sua resposta.

86. Discriminante de uma expressão quadrática Use o que você aprendeu no exercício anterior para criar um polinômio quadrático com os seguintes números de zeros (ou raízes). Justifique sua resposta graficamente.

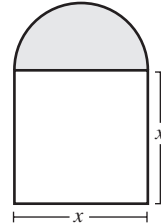
- (a) Dois zeros (ou duas raízes) reais.
- (b) Exatamente um zero (ou uma raiz) real.
- (c) Nenhum zero (ou raiz) real.

87. Tamanho de um campo de futebol (as medidas estão em jardas [yd], e 1 m equivale a 1,0936 yd) Vários jogos da Copa do Mundo de 1994 ocorreram no estádio da Universidade de Stanford, na Califórnia. O campo tem 30 yd a mais de comprimento em relação à sua largura, e a área do campo é de 8.800 yd². Quais são as dimensões desse campo de futebol?

88. Comprimento de uma escada (a medida está em pés [ft], e 1 m equivale a 3,2808 ft) João sabe que sua escada de 18 ft fica estável quando a distância do chão até o topo dela é de 5 ft a mais do que a distância da construção até a base da escada (como vemos na figura). Nessa posição, qual a altura que a escada alcança na construção?



89. Dimensões de uma janela (a medida está em pés [ft], e 1 m equivale a 3,2808 ft) Essa janela tem a forma de um quadrado com um semicírculo sobre ele. Encontre as dimensões da janela se a área total do quadrado e do semicírculo é dada por 200 ft².



90. Verdadeiro ou falso? Se o gráfico de $y = ax^2 + bx + c$ intercepta o eixo horizontal x em 2, então 2 é a solução da equação $ax^2 + bx + c = 0$. Justifique a sua resposta.

91. Verdadeiro ou falso? Se $2x^2 = 18$, então x precisa ser igual a 3. Justifique a sua resposta.

92. Múltipla escolha Qual das seguintes alternativas é a solução da equação $x(x - 3) = 0$?

- (a) Somente $x = 3$.
- (b) Somente $x = -3$.
- (c) $x = 0$ e $x = -3$.
- (d) $x = 0$ e $x = 3$.
- (e) Não existem soluções.

93. Múltipla escolha Qual dos seguintes substitutos para ? faz $x^2 - 5x + ?$ ser um quadrado perfeito?

- (a) $-\frac{5}{2}$
- (b) $\left(-\frac{5}{2}\right)^2$
- (c) $(-5)^2$
- (d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$
- (e) -6

94. Múltipla escolha Qual das seguintes alternativas é a solução da equação $2x^2 - 3x - 1 = 0$?

- (a) $\frac{3}{4} \pm \sqrt{17}$
- (b) $\frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$
- (c) $\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$
- (d) $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$
- (e) $\frac{3 \pm 1}{4}$

95. Múltipla escolha Qual das seguintes alternativas é a solução da equação $|x - 1| = -3$?

- (a) Somente $x = 4$ (b) Somente $x = -2$
 (c) Somente $x = 2$ (d) $x = 4$ e $x = -2$
 (e) Não existem soluções.

96. Dedução da fórmula quadrática ou de Bhaskara Siga estes passos de completar o quadrado para resolver $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$.

- (a) Subtraia c de ambos os lados da equação original e divida ambos os lados da equação resultante por a para obter

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

- (b) Adicione o quadrado da metade do coeficiente de x em (a) em ambos os lados e simplifique para obter

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

- (c) Extraia raízes quadradas em (b) e isole x para obter a fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

97. Considere a equação $|x^2 - 4| = c$.

- (a) Encontre o valor de c para o qual essa equação tenha quatro soluções. (Existem vários valores com essas condições.)
 (b) Encontre o valor de c para o qual essa equação tenha três soluções. (Existe somente um valor com essas condições.)
 (c) Encontre o valor de c para o qual essa equação tenha duas soluções. (Existem vários valores com essas condições.)
 (d) Encontre o valor de c para o qual essa equação não tenha soluções. (Existem vários valores com essas condições.)
 (e) Existem outros possíveis números de soluções dessa equação? Explique.

