

Lista de Exercícios – Equações e inequações

- 1) Em cada item, verifique se o valor fornecido é uma solução da equação $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-4} = 1$:
- (a) $x = 2$; (b) $x = 4$; (c) $x = 0$; (d) $x = -5$.
-

- 2) Resolva cada equação, ou seja, encontre as soluções reais.

a) $x + 5 = 14 - \frac{x}{2}$ b) $2x^2 + 4x + 1 = 0$ c) $|2x| = 3$ d) $3|x-4| = 10$

e) $\frac{2x}{x+1} = \frac{2x-1}{x}$ f) $2x(4-x)^{-1/2} - 3\sqrt{4-x} = 0$ g) $\left| \frac{2x-1}{x+1} \right| = 3$

- 3) Nas fórmulas abaixo, resolva para a variável indicada, isto é, isole a variável indicada.

(a) $PV = nRT$ para R ; (b) $F = G \frac{mM}{r^2}$ para m ;

(c) $P = 2l + 2w$ para w ; (d) $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ para R_1 ;

(e) $\frac{ax+b}{cx+d} = 2$ para x ; (f) $a - 2(b - 3(c - x)) = 6$ para x .

(g) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ para r ; (h) $A = P \left(1 + \frac{i}{100} \right)^2$ para i .

- 4) Diga se as igualdades e equivalências seguintes são verdadeiras ou falsas. Corrija as falsas.

a) $(p+q)^2 = p^2 + q^2$ b) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ c) $\frac{1}{x-y} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

d) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ e) $\frac{1+TC}{C} = 1+T$ f) $\frac{1/x}{a/x - b/x} = \frac{1}{a-b}$

g) $x^2 = y \Leftrightarrow x = \sqrt{y}$ h) $x^3 = y \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{y}$

- 5) Verifique a validade das proposições seguintes. Justifique suas respostas.

a) $(\forall x \in \mathbb{R}, |x| = x)$ b) $(\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = x)$ c) $(\exists x \in \mathbb{R}, |x| = 0)$ d) $(\exists x \in \mathbb{R}, x+2 = x)$

e) $(\forall x \in \mathbb{R}, x+1 > x)$ f) $(\forall x \in \mathbb{R}, x^2 = x)$ g) $(\exists x \in \mathbb{R}, 2x = x)$ h) $(\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x = 2)$

Símbolos: \forall (para todo) e \exists (existe). Em alguns casos a vírgula deve ser lida como “tal que”.

- 6) Obtenha uma equação de segundo grau cujas raízes são:

(a) 2 e -3; (b) $\frac{1}{2}$ e $-\frac{3}{2}$.

- 7) Resolva as equações de 2º grau incompletas sem usar a Fórmula de Bhaskara.

a) $3x^2 - 81x = 0$ c) $2x^2 - 128 = 0$

b) $x^2 - 4x = 0$ d) $3x^2 + 48 = 0$

- 8) Uma placa de compensado (a espessura deve ser desprezada) tem forma retangular e área de 1500 cm². Suas dimensões são tais que o lado maior tem 20 cm a mais que o lado menor. Quais são as dimensões dessa placa?
-

- 9) Resolva em \mathbb{R} as equações abaixo:
- | | |
|--|--|
| (a) $(2x - 4)(x - 3) = 0;$ | (d) $(2x - 4)^2 + (x - 3)^2 = 0;$ |
| (b) $(2x - 4)(2x^2 - 8) = 0;$ | (e) $(2x - 4)^2 + (2x^2 - 8)^2 = 0;$ |
| (c) $(x^2 - 7x + 10)(x^2 - 25)(-x + 5) = 0.$ | (f) $(x^2 - 7x + 10)^2 + (x^2 - 25)^2 + (-x + 5)^2 = 0.$ |

Sugestão: Analise com cuidado antes de sair fazendo um monte de contas!

- 10) Resolva cada desigualdade. Escreva sua resposta usando a notação de intervalos.

- | | | |
|--------------------------|------------------------------|--------------------|
| a) $-4 < 5 - 3x \leq 17$ | d) $\frac{2x-3}{x+1} \leq 0$ | g) $ x+2 < 3$ |
| b) $x^2 < 2x+8$ | e) $ x \leq 7$ | h) $ 8-x \geq 10$ |
| c) $(x-1)(x+2) > 0$ | f) $ x > 4$ | i) $ 2x-1 < 0$ |

Respostas

- 1) Apenas $x = 2$ é solução da equação.

- 2)
- | | | |
|--------------------------------|---|--------------------------------|
| a) 18 | b) $-1 - \frac{\sqrt{2}}{2}; -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ | c) $-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}$ |
| d) $\frac{2}{3}; \frac{22}{3}$ | e) 1 | f) $\frac{12}{5}$ |
| | | g) -4; $-\frac{2}{5}$ |

- 3)
- | | |
|---------------------------------|--|
| (a) $R = \frac{PV}{nT};$ | (b) $m = \frac{Fr^2}{GM};$ |
| (c) $w = \frac{P - 2I}{2}$ | (d) $R_1 = \frac{RR_2}{R_2 - R};$ |
| (e) $x = \frac{2d - b}{a - 2c}$ | (f) $x = \frac{a}{6} - \frac{b}{3} + c - 1 = \frac{a - 2b + 6c - 6}{6}.$ |
- (g) $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$ ou $r = -\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$. *Observação.* Estamos analisando a fórmula fora de qualquer contexto aplicado. Se fosse um problema aplicado (como cálculo do volume de um cone), ficaríamos apenas com $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$, pois r representa o comprimento do raio da base do cone sendo, portanto, um número positivo.
- (h) $i = 100 \left(\sqrt{\frac{A}{P}} - 1 \right)$ ou $i = 100 \left(-\sqrt{\frac{A}{P}} - 1 \right)$. *Observação.* Neste caso, se estivéssemos analisando em um contexto aplicado (por exemplo, i representado uma taxa de juros ou rendimento), a segunda opção de resposta seria descartada pois não faz sentido uma taxa menor que -1 .

- | | | | | | |
|----|------------------------|---------------|--------------------------|---------------|----------|
| 4) | a) Falsa | b) Falsa | c) Falsa | d) Verdadeira | e) Falsa |
| | f) Verdadeira | g) Falsa | h) Verdadeira | | |
| 5) | a) Falsa | b) Verdadeira | c) Verdadeira | d) Falsa | |
| | e) Verdadeira | f) Falsa | g) Verdadeira | h) Verdadeira | |
| 6) | (a) $x^2 + x - 6 = 0;$ | | (b) $4x^2 + 4x - 3 = 0.$ | | |
| 7) | a) $\{0, 27\}$ | b) $\{0, 4\}$ | c) $\{-8, 8\}$ | d) $\{ \}$ | |

8) largura: 30 cm e comprimento: 50 cm

- 9) (a) $S = \{2, 3\}$; (d) $S = \emptyset$;
(b) $S = \{-2, 2\}$; (e) $S = \{2\}$;
(c) $S = \{-5, 2, 5\}$. (f) $S = \{5\}$.
-

- 10) a) $[-4, 3)$ b) $(-2, 4)$ c) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ d) $\left(-1, \frac{3}{2}\right]$ e) $[-7, 7]$
f) $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$ g) $(-5, 1)$ h) $(-\infty, -2] \cup [18, +\infty)$ i) \emptyset
-