INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA SUL-RIO-GRANDENSE
Campus Passo Fundo

Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Profª. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

Exercícios

Calcular o volume do sólido que se obtém por rotação da figura dada em torno do eixo indicado:

01) $y = 1 - x^2$, $x = 0$, eixo x, em volta do eixo y e $x \geq 0$.
02) $y = 1 - x^2$, $x = 0$, eixo x, em volta do eixo x e $x \geq 0$.
03) $y = 3x/2$, $x = 2$, eixo x, em volta do eixo y.
04) $y = x^3$, $y = 0$ e $y = 1$, eixo y, em volta do eixo y.
05) $y = x^3$, $y = 0$ e $y = 1$, eixo y, em volta do eixo x.
06) $y = (x + 1)^{1/3}$, $x = 0$ $x = 7$, eixo x em volta do eixo x.
07) $y = e^x$, $x = 0$ $x =1$, eixo x em volta do eixo y.
Se realizar QUESTÃO 07) $y = e^x$, $x = 0$ $x =1$, eixo x em volta do eixo x.
RESPOSTA: $V = \frac{\pi}{2}\left[e^2 - 1\right]$u.v
08) $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ $y = 1$, eixo y em volta do eixo y.
09) $y^2 = x^3$, $x = 0$ $x = 2$, eixo x em torno do eixo x.
10) $y = x^3$, $x = 0$ $x = 2$, eixo x em torno do eixo x.
11) $y = x^2$ para $x \geq 0$, $y = 4$, eixo y em torno de 0y.
12) $y = x^3$ $x = 0$ $x = 2$, eixo x em torno do eixo y.
13) $y = 3x^2$ $x = -1$ $x= 3$, eixo x em torno do eixo x.
14) $y = \sqrt{9 - x^2}$, $x = -1$ $x = 3$, eixo x, em torno do eixo x.
15) Encontre o volume do sólido gerado pela rotação em torno do eixo x da região limitada por $y^2=4x$ e $y = 4x$.
16) Encontre o volume do sólido gerado pela rotação em torno do eixo x da região limitada por $y^2=4x$ e $y = x$.
17) Encontre o volume do sólido gerado pela rotação em torno do eixo x da região limitada por $y=x^2$ e $y^2 = x$.
18) Encontre o volume do sólido gerado pela rotação em torno do eixo x da região limitada por $y=x^2$ e $y = x+2$.

<u>Respostas da lista</u>

1) $\frac{\pi}{2}$ u.v	2) $\frac{8\pi}{15}$ u.v		3) 8π u.v
4) $3\pi/5$ u.v	5) $6\pi/7$ u.v	6) $93\pi/5$ u.v	7) 2π u.v
8) $\pi/5$ u.v	9) 4π u.v	10) $128\pi/7$ u.v	11) 8π u.v
12) $64\pi/5$ u.v	13) $2196\pi/5$ u.v	14) $80\pi/3$ u.v	15) $\pi/24$ u.v
16) $32\pi/3$ u.v		17) $3\pi/10$ u.v	18) $72\pi/5$ u.v

Aplicações de Integrais: cálculo do volume

Nos seguintes problemas, calcule o volume do sólido gerado quando a região dada é girada em torno do eixo indicado. A região é dada por $y = 3x^2$ para $0 \leq x \leq 2$. Sendo O(0, 0), A(2, 0), B(0,12) e P(2, 12).

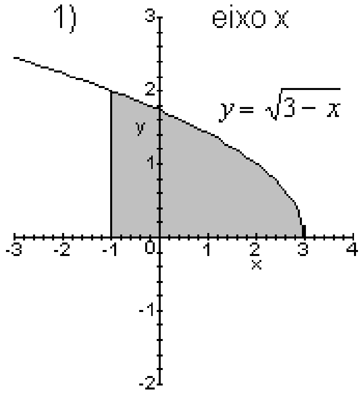
a) OAP em torno do eixo x
b) OBP em torno do eixo x
c) OBP em torno do eixo y
d) OAP em torno do eixo y
e) OAP em torno da linha AP
f) OBP em torno da linha AP
g) OBP em torno da linha BP
h) OAP em torno da linha BP.

