

CONJUNTOS NUMÉRICOS FUNDAMENTAIS

O sistema numérico que utilizamos e do tipo decimal posicional e é conhecido como sistema indo-arábico. Os números provenientes deste sistema foram organizados em conjuntos ditos "conjuntos numéricos fundamentais" para facilitar o estudo dos mesmos. Entender toda a estrutura numérica e sua ordenação é o que se pretende neste momento.

Conjunto dos Números Naturais (\mathbb{N})

$$\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots \}$$

Temos que: $\mathbb{N} - \{ 0 \} = \mathbb{N}^* \rightarrow$ Conjunto dos Naturais Positivos

Conjunto dos Números Inteiros (\mathbb{Z})

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \} \quad \text{ou} \quad \mathbb{Z} = \{ 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \}$$

$$\mathbb{Z}^* = \{ \dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots \} = \mathbb{Z} - \{ 0 \} \rightarrow \text{Conjunto dos números Inteiros Não Nulos}$$

$$\mathbb{Z}_+ = \{ 0, 1, 2, 3, 4, \dots \} \rightarrow \text{Conjunto dos números Inteiros Não Negativos}$$

$$\mathbb{Z}_+^* = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \} \rightarrow \text{Conjunto dos números Inteiros Positivos}$$

$$\mathbb{Z}_- = \{ \dots, -3, -2, -1, 0 \} \rightarrow \text{Conjunto dos números Inteiros Não Positivos}$$

$$\mathbb{Z}_-^* = \{ -1, -2, -3, \dots \} \rightarrow \text{Conjunto dos números Inteiros Negativos}$$

Note que: $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}_+^* = \mathbb{N}^*$ e $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Conjunto dos Números Racionais (\mathbb{Q})

Um número é dito racional quando é possível escrevê-lo na forma $\frac{a}{b}$, com $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$. Formalmente, temos:

$$\mathbb{Q} = \{ x \mid x = \frac{a}{b}, \text{ com } a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \}$$

Exemplos: $\blacklozenge -8$ $\blacklozenge -\frac{5}{4} = \frac{-5}{4} = \frac{5}{-4}$ $\blacklozenge -\frac{1}{3}$ $\blacklozenge 0$ $\blacklozenge \frac{1}{2}$ $\blacklozenge \frac{12}{3}$ $\blacklozenge 7$ $\blacklozenge \sqrt{121}$ $\blacklozenge 14\% = \frac{14}{100} = \frac{7}{50}$

Observe que: $\sqrt{7} \notin \mathbb{Q}$

Além da forma $\frac{a}{b}$ já mencionada, os números racionais também podem ser representados na forma **decimal**; isto acontece quando dividimos a (numerador) por b (denominador). Temos então:

• Decimais exatos [finitos]: $\blacklozenge -\frac{5}{4} = -1,25$ $\blacklozenge \frac{3}{8} = 0,375$ $\blacklozenge \frac{12}{5} = 2,4$ $\blacklozenge \frac{75}{20} = \frac{15}{4} = 3,75$ $\blacklozenge \frac{617}{500} = 1,234$

• Decimais [dízimas] periódicos: $\blacklozenge -\frac{1}{3} = -0,333\dots = -0,\overline{3}$ [período] [fração geratriz] $\blacklozenge \frac{14}{33} = 0,4242\dots = 0,4\overline{2}$

$\blacklozenge \frac{6}{7} = 0,857142857142\dots = 0,85714\overline{2}$ $\blacklozenge \frac{13}{6} = 2,1666\dots = 2,1\overline{6} \rightarrow$ [observar arredondamento da calculadora]

Observações:

Entre dois números inteiros, nem sempre existe outro número inteiro.

Entre dois números racionais, sempre existe outro número racional.

Também podemos utilizar as notações: \mathbb{Q}^* , \mathbb{Q}_+ , \mathbb{Q}_+^* , \mathbb{Q}_- e \mathbb{Q}_-^*

Observação:

Muitas literaturas Matemáticas [principalmente relacionadas ao ensino superior] **não** consideram o número 0 [zero] como Natural. Na verdade, em algumas áreas da Matemática, torna-se mais "conveniente" considerar o zero como **Inteiro**, pois isso simplifica algumas definições. Assim poderemos, em certas situações, fazer uso dessa prerrogativa e excluir o zero do conjunto \mathbb{N} .

