ANÁLISE DE VARIÂNCIA - COMPARAÇÃO ENTRE VÁRIOS GRUPOS

Introdução à Pesquisa Experimental

Professora Sabrina Elicker Hagemann

ANÁLISE DE VARIÂNCIA

- A ideia, na análise de variância, é comparar a **variância devida aos tratamentos** com a **variação devida ao acaso,** ou resíduo.
- Os fatores propostos podem ser variáveis quantitativas ou qualitativas, enquanto que a variável dependente é uma quantitativa e é observada dentro das classes dos fatores,
- O objetivo da análise de variância é analisar as diferenças entre as médias aritméticas dos grupos, a partir de uma análise na variação dos dados, entre os grupos. Ou seja, toma-se a variação total e subdivide-se a em **variação entre os grupos** e a **variação dentro do grupo**, a qual considera –se como um **erro experimental,** mas se a variação ocorrer **entre os grupos** ela é atribuída ao efeito do tratamento recebido.

ANÁLISE DE VARIÂNCIA

- **Teste F:** utilizado para comparar a variância entre grupos e a variância dentro do grupo.

$F_{calculado}$ × $F_{tabelado}$ ⇐ **Valor - p**

De um modo geral, os testes estatísticos trabalham com duas hipóteses:

- **H_0 – hipótese nula**
- **H_1 – hipótese alternativa**

O ponto de partida de um teste estatístico consiste em considerar **a H_0 como sendo a hipótese verdadeira**. Dependendo do resultado do teste, pode-se cometer dois tipos diferentes de erro:

- **Erro tipo I – rejeitar H_0 sendo H_0 verdadeira**
- **Erro tipo II – Não rejeitar H_0 sendo H_0 falsa**

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo

ANÁLISE DE VARIÂNCIA

α → Nível de significância de um teste estatístico e corresponde à probabilidade de cometer o erro do tipo I, ou seja, rejeitar a hipótese nula sendo ela verdadeira.

Valor - p → o menor valor do teste para rejeitar H_0

- Se p-valor<α, então H_0 é rejeitada
- Se p-valor>α, então H_0 não é rejeitada

Se **F calculado** for maior que **F tabelado**, (ou valor-p <α), descarta-se Ho, ou seja, **existe diferenças significativas entre os grupos provocada pelo fator controlável em estudo.**

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo

COMPARAÇÃO ENTRE GRUPOS

- **Experimentos que envolvem:** Variável de resposta e um fator controlável a vários níveis
- **Objetivo:** Identificar se os valores da variável de resposta medidos nos diversos níveis diferem entre si.
- **Disposição dos dados:**

Fator A		A1	A2	...	Ak	
		y_{11}	y_{12}	...	y_{1k}	
		y_{21}	y_{22}	...	y_{2k}	
		:	:	y_{ij}	:	
		:	:	...	:	
		$y_{n1,1}$	$y_{n2,2}$	...	$y_{nk,k}$	
Totais	$T_{.j}$	$T_{.1}$	$T_{.2}$	...	$T_{.k}$	$T_{..} =$
No.Obs.	n_j	n_1	n_2	...	n_k	$N =$
Médias	$\overline{Y}_{.j}$	$\overline{Y}_{.1}$	$\overline{Y}_{.2}$	...	$\overline{Y}_{.k}$	$\overline{\overline{Y}}_{..} =$

EXEMPLO

Um profissional deseja estudar se a temperatura de cura influencia na resistência à compressão de corpos de prova de concreto. Para isso, avaliou 3 temperaturas de curas diferentes.

	Temperatura (ºC)		
	15	20	25
Resistências (MPa)	12	16	18
	13	18	20
	11	17	19

Temperatura (ºC) → Fator controlável
15, 20, 25 → Níveis do fator controlável
Repetições

Modelo Estatístico:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_{ij}$$

onde: μ é a média geral;
τ_j é o efeito do grupo j;
ε_{ij} é um erro aleatório.