98. Somas e produtos das soluções de $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ Suponha que temos $b^2 - 4ac > 0$.

- (a) Mostre que a soma das duas soluções dessa equação é $-\left(\frac{b}{a}\right)$.
 (b) Mostre que o produto das duas soluções dessa equação é $\frac{c}{a}$.

99. Continuação do exercício anterior A equação $2x^2 + bx + c = 0$ tem duas soluções, x_1 e x_2 . Se $x_1 + x_2 = 5$ e $x_1 \cdot x_2 = 3$, encontre as duas soluções.

$$71. \left(\frac{x+y}{xy}\right)\left(\frac{1}{x+y}\right) = \frac{1}{xy}, x \neq -y.$$

$$72. \frac{x-y}{x+y}, x \neq y.$$

$$73. \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} = \frac{x+y}{xy}$$

$$74. \frac{1}{x^{-1} + y^{-1}} = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{1}{\frac{y+x}{xy}} = \frac{xy}{y+x}, x \neq 0 \text{ e } y \neq 0$$

CAPÍTULO 5

Revisão rápida

$$1. 2x + 5x + 7 + y - 3x + 4y + 2 = (2x + 5x - 3x) + (y + 4y) + (7 + 2) = 4x + 5y + 9$$

$$2. 4 + 2x - 3z + 5y - x + 2y - z - 2 = (2x - x) + (5x + 2y) + (-3z - z) + (4 - 2) = x + 7y - 4z + 2$$

$$3. 3(2x - y) + 4(y - x) + x + y = 6x - 3y + 4y - 4x + x + y = 3x + 2y$$

$$4. 5(2x + y - 1) + 4(y - 3x + 2) + 1 = 10x + 5y - 5y - 5 + 4y - 12x + 8 + 1 = -2x + 9y + 4$$

$$5. \frac{2}{y} + \frac{3}{y} = \frac{5}{y}$$

$$6. \frac{1}{y-1} + \frac{3}{y-2} = \frac{y-2}{(y-1)(y-2)} + \frac{3(y-1)}{(y-1)(y-2)} = \frac{y-2+3y-3}{(y-1)(y-2)} = \frac{4y-5}{(y-1)(y-2)}$$

$$7. 2 + \frac{1}{x} = \frac{2x}{x} + \frac{1}{x} = \frac{2x+1}{x}$$

$$8. \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - x = \frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} - \frac{x^2y}{xy} = \frac{y+x-x^2y}{xy}$$

$$9. \frac{x+4}{2} + \frac{3x-1}{5} = \frac{5(x+4)}{10} + \frac{2(3x-1)}{10} = \frac{5x+20+6x-2}{10} = \frac{11x+18}{10}$$

$$10. \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{4x}{12} + \frac{3x}{12} = \frac{7x}{12}$$

$$11. (3x-4)^2 = 9x^2 - 12x - 12x + 16 = 9x^2 - 24x + 16$$

$$12. (2x+3)^2 = 4x^2 + 6x + 6x + 9 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$13. (2x+1)(3x-5) = 6x^2 - 10x + 3x - 5 = 6x^2 - 7x - 5$$

$$14. (3y-1)(5y+4) = 15y^2 + 12y - 5y - 4 = 15y^2 + 7y - 4$$

$$15. 25x^2 - 20x + 4 = (5x-2)(5x-2) = (5x-2)^2$$

$$16. 15x^3 - 22x^2 + 8x = x(15x^2 - 22x + 8) = x(5x-4)(3x-2)$$

$$17. 3x^3 + x^2 - 15x - 5 = x^2(3x+1) - 5(3x+1) = (3x+1)(x^2-5)$$

$$18. y^4 - 13y^2 + 36 = (y^2-4)(y^2-9) = (y-2)(y+2)(y-3)(y+3)$$

$$19. \frac{x}{2x+1} - \frac{2}{x+3} = \frac{x(x+3)}{(2x+1)(x+3)} - \frac{2(2x+1)}{(2x+1)(x+3)} = \frac{x^2+3x-4x-2}{(2x+1)(x+3)} = \frac{x^2-x-2}{(2x+1)(x+3)} = \frac{(x-2)(x+1)}{(2x+1)(x+3)}$$