Respostas

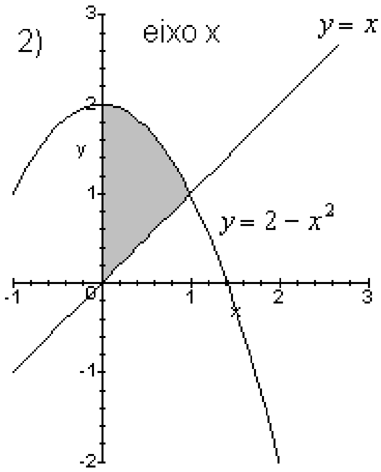
a) $288\pi/5$u.v.
b) $1152\pi/5$u.v.
c) 24πu.v.
d) 24πu.v.
e) 8πu.v.
f) 40πu.v.
g) $768\pi/5$u.v.
h) $672\pi/5$u.v.

Exercícios de 1 a 4, ache o volume da região sombreada que resulta quando a região sombreada é feita girar em torno do eixo:

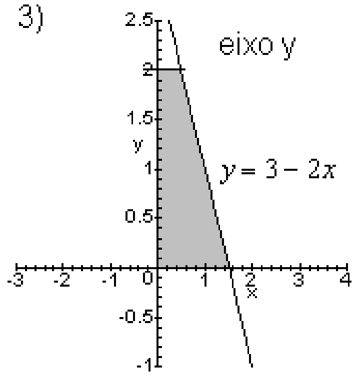
1)



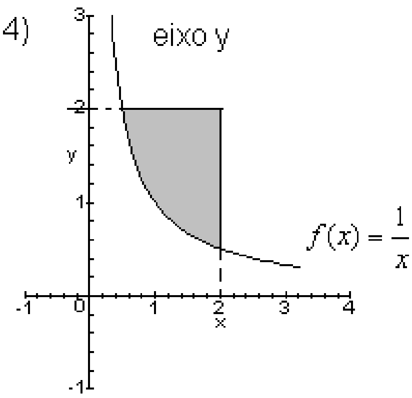
2)



3)



4)



Engenharia Civil e Engenharia Mecânica

Profª. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

Exercícios

I - Calcule as seguintes integrais usando o método mais adequado.

1) $\displaystyle\int \frac{(\ln x)^2}{x}dx$

2) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-25}}$

3) $\displaystyle\int (x-2)e^{-x}\,dx$

4) $\displaystyle\int \frac{x^4+3\sqrt{x}+4}{6x^2}dx$

5) $\displaystyle\int \frac{tg(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,dx$