Encontrando a fração geratriz de números decimais [racionais]:

• Para decimais exatos [finitos]: escrevemos o número decimal em questão sem a vírgula e acrescentamos o denominador 1 (um) seguido de tantos zeros quanto forem as casas após a vírgula. Em seguida, simplifique a fração encontrada, se possível. Veja os exemplos:

$$\blacklozenge 1,4 \rightarrow \frac{14}{10} = \frac{14^{\div 2}}{10^{\div 2}} = \frac{7}{5}$$

$$\blacklozenge 5,231 \rightarrow \frac{5231}{1000}$$

$$\blacklozenge 2,75 \rightarrow \frac{275}{100} = \frac{275^{\div 25}}{100^{\div 25}} = \frac{11}{4}$$

• Para decimais [dízimas] periódicos: “damos um nome” ao número decimal e através da multiplicação deste por 10 e/ou suas potências [100, 1000, etc.], criamos dois números que possuam exatamente as mesmas casas decimais para realizarmos a subtração dos mesmos. Veja os exemplos:

$$\blacklozenge 0,333\dots$$

$$\text{Denominamos } x = 0,333\dots$$

$$\begin{array}{r} - \left\{ \begin{array}{l} 10x = 3,333\dots \\ x = 0,333\dots \end{array} \right. \\ \hline 9x = 3 \end{array}$$

$$x = \frac{3}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\blacklozenge 2,1666\dots$$

$$\text{Denominamos } x = 2,1666\dots$$

$$\begin{array}{r} - \left\{ \begin{array}{l} 100x = 216,666\dots \\ 10x = 21,666\dots \end{array} \right. \\ \hline 90x = 195 \end{array}$$

$$x = \frac{195^{\div 15}}{90^{\div 15}} \Rightarrow x = \frac{13}{6}$$

$$\blacklozenge 1,424242\dots$$

$$\text{Denominamos } n = 1,424242\dots$$

$$\begin{array}{r} - \left\{ \begin{array}{l} 100n = 142,4242\dots \\ n = 1,4242\dots \end{array} \right. \\ \hline 99n = 141 \end{array}$$

$$n = \frac{141^{\div 3}}{99^{\div 3}} \Rightarrow n = \frac{47}{33}$$

Observações:

- # Existe outro método para encontrar a fração geratriz de uma dízima periódica. Pesquise e procure saber mais!
- # As calculadoras científicas mais modernas são capazes de encontrar a fração geratriz de um número decimal. Experimente!

Tipos de Fração:

• Fração Própria: é aquela em que o **numerador** é MENOR que o **denominador**. Isso significa que o seu valor é sempre inferior a um inteiro. Podemos dizer que é a “fração verdadeira”, pois faz jus ao seu nome. Veja os exemplos:

$$\blacklozenge \frac{4}{5} = 0,8 \quad \blacklozenge \frac{3}{8} = 0,375 \quad \blacklozenge \frac{7}{50} = 0,14 \quad \blacklozenge \frac{7}{100} = 0,07 \quad \blacklozenge \frac{10}{21} = 0,476190 \quad \blacklozenge \frac{1}{3} = 0,333\dots$$

• Fração Imprópria: é aquela em que o **numerador** é MAIOR que o **denominador**. Isso significa que o seu valor é sempre superior a um inteiro. Veja os exemplos:

$$\blacklozenge \frac{5}{4} = 1,25 \quad \blacklozenge \frac{17}{2} = 8,5 \quad \blacklozenge \frac{75}{20} = \frac{15}{4} = 3,75 \quad \blacklozenge \frac{617}{500} = 1,234 \quad \blacklozenge \frac{33}{14} = 2,3571428 \quad \blacklozenge \frac{31}{6} = 5,1666\dots$$

• Fração Aparente: é um caso particular de fração imprópria quando o **numerador** é um MÚLTIPLO do **denominador**, ou seja, a fração pode ser simplificada resultando em um **número inteiro**. Veja os exemplos:

$$\blacklozenge \frac{14}{2} = 7 \quad \blacklozenge \frac{52}{13} = 4 \quad \blacklozenge \frac{42}{3} = 14 \quad \blacklozenge \frac{18}{18} = 1 \quad \blacklozenge \frac{100}{10} = 10 \quad \blacklozenge \frac{0}{12} = 0 \text{ [caso especial]}$$

• Fração Mista ou Número Misto: também é um caso particular de fração imprópria, porém ocorre quando é escrita em duas partes: a **parte inteira** mais a **parte fracionária**, que neste caso sempre será uma **fração própria**. Veja os exemplos:

$$\blacklozenge \frac{7}{5} = 1,4 = 1 + 0,4 = 1 + \frac{4}{10} = 1\frac{2}{5} \quad \blacklozenge \frac{13}{2} = 6,5 = 6 + 0,5 = 6 + \frac{5}{10} = 6\frac{1}{2} \quad \blacklozenge 6\frac{1}{2} = 6 + \frac{1}{2} = \frac{(2 \cdot 6) + 1}{2} = \frac{13}{2}$$

Notas:

- # Algumas calculadoras científicas podem representar frações na forma mista. Verifique como a sua calculadora “trata” as frações.
- # Duas ou mais frações são equivalentes quando possuem o mesmo valor [representam o mesmo número real].
- # Uma fração é dita irredutível quando não pode mais ser simplificada. Neste caso dizemos que o numerador e o denominador são primos entre si.