$$20. \frac{x+1}{x^2-5x-6} - \frac{3x+11}{x^2-x-6} = \frac{x+1}{(x-3)(x-2)} - \frac{3x+11}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x-3)(x-2)(x+2)} - \frac{(3x+11)(x-2)}{(x-3)(x-2)(x+2)} = \frac{(x^2+3x+2) - (3x^2+5x-22)}{(x-3)(x-2)(x+2)} = \frac{-2x^2-2x+24}{(x-3)(x-2)(x+2)} = \frac{-2(x^2+x-12)}{(x-3)(x-2)(x+2)} = \frac{-2(x+4)(x-3)}{(x-3)(x-2)(x+2)} = \frac{-2(x+4)}{(x-2)(x+2)}, \text{ se } x \neq 3$$

Exercícios

- 1. (a) e (c):** $2(-3)^2 + 5(-3) = 2(9) - 15 = 18 - 15 = 3$, e $2(1/2)^2 + 5(1/2) = 2(1/4) + 5/2 = 1/2 + 5/2 = 6/2 = 3$. Substituir $x = -1/2$ resulta -2 e não 3 .
- 2. (a):** $-1/2 + 1/6 = -3/6 + 1/6 = -2/6 = -1/3$ e $-1/3 = -1/3$. Ou multiplicando os dois lados por 6 : $6(x/2) + 6(1/6) = 6(x/3)$, assim, $3x + 1 = 2x$. Subtraia $2x$ dos dois lados: $x + 1 = 0$. Subtraia 1 dos dois lados: $x = -1$.
- 3. (b):** $\sqrt{1 - 0^2} + 2 = \sqrt{1} + 2 = 1 + 2 = 3$
Substituir $x = -2$ ou $x = 2$ resulta $\sqrt{1 - 4} + 2 = \sqrt{-3} + 2$, que é indefinido.
- 4. (c):** $(10 - 2)^{1/3} = 8^{1/3} = 2$. Substituir $x = -6$ resulta -2 , e não 2 ; substituir $x = 8$ resulta $6^{1/3} \cong 1,82$, e não 2 .
- 5.** Sim: $-3x + 5 = 0$.
- 6.** Não. Não há variável x na equação.
- 7.** Não. Subtrair x dos dois lados resulta $3 = -5$, que é falso e não contém a variável x .
- 8.** Não. A maior potência de x é 2 , assim, a equação é quadrática e não linear.
- 9.** Não. A equação tem \sqrt{x} , assim, não é linear.
- 10.** Não. A equação tem $1/x = x^{-1}$, assim não é linear.
- 11.** $3x = 24$
 $x = 8$
- 12.** $4x = -16$
 $x = -4$
- 13.** $3t = 12$
 $t = 4$
- 14.** $2t = 12$
 $t = 6$
- 15.** $2x - 3 = 4x - 5$
 $2x = 4x - 2$
 $-2x = -2$
 $x = 1$
- 16.** $4 - 2x = 3x - 6$
 $-2x = 3x - 10$
 $-5x = -10$
 $x = 2$
- 17.** $4 - 3y = 2y + 8$
 $-3y = 2y + 4$
 $-5y = 4$
 $y = -\frac{4}{5} = -0,8$
- 18.** $4y = 5 + 8$
 $-y = 8$
 $y = -8$
- 19.** $2\left(\frac{1}{2}x\right) = 2\left(\frac{7}{8}\right)$
 $x = \frac{7}{4} = 1,75$
- 20.** $3\left(\frac{2}{3}x\right) = 3\left(\frac{4}{5}\right)$
 $2x = \frac{12}{5}$
 $x = \frac{12}{10}$
 $x = \frac{6}{5} = 1,2$
- 21.** $2\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}\right) = 2(1)$
 $x + \frac{2}{3} = 2$
 $x = \frac{4}{3}$
- 22.** $3\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}\right) = 3(1)$
 $x + \frac{3}{4} = 3$
 $x = \frac{9}{4} = 2,25$
- 23.** $6 - 8z - 10z - 15 = z - 17$
 $-18z - 9 = z - 17$
 $-18z = z - 8$
 $-19z = -8$
 $z = \frac{8}{19}$
- 24.** $15z - 9 - 8z - 4 = 5z - 2$
 $7z - 13 = 5z - 2$
 $7z = 5z + 11$
 $2z = 11$
 $z = \frac{11}{2} = 5,5$
- 25.** $4\left(\frac{2x - 3}{4} + 5\right) = 4(3x)$
 $2x - 3 + 20 = 12x$
 $2x + 17 = 12x$
 $17 = 10x$
 $x = \frac{17}{10} = 1,7$

