

Prof^a. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

EXERCÍCIOS

1) Encontre a equação de *uma* reta mediatriz do segmento de extremos $A=(1,1,1)$ e $B=(3,3,3)$.

2) Para o par de retas r e r' abaixo encontre o ponto de interseção, $r \cap r'$, se existir. E nos casos em que a interseção é vazia decida se elas são paralelas.

$$r : (x, y, z) = (2, -3, -2) + t(4, -1, 3) \quad \text{e} \quad r' : \begin{cases} 3x + 2y + z = -2 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

3) Determinar as equações paramétricas e representar graficamente a reta que passa por $A(3,-2,4)$ e é paralela ao eixo dos x .

4) Verifique a posição relativa do seguinte par de retas (isto é, verifique se são paralelas ou concorrentes):

$$r:(2,4,1)+t(1,-2,3), \quad s:(-1,3,2)+s(4,-1,2).$$

5) Determinar as equações paramétricas e representar graficamente a reta que passa por $A(2,2,4)$ e é perpendicular ao plano xOz .

6) Verificar se as retas são concorrentes e, em caso afirmativo, encontrar o ponto de interseção:

$$r_1 : \left\{ \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4} \right. \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 - t \\ z = -8 + 3t \end{cases}$$

7) Encontre as equações vetoriais e paramétricas para a reta r que passa pelos pontos $A=(1,0,1)$ e $B=(2,3,1)$.

8) Para o par de retas r e r' abaixo encontre o ponto de interseção, $r \cap r'$, se existir. E nos casos em que a interseção é vazia decida se elas são paralelas.

$$r : (x, y, z) = (-1, -4, -2) + t(2, -5, 3)$$
$$r' : \frac{x-3}{-2} = \frac{y+14}{5} = \frac{z-8}{-3}$$

9) Determine a posição relativa entre os pares de retas a seguir:

a) $r : (x, y, z) = (1, 2, 0) + t(2, 2, 2)$
 $s : (x, y, z) = (1, 3, 3) + t(2, 2, 3)$

b) $r : (x, y, z) = (1, 0, 0) + t(2, 2, 2)$
 $s : (x, y, z) = (2, 3, 0) + t(1, -1, 2)$

Prof^a. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

c) $r : (x, y, z) = (1, 0, 0) + t(1, 1, 1)$
 $s : (x, y, z) = (2, 3, 0) + t(1, 1, 1)$

d) $r : (x, y, z) = (1, 0, 0) + t(1, 1, 1)$
 $s : (x, y, z) = (2, 1, 1) + t(1, 1, 1)$

10) Verifique se as retas r e s são concorrentes e, se forem, obtenha o ponto de intersecção.

a) $r : (x, y, z) = (1, 1, 0) + t(1, 2, 3)$
 $s : (x, y, z) = (2, 3, 3) + t(3, 2, 1)$

b) $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$

$s : \begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -1 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = -2 + 6t \end{cases}$

c) $r : \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 4 + 5t, t \in \mathbb{R} \\ z = 11 \end{cases}$

$s : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-2} = z$

d) $r : \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{4} = z$

$s : \frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{2}$

11) Estude a posição relativa entre r e π .

a) $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$

$\pi : x + y - z + 2 = 0$

b) $r : (x, y, z) = (1, 1, 0) + t(1, -1, 1)$
 $\pi : x + y - 2 = 0$

Prof^a. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

- c) $r : \begin{cases} 2x - y - z = 5 \\ x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$
 $\pi : x + y + 4z = 4$
- d) $r : (x, y, z) = (1, 1, 1) + t(3, 2, 1)$
 $\pi : (x, y, z) = (1, 1, 3) + t(1, -1, 1) + \lambda(0, 1, 3)$
- e) $r : (x, y, z) = (2, 2, 1) + t(3, 3, 0)$
 $\pi : (x, y, z) = (1, 0, 1) + t(1, 1, 1) + \lambda(0, 0, 3)$
- f) $r : \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$
 $\pi : x + 2z = 14$

12) Calcule a distância do ponto P a reta r .

- a) $P(0, -1, 0)$
 $r : x = 2y - 3 = 2z - 1$
- b) $P(1, 0, 1)$
 $r : x = 2y = 3z$
- c) $P(1, -1, 4)$
 $r : \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-3} = \frac{1-z}{2}$
- d) $P(-2, 0, 1)$
 $r : (x, y, z) = (1, -2, 0) + t(3, 2, 1)$

13) Calcule a distância do ponto r a reta π .

- a) $r : x = y - 1 = z + 3$
 $\pi : 2x + y - 3z - 10 = 0$
- b) r é o eixo das abscissas
 $\pi : y + z = \sqrt{2}$
- c) $r : (x, y, z) = (1, 9, 4) + t(3, 3, 3)$
 $\pi : (x, y, z) = (5, 7, 9) + t(1, 0, 0) + \lambda(0, 1, 0)$

Prof^a. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

Gabarito

1) $r : (x, y, z) = (2, 2, 2) + t(1, -1, 0)$

2) P(2,-3,-2)

3) $r : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 \\ z = 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

4) Concorrentes P(3,2,4)

5) $r : \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + t \\ z = 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

6) São reversas

7) $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

$r : (x, y, z) = (1, 0, 1) + t(1, 3, -2)$

8) P(1,-9,5)

9) a) reversas

b) concorrentes

c) paralelas

d) coincidentes

10) a) concorrentes P(2,3,3)

b) reversas

c) reversas

d) reversas

11) a) transversal

e) paralela

b) está contida

f) perpendiculares

c) transversais

d) transversais

12) a) $\sqrt{5}$

b) $\frac{\sqrt{34}}{7}$

c) $\sqrt{\frac{270}{29}}$

d) $3\sqrt{\frac{10}{7}}$

13) a) 0

b) 1

c) 0