Conjunto dos Números Irracionais (Ir)

Um número é Irracional, quando NÃO é possível escrevê-lo na forma $\frac{a}{b}$, com $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$. Assim, podemos escrever:

$\text{Ir} = \{ x \mid x \text{ é dízima } \underline{\text{não}} \text{ periódica} \}$

Veja os exemplos:

$$\diamond \sqrt{2} = 1,4142135...$$

$$\diamond \sqrt[3]{25} = 2,92401773...$$

$$\diamond \sqrt{3} = 1,7320508...$$

$$\diamond 2,01001000100001...$$

$$\diamond -\sqrt{3} = -1,7320508...$$

$$\diamond \pi = 3,14159265... \text{ (Número "pi")}$$

$$\diamond e = 2,7182818... \text{ (Número de Euler)}$$

Observe que $\sqrt{9} \notin \text{Ir}$, pois sabemos que $\sqrt{9} = 3$.

Outras Notações para o Conjunto dos Irracionais: $(\mathbb{R} - \mathbb{Q})$ ou \mathbb{Q}'

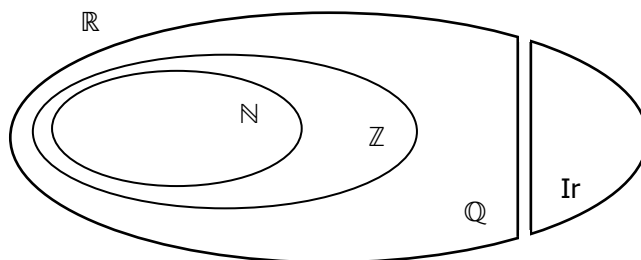
Conjunto dos Números Reais (\mathbb{R})

Unindo todos os conjuntos numéricos estudados até aqui, teremos o conjunto dos números reais. Ou seja:

$$\mathbb{R} = \{ x \mid x \in \mathbb{Q} \text{ ou } x \in \text{Ir} \} = \mathbb{Q} \cup \text{Ir}$$

Desta forma, todo número natural, inteiro, racional ou irracional também é um número REAL.

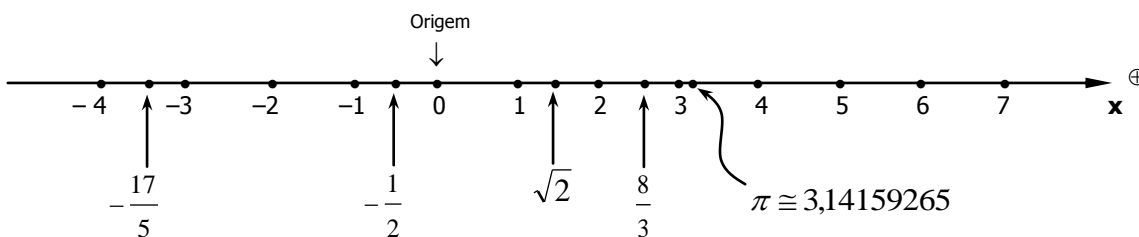
Podemos representar através de "diagramas" o conjunto dos números reais, conforme abaixo.



Um número REAL qualquer é **racional** ou **irracional**.

Observe que: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ e $\mathbb{Q} \cap \text{Ir} = \emptyset$.

Uma representação geométrica (dos números reais) muito importante e útil é a "Reta Real", também conhecida como reta numérica real ou eixo real, ou ainda, eixo das abscissas. Veja:



Em nosso estudo, quando falarmos de números e não forem feitas "restrições" sobre esses, adotaremos sempre como padrão, os números reais.

Também temos os intervalos, que são subconjuntos do conjunto dos números reais:

$\mathbb{R}^* = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \}$ → Conjunto dos números Reais Não Nulos **ou diferentes** de zero

$\mathbb{R}_+ = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0 \}$ → Conjunto dos números Reais Não Negativos **ou maiores ou igual** a zero

$\mathbb{R}_+^* = \{ x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \}$ → Conjunto dos números Reais Positivos **ou maiores** que zero.