$$26. 3(2x - 4) = 3 \left(\frac{4x - 5}{3} \right)$$

$$6x - 12 = 4x - 5$$

$$6x = 4x + 7$$

$$2x = 7$$

$$x = \frac{7}{2} = 3,5$$

$$27. 24 \left(\frac{t+5}{8} - \frac{t-2}{2} \right) = 24 \left(\frac{1}{3} \right)$$

$$3(t+5) - 12(t-2) = 8$$

$$3t + 15 - 12t + 24 = 8$$

$$-9t + 39 = 8$$

$$-9t = -31$$

$$t = \frac{31}{9}$$

$$28. 12 \left(\frac{t-1}{3} + \frac{t+5}{4} \right) = 12 \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$4(t-1) + 3(t+5) = 6$$

$$4t - 4 + 3t + 15 = 6$$

$$7t + 11 = 6$$

$$7t = -5$$

$$t = -\frac{5}{7}$$

29. Multiplicar ambos os lados da primeira equação por 2.

30. Divida ambos os lados da primeira equação por 2.

31. (a) Não, elas têm soluções diferentes.

$$3x = 6x + 9 \quad x = 2x + 9$$

$$-3x = 9 \quad -x = 9$$

$$x = -3 \quad x = -9$$

(b) Sim, a solução de ambas as equações é $x = 4$.

$$6x + 2 = 4x + 10 \quad 3x + 1 = 3x + 5$$

$$6x = 4x + 8 \quad 3x = 2x + 4$$

$$2x = 8 \quad x = 4$$

$$x = 4$$

32. (a) Sim, a solução de ambas as equações é

$$x = 9/2.$$

$$3x + 2 = 5x - 7 \quad -2x + 2 = -7$$

$$3x = 5x - 9 \quad -2x = -9$$

$$-2x = -9 \quad x = \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{9}{2}$$

(b) Não, elas têm soluções diferentes.

$$2x + 5 = x - 7 \quad 2x = x - 7$$

$$2x = x - 12 \quad x = -7$$

$$x = -12$$

$$33. 3x + 5 = 2x + 1$$

Subtraindo 5 de cada lado resulta $3x = 2x - 4$.

A resposta é E.

$$34. x(x+1) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

A resposta é A.

$$35. \frac{2x}{3} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} - \frac{1}{3}$$

Multiplicando cada lado por 12 resulta $8x + 6 = 3x - 4$.

A resposta é B.

$$36. P = 2(b+h)$$

$$\frac{1}{2}P = b + h$$

$$\frac{1}{2}P - b = h$$

$$h = \frac{1}{2}P - b = \frac{P - 2b}{2}$$

$$37. A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$$

$$h(b_1 + b_2) = 2A$$

$$b_1 + b_2 = \frac{2A}{h}$$

$$b_1 = \frac{2A}{h} - b_2$$

$$38. V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{3}{4\pi}V = r^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = r$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

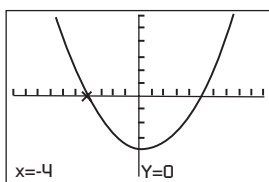
$$39. C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

$$\frac{9}{5}C = F - 32$$

$$\frac{9}{5}C + 32 = F$$

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

40.