EXEMPLO

Hipóteses:

H_0: não há diferenças significativas entre os grupos;

H_1: há diferenças significativas entre os grupos provocada pelo fator controlável investigado

	Temperatura (ºC)				
	15	20	25		
Resistências (MPa)	12	16	18		
	13	18	20		
	11	17	19		
Tj=	36	51	57		T=144
N=	3	3	3		N=9
Ŷj=	12	17	19		Ŷ=16

Totais e média de cada grupo

Totais e média de todos os grupos

EXEMPLO

	Temperatura (ºC)			
	15	20	25	
Resistências (MPa)	12	16	18	
	13	18	20	
	11	17	19	
Tj=	36	51	57	T..=144
N=	3	3	3	N=9
Ŷj=	12	17	19	Ŷ..=16

Modelo Estatístico:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_{ij}$$

$$18 = 16 + 1 + 1$$

Média geral

Média do grupo – média geral = 17 – 16 = 1

Valor individual - média do grupo = 18 – 17 = 1

EXEMPLO

	Temperatura (ºC)				
	15	20	25		
Resistências (MPa)	12	16	18		
	13	18	20		
	11	17	19		
Tj=	36	51	57	T=144	
N=	3	3	3	N=9	
Ŷj=	12	17	19	Ŷ=16	

Modelo Estatístico:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_{ij}$$

$$20 = 16 + 3 + 1$$

Média geral

Média do grupo – média geral = 19 – 16 = 3

Valor individual - média do grupo = 20 – 19 = 1

EXEMPLO

Decomposição dos resíduos:

$$\left(Y_{ij} - \overline{\overline{Y}}_{..}\right) = \left(\overline{Y}_{.j} - \overline{\overline{Y}}_{..}\right) + \left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)$$

Valor da repetição

Média geral

Media do grupo

Média geral

Valor da repetição

Media do grupo

Elevando ao quadrado e somando:

$$\sum\left(Y_{ij} - \overline{\overline{Y}}_{..}\right)^2 = \sum n\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{\overline{Y}}_{..}\right)^2 + \sum\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{.j}\right)^2$$

$$SQT \quad = \quad SQG \quad + \quad SQR$$

Graus de Liberdade:

$$(N - 1) \quad = \quad (K - 1) \quad + \quad (N - K)$$

EXEMPLO

Médias quadradas:

$$MQG = SQG / (K - 1)$$

$$MQR = SQR / (N - K)$$

Se não há diferenças significativas entre os grupos: $E[MQG] = E[MQR]$

O teste F compara as duas variâncias:

$$F_{calc} = \frac{Variância \ \ entre \ grupos}{Variância \ \ dentro \ do \ grupo} = \frac{MQG}{MQR}$$

Comparar **F calculado** com **F tabelado**, se o valor calculado for maior que o valor tabelado (ou valor-p <0,05), descarta-se Ho, ou seja, existe diferenças significativas entre os grupos provocada pelo fator controlável em estudo.

EXEMPLO

Fórmulas:

$TC = T_{..}^2/N$ → Termo de correção

$$SQT = \sum(Y_{ij}^2) - TC$$

$$SQG = \sum(T_{.j}^2/n_j) - TC$$

$$SQR = SQT - SQG$$

Tabela ANOVA:

Fonte	SQ	GDL	MQ	Teste F
Entre Grupos	SQG	K - 1	MQG	F = MQG / MQR
Dentro Grupos	SQR	N - K	MQR	
Total	SQT	N - 1		

EXEMPLO

O limite de decisão é estabelecido usando os valores tabelados da distribuição F , ou seja:

$$F_{\alpha,k-1,N-k}$$

Onde:

α: nível de significância (usualmente 0,05)

k-1: graus de liberdade do numerador (MQG)

N-k : graus de liberdade do denominador (MQR)

Nível de significância - alfa = 0,05									
n2 \ n1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10

BIBLIOGRAFIA

MONTGOMERY, Douglas. C. Design and Analysis of Experiments. 5. ed. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 2001.

RIBEIRO, J.L.D.; CATEN, C.S.ten. Projeto de experimentos. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2011.