$\mathbb{R}_- = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0 \}$ → Conjunto dos números Reais Não Positivos **ou menores ou igual** a zero

$\mathbb{R}_-^* = \{ x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \}$ → Conjunto dos números Reais Negativos **ou menores** que zero

Observação: Temos que $\sqrt[3]{-8} = -2 \in \mathbb{R}$, mas $\sqrt{-9} = \sqrt{-9} \notin \mathbb{R}$.

Não estão definidas para o conjunto dos números reais, raízes de números negativos com índice par.

Conjunto dos Números Complexos (\mathbb{C})

Também conhecido como conjunto dos números “imaginários”, não fará parte de nosso estudo neste momento (embora tenha grande aplicação na área eletroeletrônica, entre outras). Podemos dizer, de forma simples, que se trata de um conjunto numérico que envolve, além dos números reais, números do tipo $\sqrt{-4}$ que não podem ser definidos em \mathbb{R} .

INTERVALOS

↳ são subconjuntos do conjunto \mathbb{R} . Podem ser representados através da notação de conjunto, de colchetes ou na reta Real. Analise atentamente os exemplos a seguir e perceba a simbologia utilizada:

Intervalo Aberto

$$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 10\} =]2, 10[= \text{Representação na Reta Real}$$

↳ Notação de Conjunto ↳ Notação de Colchetes ↳ Representação na Reta Real

Atenção: Observe que no intervalo aberto acima, foram representados todos os números reais ENTRE os números 2 e 10, e consequentemente, os números 2 e 10 (que são os limitantes do intervalo) foram EXCLUÍDOS do conjunto representado.

Intervalo Fechado

$$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 10\} = [2, 10] = \text{Representação na Reta Real}$$

Atenção: Observe que no intervalo fechado acima, foram representados todos os números reais DO número 2 ATÉ o 10, e consequentemente, os números 2 e 10 (que são os limitantes do intervalo) foram INCLUÍDOS do conjunto representado.

Intervalo Semi-aberto ou Semi-fechado

$$\begin{aligned} \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 10\} &=]2, 10] \\ \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 10\} &= [2, 10[\\ \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 10\} &= [2, 10) \end{aligned}$$

Intervalos Infinitos (incomensuráveis)

$$\begin{aligned} \{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\} &=]7, +\infty[\\ \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 7\} &= [7, +\infty[\\ \{x \in \mathbb{R} \mid x < 7\} &=]-\infty, 7[\\ \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 7\} &=]-\infty, 7] \end{aligned}$$

↳ $\{x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x \leq 7\} \rightarrow$ Não recomendável!

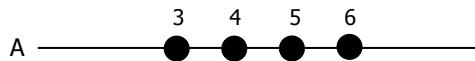
Observações e Similaridades:

$$\begin{aligned} \mathbb{R} = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} &=]-\infty, +\infty[\\ \mathbb{R}^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\} &=]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[\\ \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } 0 \leq x < 15 \text{ e } x \neq 6\} &= \text{Representação na Reta Real} \\ \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } 0 \leq x < 6 \text{ ou } 6 < x < 15\} &= \text{Representação na Reta Real} \\ \{x \in \mathbb{R} \mid -5,1 < x \leq 3 \text{ ou } x \geq 4 \text{ e } x \neq 17\} &= \text{Representação na Reta Real} \\ \{x \in \mathbb{R} \mid -5,1 < x \leq 3 \text{ ou } 4 \leq x < 17 \text{ ou } x > 17\} &= \text{Representação na Reta Real} \end{aligned}$$

Atenção!

- Note que os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \leq 6\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 6\}$ são DIFERENTES.

Veja na reta real:



O conjunto A é finito, pois tem somente 4 elementos, ou seja, $A = \{3, 4, 5, 6\}$. Em contrapartida, não podemos determinar o número de elementos do conjunto B, pois este último possui infinitos elementos.

- **Fique atento para as diferentes notações de conjunto:** $\{3, 10\} \neq [3, 10]$

O conjunto $\{3, 10\}$ possui 2 elementos e o intervalo $[3, 10]$ possui infinitos elementos.

Algumas Definições Importantes!

- **Oposto de um Número Real**

Veja os exemplos:

$$7 \xrightarrow{\text{oposto}} -7$$

$$-\frac{14}{3} \xrightarrow{\text{oposto}} \frac{14}{3}$$

$$\text{Particularidade: } 0 \xrightarrow{\text{oposto}} 0$$

Assim: A SOMA de um número com o seu OPOSTO é ZERO!