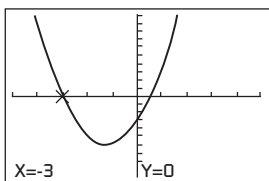
$$x = -4 \text{ ou } x = 5$$

Os fatores do lado esquerdo para $(x + 4)(x - 5) = 0$:

$$x + 4 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 5 = 0$$

$$x = -4 \quad \quad \quad x = 5$$

41.



$[-5, 5]$ por $[-10, 10]$

$$x = -3 \text{ ou } x = 0,5.$$

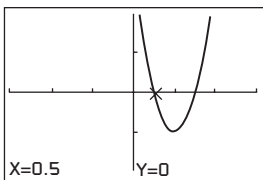
Os fatores do lado esquerdo para $(x + 3)(2x - 1) = 0$:

$$x + 3 = 3 \quad \text{ou} \quad 2x - 1 = 0$$

$$x = -3 \quad \quad \quad 2x = 1$$

$$x = 0,5$$

42.



$[-3, 3]$ por $[-2, 2]$

$$x = 0,5 \text{ ou } x = 1,5.$$

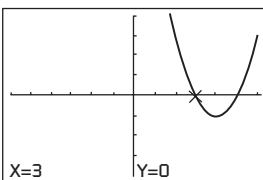
Os fatores do lado esquerdo para $(2x - 1)(2x - 3) = 0$:

$$2x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 3 = 0$$

$$2x = 1 \quad \quad \quad 2x = 3$$

$$x = 0,5 \quad \quad \quad x = 1,5$$

43.



$[-6, 6]$ por $[-4, 4]$

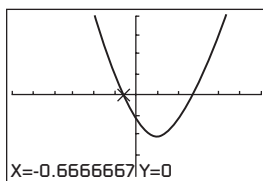
$$x = 3 \text{ ou } x = 5$$

Reescreva como $x^2 - 8x + 15 = 0$; os fatores do lado esquerdo para $(x - 3)(x - 5) = 0$:

$$x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 5 = 0$$

$$x = 3 \quad \quad \quad x = 5$$

44.



$[-6, 6]$ por $[-20, 20]$

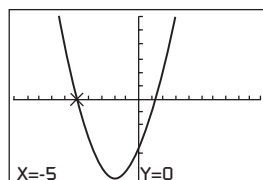
$$x = -2/3 \text{ ou } x = 3.$$

Reescreva como $3x^2 - 7x - 6 = 0$; os fatores do lado esquerdo para $(3x + 2)(x - 3) = 0$:

$$3x + 2 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 3 = 0$$

$$x = -\frac{2}{3} \quad \quad \quad x = 3$$

45.



$[-10, 10]$ por $[-30, 30]$

$$x = -5 \text{ ou } x = 4/3$$

Reescreva como $3x^2 + 11x - 20 = 0$; os fatores do lado esquerdo para $(3x - 4)(x + 5) = 0$:

$$3x - 4 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 5 = 0$$

$$x = \frac{4}{3} \quad \quad \quad x = -5$$

46. Reescreva como $(2x)^2 = 5^2$; então $2x = \pm 5$, ou $x = \pm 5/2$.

47. Divida ambos os lados por 2 para obter $(x - 5)^2 = 8,5$. Então, $x - 5 = \pm \sqrt{8,5}$ e $x = 5 \pm \sqrt{8,5}$.

48. Divida ambos os lados por 3 para obter $(x + 4)^2 = 8/3$. Então, $x + 4 = \pm \sqrt{8/3}$ e $x = -4 \pm \sqrt{8/3}$.

49. Divida ambos os lados por 4 para obter $(u + 1)^2 = 4,5$. Então, $u + 1 = \pm \sqrt{4,5}$ e $u = -1 \pm \sqrt{4,5}$.

50. Adicionar $2y^2 + 8$ a ambos os lados resulta $4y^2 = 14$. Divida ambos os lados por 4 para obter $y^2 = 7/2$, assim $y = \pm \sqrt{7/2}$.

51. $2x + 3 = \pm 13$, assim $x = \frac{1}{2}(-3 \pm 13)$, resulta $x = -8$ ou $x = 5$.