6) $\displaystyle\int sen^4(3x)\cos(3x)\,dx$

7) $\displaystyle\int \cos(2x)\sqrt{sen(2x)}\,dx$

8) $\displaystyle\int \sqrt{x}\,\ln(x)dx$

9) $\displaystyle\int (x-1)\sec^2(3x)dx$

10) $\displaystyle\int \frac{4e^y}{e^y+2}dy$

11) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos(x)}{\pi}dx$

12) $\displaystyle\int_0^1 t^3 sen(\pi t^4)dt$

13) $\displaystyle\int \frac{1}{2}e^x\sec(e^x)dx$

14) $\displaystyle\int \frac{1}{2x\sqrt{1-4x^2}}dx$

15) $\displaystyle\int \frac{2x\,dx}{\sqrt{x^2-25}}$

16) $\displaystyle\int \ln(x+1)dx$

17) $\displaystyle\int \frac{x^2\,dx}{3\sqrt{x^2+4}}$

18) $\displaystyle\int \frac{2x+4}{x^2(x-2)}\,dx$

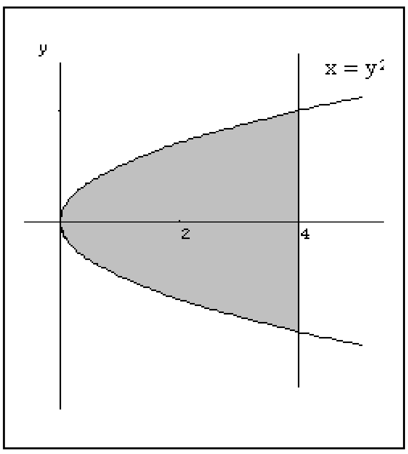
II – Faça a representação gráfica das funções e encontre a área da região limitada pelas mesmas

1) $y=-x^2+1$, $x=0$, $x=2$ e $y=0$

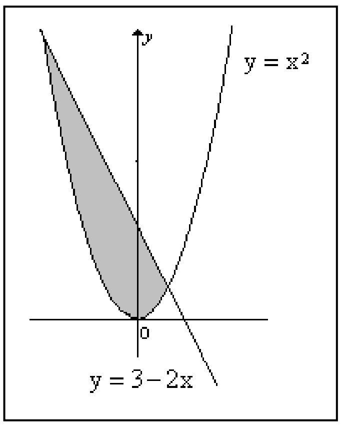
2) $y=\ln(x)$, $y=0$ e $x=4$

III - Encontrar a área das regiões demarcadas nas figuras abaixo

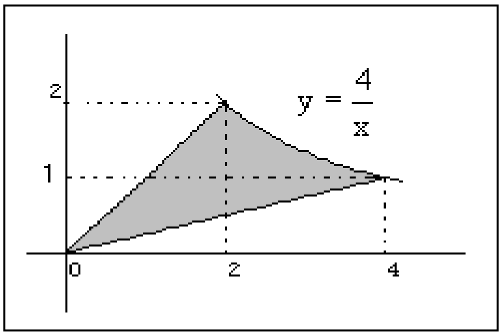
3)

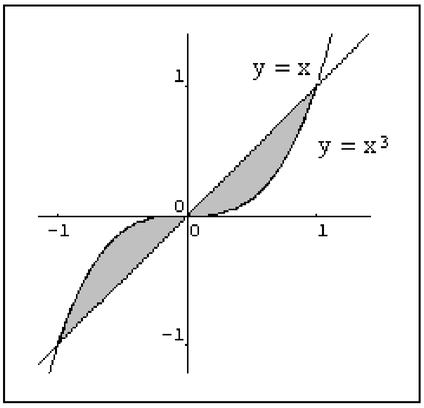


4)

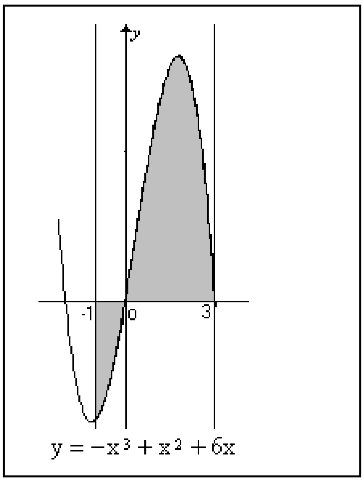


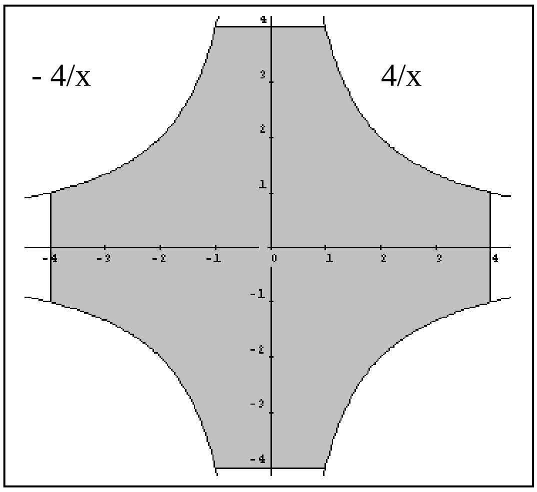
5) e 6)