Observação: Note que, considerando um estudo somente no \mathbb{N} , um número natural [não nulo] não tem oposto natural.

- **Inverso de um Número Real**

Veja os exemplos:

$$3 \xrightarrow{\text{inverso}} \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{3} \xrightarrow{\text{inverso}} \frac{3}{4}$$

$$-\frac{1}{14} \xrightarrow{\text{inverso}} -14$$

$$-\frac{7}{8} \xrightarrow{\text{inverso}} -\frac{8}{7}$$

Particularidades:

$$1 \xrightarrow{\text{inverso}} 1$$

$$-1 \xrightarrow{\text{inverso}} -1$$

Assim: O PRODUTO de um número com o seu INVERSO é UM!

Observação: O número ZERO **não** possui inverso!

- **Módulo [ou Valor Absoluto] de um Número Real**

Veja os exemplos:

$$|14| = 14$$

$$|-14| = 14$$

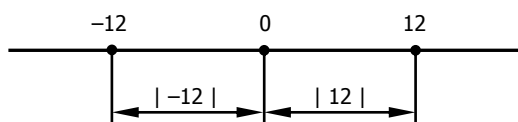
$$\left|\frac{7}{5}\right| = \frac{7}{5}$$

$$\text{Particularidade: } |0| = 0$$

Assim: O MÓDULO de um número real não nulo é sempre o seu valor POSITIVO (absoluto).

$$\text{Simbolicamente, temos: } |x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Nota: Podemos considerar ainda que o módulo de um número real representa a **distância** desse número até a **origem**, pois consideramos uma grandeza de distância sempre positiva (ou zero). Veja:



Então: $|12| = |-12| = 12$ u.c. (unidades de comprimento)

Exemplo: Simplifique as expressões:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & |14-3| - |-5| \\ & |11| - |-5| \\ & 11 - 5 \\ & 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & |x+18| - x, \text{ sendo que } x+18 \geq 0 \\ & x+18 - x \\ & 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & |x+18| - x, \text{ sendo que } x+18 < 0 \\ & -(x+18) - x \\ & -x-18 - x \\ & -2x-18 \end{aligned}$$

Para refletir: Não aprenda a desejar aquilo que não merece. [retirado de um biscoito da sorte chinês]

EXERCÍCIOS – Conjuntos Numéricos Fundamentais e Intervalos

1) Relacione usando \in ou \notin :

- | | | | |
|-----------------------------------|---|--------------------------------------|---|
| a) $-5 \dots \mathbb{N}$ | e) $\frac{4}{11} \dots \mathbb{R}-\mathbb{Q}$ | i) $-1 \dots \mathbb{R}$ | n) $\sqrt{361} \dots \mathbb{I}_r$ |
| b) $\frac{2}{3} \dots \mathbb{Z}$ | f) $\sqrt{-9} \dots \mathbb{R}$ | j) $\frac{108}{9} \dots \mathbb{N}$ | o) $(2,33... \times 9) \dots \mathbb{N}$ |
| c) $\sqrt{5} \dots \mathbb{R}$ | g) $-13 \dots \mathbb{Q}$ | l) $0 \dots \mathbb{Z}_+$ | p) $\frac{\sqrt[3]{-64}}{2} \dots \mathbb{Z}$ |
| d) $4 \dots \mathbb{Q}$ | h) $\sqrt{0} \dots \mathbb{R}$ | m) $-\frac{4}{2} \dots \mathbb{Q}^*$ | q) $0,127 \dots \mathbb{Q}^*$ |

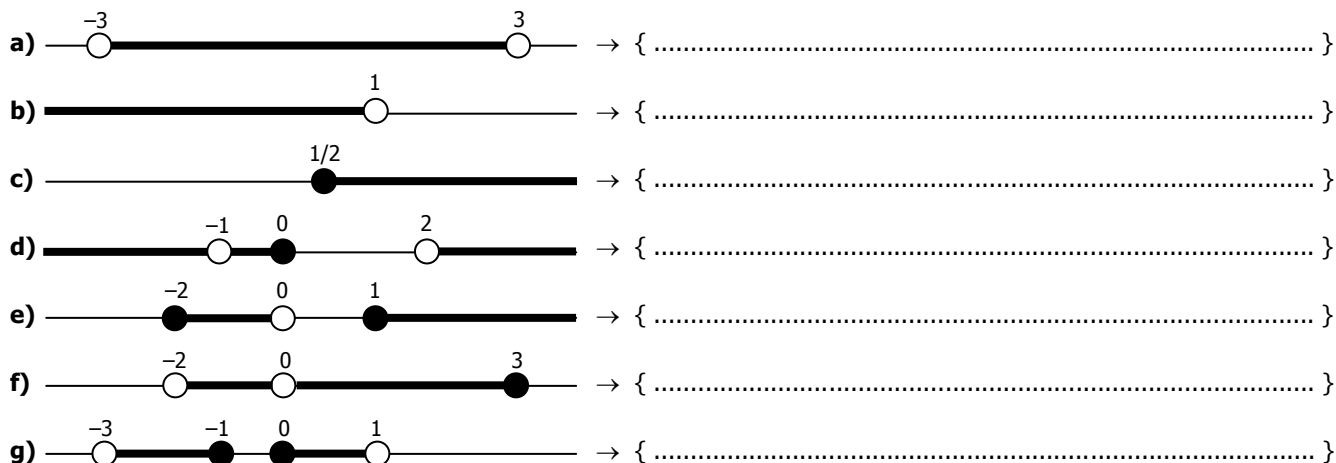
2) Os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$ são iguais?