52. $x^2 + 6x + 3^2 = 7 + 3^2$

$$(x + 3)^2 = 16$$

$$x + 3 = \pm \sqrt{16}$$

$$x = -3 \pm 4$$

$$x = -7 \text{ ou } x = 1$$

53. $x^2 + 5x = 9$

$$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 9 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$(x + 2,5)^2 = 9 + 6,25$$

$$x + 2,5 = \pm \sqrt{15,25}$$

$$x = -2,5 - \sqrt{15,25} \cong -6,41 \text{ ou } x = -2,5$$

$$+ \sqrt{15,25} \cong 1,41$$

54. $x^2 - 7 = -\frac{5}{4}$

$$x^2 - 7x + \left(-\frac{7}{2}\right)^2 = -\frac{5}{4} + \left(-\frac{7}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = 11$$

$$x - \frac{7}{2} = \pm \sqrt{11}$$

$$x = \frac{7}{2} \pm \sqrt{11}$$

$$x = \frac{7}{2} \pm \sqrt{11} \cong 0,18 \text{ ou } x = \frac{7}{2} + \sqrt{11} \cong 6,82$$

55. $x^2 + 6x = 4$

$$x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 4 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$(x + 3)^2 = 4 + 9$$

$$x + 3 = \pm \sqrt{13}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{13}$$

$$x = -3 - \sqrt{13} \cong -6,61 \text{ ou } x = -3 + \sqrt{13} \cong 0,61$$

56. $2x^2 - 7x + 9 = x^2 - 2x - 3 + 3x$

$$2x^2 - 7x + 9 = x^2 + x - 3$$

$$x^2 - 8x = -12$$

$$x^2 - 8x + (-4)^2 = -12 + (-4)^2$$

$$(x - 4)^2 = 4$$

$$x - 4 = \pm 2$$

$$x = 4 \pm 2$$

$$x = 2 \text{ ou } x = 6$$

57. $3x^2 - 6x - 7 = x^2 + 3x - x^2 - x + 3$

$$3x^2 - 8x = 10$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x = \frac{10}{3}$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{10}{3} + \left(-\frac{4}{3}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{10}{3} + \frac{16}{9}$$

$$x - \frac{4}{3} = \pm \sqrt{\frac{46}{9}}$$

$$x = \frac{4}{3} \pm \frac{1}{3}\sqrt{46}$$

$$x = \frac{4}{3} - \frac{1}{3}\sqrt{46} \cong -0,93 \text{ ou}$$

$$x = \frac{4}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{46} \cong 3,59$$

58. $a = 1, b = 8, e c = -2:$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)} = \frac{-8 \pm \sqrt{72}}{2}$$

$$= \frac{-8 \pm 6\sqrt{2}}{2} = -4 \pm 3\sqrt{2}$$

$$x \cong -8,24 \text{ ou } x \cong 0,24$$

59. $a = 2, b = -3, e c = 1:$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(1)}}{2(2)} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{3}{4} \pm \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = 1$$

60. $x^2 - 3x - 4 = 0$, assim, $a = 1, b = -3, e c = -4:$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$x = -1 \text{ ou } x = 4$$

61. $x^2 - \sqrt{3}x - 5 = 0$, assim, $a = 1, b = -\sqrt{3}, e c = -5:$

$$x = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{(-\sqrt{3})^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{23}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \pm \frac{1}{2}\sqrt{23}$$

$$x \cong -1,53 \text{ ou } x \cong 3,26$$

62. $x^2 + 5x - 12 = 0$, assim, $a = 1, b = 5 e c = -12:$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(-12)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{73}}{2} = -\frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{73}}{2}$$

$$x \cong -6,77 \text{ ou } x \cong 1,77$$

63. $x^2 - 4x - 32 = 0$, assim, $a = 1$, $b = -4$, $c = -32$:

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-32)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{144}}{2} = 2 \pm 6$$

$$x = -4 \text{ ou } x = 8$$

64. Intercepta o eixo $x = 3$ e o eixo $y = -2$.
65. Intercepta o eixo $x = 1$ e 3 , o eixo $y = 3$.
66. Intercepta o eixo $x = -2, 0, 2$ e o eixo $y = 0$.
67. Não intercepta o eixo x nem o eixo y .
68. Gráfico de $y = |x - 8|$ e $y = 2$, com soluções $t = 6$ ou $t = 10$.
69. Gráfico de $y = |x + 1|$ e $y = 4$, com soluções $x = -5$ ou $x = 3$.
70. Gráfico de $y = |2x + 5|$ e $y = 7$, com soluções $x = 1$ ou $x = -6$.
71. Gráfico de $y = |3 - 5x|$ e $y = 4$, com soluções $x = -1/5$ ou $x = 7/5$.
72. Gráfico de $y = |2x - 3|$ e $y = x^2$, com soluções $x = -3$ ou $x = 1$.
73. Gráfico de $y = |x + 1|$ e $y = 2x - 3$, com soluções $x = 4$.
74. (a) As duas funções são $y_1 = 3\sqrt{x + 4}$ (começando no eixo x) e $y_2 = x^2 - 1$.
- (b) Este é o gráfico de $y = 3\sqrt{x} + 4 - x^2 + 1$.
- (c) As coordenadas de x das intersecções na primeira figura são as mesmas das coordenadas de x onde o segundo gráfico cruza o eixo x .
75. Os fatores do lado esquerdo para $(x + 2)$
 $(x - 1) = 0$:
 $x + 2 = 0$ ou $x - 1 = 0$
 $x = -2$ $x = 1$
76. O gráfico de $y = x^2 - 18$ intercepta o eixo x em $x \cong -4,24$ ou $x \cong 4,24$. Temos a contar
 $x^2 - 3x = 12 - 3x + 6$
 $x^2 - 18 = 0$
77. $2x - 1 = 5$ ou $2x - 1 = -5$
 $2x = 6$ $2x = -4$
 $x = 3$ $x = -2$
78. $x + 2 = 2\sqrt{x + 3}$
 $x^2 + 4x + 4 = 4(x + 3)$
 $x^2 = 8$
 $x = -\sqrt{8}$ ou $x = \sqrt{8}$
 $-\sqrt{8}$ é uma solução estranha, $x = \sqrt{8} \cong 2,83$.
79. Do gráfico de $y = x^3 + 4x^2 - 3x - 2$, as soluções da equação (que interceptam o x no gráfico) são $x \cong -4,56$, $x \cong -0,44$, $x = 1$.

80. Do gráfico de $y = x^3 - 4x + 2$, as soluções da equação (que interceptam x no gráfico) são
 $x \cong -2,21$, $x \cong -0,54$, $x \cong 1,68$.

81. $x^2 + 4x - 1 = 7$ ou $x^2 + 4x - 1 = -7$
 $x^2 + 4x - 8 = 0$ $x^2 + 4x + 6 = 0$
 $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 32}}{2}$ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 24}}{2}$
 $x = -2 \pm 2\sqrt{3}$

sem soluções reais para estas equações.

82. Do gráfico de $y = |x + 5| - |x - 3|$, $y = 0$ quando $x = -1$.
83. Do gráfico de $y = |0,5x + 3|$ e $y = x^2 - 4$, temos $x \cong -2,41$ ou $x \cong 2,91$.
84. Do gráfico de $y = \sqrt{x + 7}$ e $y = -x^2 + 5$, temos $x \cong -1,64$ ou $x \cong 1,45$.
85. (a) Existem duas raízes distintas, pois
 $b^2 - 4ac > 0$ implica que $\pm\sqrt{b^2 - 4ac}$ são 2 números reais distintos.
- (b) Existe exatamente uma raiz, pois implica que
 $\pm\sqrt{b^2 - 4ac} = 0$, assim a raiz deve ser
 $x = -\frac{b}{a}$.
- (c) Não existe raiz real, pois $b^2 - 4ac < 0$ implica que $\pm\sqrt{b^2 - 4ac}$ não são números reais.