7) e 8)





IV – Determine o volume do sólido de revolução gerado, limitado pelas curvas:

a) $y = \frac{1}{4}x^2$, o eixo x e as retas x = 1 e x = 4, girado em torno do eixo x.

b) $y = \text{sen}(x)$, o eixo x e as retas $x = -\frac{\pi}{2}$ e $x = \frac{3\pi}{2}$.

c) $y = x^3$, o eixo dos y e pela reta y = 8, girado em torno do eixo y.

d) $y = \frac{1}{x}$, y = 4 e x = 4, girado em torno da reta y = 4.

Respostas:

1. $\frac{\ln^3(x)}{3} + C$

2. $\frac{\sqrt{(x^2 - 25)}}{25x} + C$

3. $e^{-x}(1 - x) + C$

4. $\frac{x^3}{18} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{3x} + C$

5. $-2\ln\left|\cos\left(\sqrt{x}\right)+C\right|$

6. $\dfrac{\text{sen}^5(3x)}{15}+C$

7. $\dfrac{(\text{sen}(2x))^{\frac{3}{2}}}{3}+C$

8. $\dfrac{2x^{\frac{3}{2}}\ln(x)}{3}-\dfrac{4x^{\frac{3}{2}}}{9}+C$

9. $\dfrac{(x-1)\text{tg}(3x)}{3}+\dfrac{1}{9}\ln|\cos(3x)|+C$

10. $4\ln\left(e^y+2\right)+C$

11. 0

12. $\dfrac{1}{2\pi}$

13. $\dfrac{1}{2}\ln\left|\sec\left(e^x\right)+\text{tg}\left(e^x\right)\right|+C$

14. $\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{1-\sqrt{1-4x^2}}{2x}\right|+C$

15. $2\sqrt{x^2-25}+C$

16. $x\ln(x+1)-(x+1)+\ln(x+1)+C$

17. $\dfrac{1}{6}x\sqrt{x^2+4}-\dfrac{2}{3}\ln\left|\dfrac{\sqrt{x^2+4}+x}{2}\right|+C$

18. $-2\ln|x|+\dfrac{2}{x}+2\ln|x-2|+C$

II e III – Cálculo de área

1. 2 u.a.
2. $8\ln(2)-3\cong 2{,}54$ u.a
3. $2\int_0^4\sqrt{x}\,dx$ ou $\int_{-2}^{2}\left(4-y^2\right)dy=\dfrac{32}{3}\cong 10.66$ u.a
4. $\int_{-3}^{1}\left(3-2x-x^2\right)dx=\dfrac{32}{3}\cong 10.66$ u.a
5. $\int_0^2\left(x-\dfrac{x}{4}\right)dx+\int_2^4\left(\dfrac{4}{x}-\dfrac{x}{4}\right)dx=\dfrac{3}{2}+\left(4\ln(2)-\dfrac{3}{2}\right)=4\ln(2)\approx 2{,}77$
6. $2\int_0^1\left(x-x^3\right)dx=0.5$ u.a.
7. $-\int_{-1}^{0}\left(x^3+x^2+6x\right)dx+\int_0^3\left(x^3+x^2+6x\right)dx=\dfrac{29}{12}+\dfrac{63}{4}=\dfrac{109}{6}\cong 18{,}16$ u.a
8. $16+4\int_1^4\dfrac{4}{x}dx=16+32\ln(2)\cong 38{,}18$ u.a

IV. Cálculo do volume

a) $\dfrac{1023}{80}\pi$ u.v

b) 4π u.v

c) $\dfrac{96}{5}\pi$ u.v

d) $\pi\left(\dfrac{255}{4}-8\ln 16\right)$u.v