3) Represente em cada reta real os intervalos correspondentes:

- | | | |
|---|---|-------|
| a) $]-\infty, -1]$ | → | _____ |
| b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\}$ | → | _____ |
| c) $]0, 3[$ | → | _____ |
| d) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq \sqrt{2}\}$ | → | _____ |
| e) $[-5, 4[$ | → | _____ |
| f) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -5\}$ | → | _____ |
| g) $\left[-\frac{2}{5}, \frac{1}{2}\right]$ | → | _____ |
| h) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 2\}$ | → | _____ |
| i) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1 \text{ ou } x > 2\}$ | → | _____ |
| j) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 3 \text{ e } x \neq 1\}$ | → | _____ |
| k) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2 \text{ ou } x = 4\}$ | → | _____ |
| l) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < -1 \text{ ou } 1 < x \leq 2\}$ | → | _____ |

ATENÇÃO: Analise os intervalos [h] e [i] e note que eles são completamente diferentes.

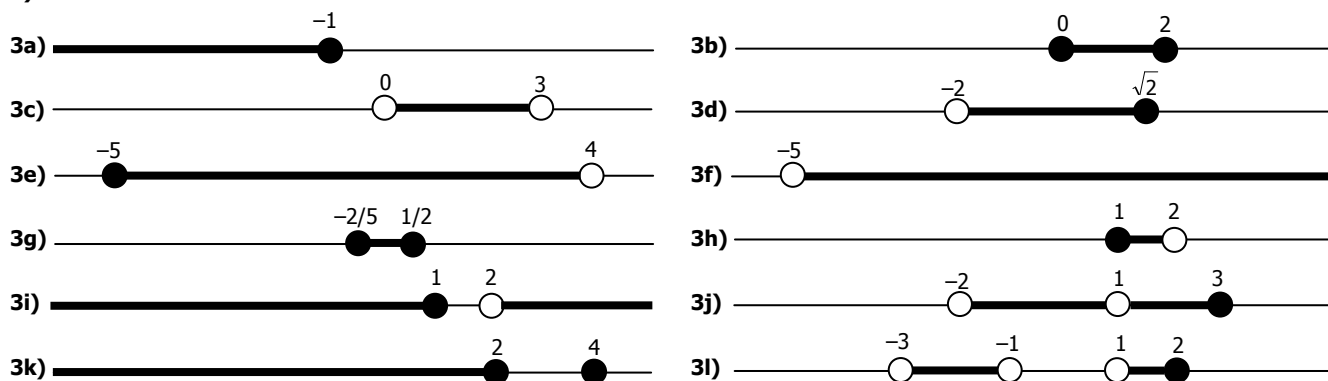
4) Dados os intervalos abaixo, escreva-os em notação de conjunto:



RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS

1a) \notin 1b) \notin 1c) \in 1d) \in 1e) \notin 1f) \notin 1g) \in 1h) \in 1i) \in 1j) \in 1l) \in 1m) \in 1n) \notin 1o) \in 1p) \in 1q) \in

2) Sim



4a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 3\}$ 4b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$ 4c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1/2\}$ 4d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0 \text{ e } x \neq -1 \text{ ou } x > 2\}$

4e) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 0 \text{ ou } x \geq 1\}$ 4f) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 3 \text{ e } x \neq 0\}$ 4g) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq -1 \text{ ou } 0 \leq x < 1\}$

Toda a educação científica que não se inicia com a Matemática é, naturalmente, imperfeita na sua base. [Auguste Conté]

OPERAÇÕES COM INTERVALOS – UNIÃO, INTERSECÇÃO E SUBTRAÇÃO

Veremos como realizar as operações básicas com intervalos, através dos exemplos a seguir. A utilização da representação na reta real facilita muito a realização das operações com conjuntos de infinitos elementos.