86. As respostas podem variar.

- (a) $x^2 + 2x - 3$ tem discriminante $(2)^2 - 4(1)(-3) = 16$, assim tem duas raízes distintas. O gráfico (ou fatoração) mostra que as raízes estão em $x = -3$ e $x = 1$.
- (b) $x^2 + 2x + 1$ tem discriminante $(2)^2 - 4(1)(1) = 0$, assim tem uma raiz. O gráfico (ou fatoração) mostra que a raiz está em $x = -1$.
- (c) $x^2 + 2x + 2$ tem discriminante $(2)^2 - 4(1)(2) = -4$, assim, não tem raiz real. O gráfico está totalmente acima do eixo x .

87. Seja x a largura do campo (em yd), o comprimento é $x + 30$. Então, a área do campo tem largura de $80 yd$ e $80 + 30 = 110 yd$ de comprimento.
 $8800 = x(x + 30)$

$$0 = x^2 + 30x - 8800$$

$$0 = (x + 110)(x - 80)$$

$$0 = x + 110 \text{ ou } 0 = x - 80$$

$$x = -110 \text{ ou } x = 80$$

88. Resolvendo $x^2 + (x + 5)^2 = 18^2$, ou $2x^2 + 10x - 299 = 0$, resulta $x \cong 9,98$ ou $x \cong -14,98$. A escada está cerca de $x + 5 \cong 14,98$ ft de altura na parede.

89. A área do quadrado é x^2 . A área do semicírculo é $\frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi(1/2x)^2$, como o raio do semicírculo é $1/2x$. Então, $200 = x^2 + \frac{1}{2}\pi(1/2x)^2$. Resolvendo (graficamente é mais fácil) resulta $x \cong 11,98$ ft (x deve ser positivo).

90. Verdadeiro.

91. Falso.

92. A resposta é D.

93. A resposta é B.

94. A resposta é B.

95. A resposta é E.

96. (a) $ax^2 + bx + c = 0$

$$ax^2 + bx = -c$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$(b) \quad x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a}\right)^2$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a}\right) = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$(c) \quad x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

97. (a) $c = 2$

$$|x^2 - 4| = 2 \Rightarrow x^2 - 4 = 2 \quad \text{ou} \quad x^2 - 4 = -2$$

$$x^2 = 6 \qquad x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{6} \qquad x = \pm\sqrt{2}$$

$$|x^2 - 4| = 2, \{ \pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{6} \}.$$

(b) $c = 4$

$$|x^2 - 4| = 4 \Rightarrow x^2 - 4 = 4 \quad \text{ou} \quad x^2 - 4 = -4$$

$$x^2 = 8 \qquad x^2 = 0$$

$$x = \pm\sqrt{8} \qquad x = 0$$

(c) $c = 5$

$$|x^2 - 4| = 5 \Rightarrow x^2 - 4 = 5 \quad \text{ou} \quad x^2 - 4 = -5$$

$$x^2 = 9 \qquad x^2 = -1$$

$$x = \pm 3 \quad \text{sem solução}$$

$$|x^2 - 4| = 5, \{ \pm 3 \}$$

(d) $c = -1$. O gráfico sugere $y = -1$ não intersecciona $y = |x^2 - 4|$. Como o valor absoluto nunca é negativo, $|x^2 - 4| = -1$ não tem soluções.

(e) Não existem outros números possíveis de soluções desta equação. Para todos, a solução envolve duas equações quadráticas, cada um pode ter nenhuma, uma ou duas soluções.

$$98. (a) \quad \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$= \frac{-2b + \sqrt{D} - \sqrt{D}}{2a}$$

$$\frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$(b) \quad \frac{(-b + \sqrt{D})}{2a} \cdot \frac{(-b - \sqrt{D})}{2a}$$

$$= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{D})^2}{4a^2}$$

$$= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

99. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 5$. Como $a = 2$, isso significa que $b = -10$.

$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = 3$, como $a = 2$, isso significa que $c = 6$. As soluções são

$$\frac{10 \pm \sqrt{100 - 48}}{4}, \text{ que se reduz}$$

a $2,5 \pm \frac{1}{2}\sqrt{13}$, ou aproximadamente 0,697 e 4,303.

CAPÍTULO 6

Revisão rápida

1. $-7 < 2x - 3 < 7$

$$-4 < 2x < 10$$

$$-2 < x < 5$$