1. Exemplos de União (\cup)

1.1) Considerando os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 1\}$ e $B = [0, 6[$, determine $A \cup B$.

A _____

B _____

$A \cup B$ _____

Logo: $A \cup B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 6\}$

1.2) Dados os conjuntos $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 1\}$ e $M = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 2\}$, calcule $B \cup M$.

B _____

M _____

$B \cup M$ _____

Logo: $B \cup M = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 2 \text{ e } x \neq 1\}$

1.3) Considerando os conjuntos $T =]-3, 0]$ e $M = [2, +\infty[$, determine $T \cup M$.

T _____

M _____

$T \cup M$ _____

Logo: $T \cup M = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 0 \text{ ou } x \geq 2\}$

1.4) Admitindo-se os conjuntos $B =]-\infty, \sqrt{2}[$ e $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$, obtenha $B \cup C$.

B _____

C _____

$B \cup C$ _____

Logo: $B \cup C = \mathbb{R}$

2. Exemplos de Intersecção (\cap)

2.1) Considerando os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 1\}$ e $B = [0, 6[$, determine $A \cap B$.

A _____

B _____

$A \cap B$ _____

Logo: $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 1\}$

2.2) Dados os conjuntos $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 1\}$ e $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 2\}$, calcule $B \cap D$.

B _____

D _____

$B \cap D$ _____

Logo: $B \cap D = \{1\}$

2.3) Considerando os conjuntos $J =]-3, 0]$ e $C = [2, +\infty[$, determine $J \cap C$.

J _____

C _____

$J \cap C$ _____

Logo: $J \cap C = \{ \}$

2.4) Admitindo-se os conjuntos $K =]-\infty, \sqrt{2}[$ e $H = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$, obtenha $K \cap H$.

K _____

H _____

$K \cap H$ _____

Logo: $K \cap H = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < \sqrt{2}\}$

3. Exemplos de Subtração (-)

3.1) Considerando os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 1\}$ e $B = [0, 6[$, determine $A - B$.

A _____

B _____

$A - B$ _____

Logo: $A - B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 0\}$

3.2) Dados os conjuntos $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 1\}$ e $M = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 2\}$, calcule $B - M$.

B _____

M _____

$B - M$ _____

Logo: $B - M = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 1\} = B$

3.3) Considerando os conjuntos $T =]0, 3]$ e $M = [-2, +\infty[$, determine $T - M$.

T _____

M _____

$T - M$ _____

Logo: $T - M = \{ \}$

3.4) Admitindo-se os conjuntos $B =]-\infty, \sqrt{2}[$ e $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$, obtenha $B - C$.

B _____

C _____

$B - C$ _____

Logo: $B - C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$

4. Exemplo "Misto"

4.1) Dados os conjuntos: $A =]-\infty, -1]$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 2\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$ e $D =]-2, 3]$, obtenha o conjunto $[(A \cap B) \cup C] - D$.

A _____

B _____

$A \cap B$ _____

C _____

$(A \cap B) \cup C$ _____

D _____

$[(A \cap B) \cup C] - D$ _____

Então: $[(A \cap B) \cup C] - D = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq -2 \text{ ou } x > 3\}$

EXERCÍCIOS – Operações com Intervalos

1) Sendo $A =]-3, 4[$ e $B = [-1, 6[$, calcule $A \cup B$, $A \cap B$ e $A - B$, dando a resposta em notação de conjunto.

2) Dados $A =]-4, 3]$, $B = [-3, 3[$ e $C = [-7, 0]$, calcule o conjunto: $(A \cup B) \cap (B \cup C)$.

3) Considerando $A =]-\infty, 3]$, $B = [-2, 0]$ e $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$, determine: $(A \cup B) \cap (B \cap C)$.

4) Dados $A = [1, 3]$, $B =]2, 5[$ e $C =]0, 4[$, calcule; escrevendo a resposta em notação de conjunto:

- a) $C \cap (A \cup B)$
- b) $A \cap B \cap C$
- c) $A \cup B \cup C$
- d) $(A \cap B) - C$

5) Sendo $A = [2, +\infty[$, $B =]-\infty, 5[$ e $M = [2, 5]$, efetue:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cap B$
- c) $B \cup M$
- d) $B - M$

6) Obtenha $M \cap N$ e $M \cup N$ sendo: $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2 \text{ ou } x \geq 1\}$ e $N = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x \leq 3\}$.

7) Obtenha $G \cap H$ e $G \cup H$ nos casos: $G = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{5} < x \leq \sqrt{10}\}$ e $H = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ ou } x \geq \sqrt{10}\}$.

8) Considere os intervalos $A = [-1, +\infty[$ e $B =]0, 7[$. Obtenha:

- a) $A - B$
- b) $A \cup B$
- c) $A \cap B$
- d) $B - (A - B)$

9) Sendo $M = [-3, 3]$, $A =]0, 5]$ e $T = [6, 8]$, determine o conjunto: $S = (M \cap A \cap T) - M$.

10) Dados $A =]1, 4]$, $B =]2, 8[$ e $C = [4, 10]$, determine:

- a) $A \cup B \cup C$
- b) $A \cap B \cap C$
- c) $(A \cap B) - C$

11) Se $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 11\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 15 \leq x < 187\}$, determine o número de elementos de $(B \cap A)$.

RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS

- 1) $A \cup B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 6\}$, $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 4\}$, $A - B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < -1\}$ 2) $\{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 3\}$ 3) $\{0\}$
 4a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 4\}$ 4b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 3\}$ 4c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$ 4d) $\{\}$ 5a) $\{x \in \mathbb{R}\}$ 5b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 5\}$
 5c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\}$ 5d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$ 6) $M \cap N = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x \leq -2 \text{ ou } 1 \leq x \leq 3\}$ e $M \cup N = \mathbb{R}$
 7) $G \cap H = \{\sqrt{10}\}$ e $G \cup H = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ ou } x > -\sqrt{5}\}$ 8a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 0 \text{ ou } x \geq 7\}$ 8b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\} = A$
 8c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 7\} = B$ 8d) B 9) $S = \{\}$ 10a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 10\}$ 10b) $\{4\}$ 10c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 4\}$
 11) $n(B \cap A) = 15$

Para refletir: O pessimista senta-se e lastima-se; o otimista levanta-se e age.

SIMBOLOGIA MATEMÁTICA

\in	pertence	\Rightarrow	implica / então
\notin	não pertence	\Leftrightarrow	equivalente / se e somente se
\subset	está contido	$=$	igual
$\not\subset$	não está contido	\neq	diferente
\supset	contém	\wedge	e
$\not\supset$	não contém	\vee	ou
$/$	tal que	∞	infinito
\emptyset	conjunto vazio $\rightarrow \{ \}$	\therefore	portanto
\forall	qualquer que seja / para todo	Σ	somatório
\exists	existe	\perp	perpendicular
\nexists	não existe	$//$	paralelo
$\exists!$	existe um único	\equiv	idêntico
\cup	união	\sim	semelhante / congruente
\cap	intersecção	\cong	igual ou aproximadamente
$>$	maior	\approx	semelhante
\geq	maior ou igual	\mathbb{N}	conjunto dos números naturais
\gg	muito maior	\mathbb{Z}	conjunto dos números inteiros
$<$	menor	\mathbb{Q}	conjunto dos números racionais
\leq	menor ou igual	$\mathbb{R}-\mathbb{Q}$	conjunto dos números irracionais [ou \mathbb{I} ou \mathbb{Q}']
\ll	muito menor	\mathbb{R}	conjunto dos números reais
$\#$	cardinalidade	\mathbb{C}	conjunto dos números complexos
$!$	fatorial	C_B^A	complementar de A em relação a B

**Esquentando o Processador!**

Abaixo, dois “probleminhas” para você utilizar toda a sua capacidade de imaginação e processamento...

1) Um grande industrial na necessidade de ir a São Paulo, chegou a seu guarda-noturno e ordenou:

- Amanhã, acorde-me às 6 horas, por favor. Tenho que pegar o avião para São Paulo.

- Pois não, chefe!

Pontualmente às 6 horas o guarda apertou a campainha da residência do industrial e tentou demovê-lo da ideia de viajar:

- Patrão – disse o guarda – estou com mau presságio: sonhei esta noite que o Sr. teria um acidente com o avião e me permita sugerir que não viaje.

O industrial titubeou, mas viajou mesmo assim. Sem incidentes, chegou a São Paulo e por telefone mandou despedir o guarda. Por quê?

2) O pai do padre é filho de meu pai. O que sou do padre?

Para refletir: É costume de um tolo, quando erra, queixar-se dos outros. [Sócrates]

Exercícios Extras

Os exercícios apresentados a seguir foram extraídos do Livro:

Matemática: Ciência e Aplicações. Vol. 1. IEZZI, Gelson et al. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.