Profª. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

<u>Lista sobre Espaços Vetoriais</u>

EXERCÍCIOS

1) Verifique, nos itens a e b, se os conjuntos representam espaços vetoriais com as operações usuais de adição e multiplicação por um escalar.

a) V= { (1, a, b); a, b ∈ R}

b) V = { (a, 2a, 3a); a ∈ R }

2) Verifique se V = { (a, b); a, b ∈ R } é espaço vetorial com as operações:

a) (a, b) + (c, d) = (a, b)

b) k(a, b) = (ka, kb).

3) Nos problemas abaixo apresenta-se um conjunto com as operações de adição e multiplicação por escalar nele definidas. Verificar quais deles são espaços vetoriais. Para aqueles que não são espaços vetoriais, citar os axiomas que não se verificam.

a) $\mathbb{R}^3, (x, y, z) + (x', y', z') = (x + x', y + y', z + z')$

k(x,y,z) = (0,0,0)

b) $\{((x, 2x, 3x);\ x \epsilon \mathbb{R}\}$ com as operações usuais.

c) $\mathbb{R}^2, (a, b) + (c, d) = (a, b)\ \ e\ \ \propto (a, b) = (\propto a, \propto b)$

d) $\mathbb{R}^2, (x, y) + (x', y') = (x + x', y + y')\ \ e\ \ \propto (x, y) = (\propto^2 x, \propto^2 y)$

e) $\mathbb{R}^2, (x, y) + (x', y') = (x + x', y + y')\ \ e\ \ \propto (x, y) = (\propto x, 0)$

f) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y = 5x\}$ com as operações usuais.

g) $A = \left\{\begin{bmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{bmatrix} \in M(2,2), a\ e\ b\ \in \mathbb{R}\right\}$ com as operações usuais

Respostas:

1)

2)

3)

a) Não é espaço vetorial, falha o axioma M4

b) O conjunto é um espaço vetorial

c) Não é espaço vetorial, falham os axiomas A2, A3 e A4

d) Não é espaço vetorial, falha o axioma M2

e) Não é espaço vetorial, falha axioma M4

f) O conjunto é um espaço vetorial

g) O conjunto é um espaço vetorial

4) Seja $V = R^3$ e $W = \{(x_1, x_2, x_3);\ x_3 = 1\}$ verifique se W é um subespaço do R^3.

5) Seja $V = M_{2\times2} = \left\{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; a, b, c, d \in R\right\}$ e $S = \left\{\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; a, b \in R\right\}$ verifique se S é um subespaço de V.

6) Sejam V = R^4 e S = {(x, y, z, 0); x, y, z ∈ R}, isto é, S é o conjunto dos vetores do R^4 que tem a quarta componente nula. Verifique se S é subespaço de V.

7) Seja M = R^2 e T = {(x, y) ∈ R^2/y = 4 - 2x} ou T = {(x, 4 - 2x); x∈ R}. Verifique se T é subespaço de M.

8) Nos problemas de I a IV são apresentados subconjuntos de R^2. Verificar quais deles são subespaços vetoriais do R^2.

I) S = {(x, y) / y = - x}

II) S = {(x, x^2) / x ∈ R}

III) S = {(x, y) / x + 3y = 0}

IV) S = {(x, y) / y = x + 1}

9) Seja $V = M_{2\times2} = \left\{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; a, b, c, d \in R\right\}$ e $S = \left\{\begin{bmatrix} a & 1 \\ a & b \end{bmatrix}; a, b \in R\right\}$ verifique se S é um subespaço de V.

10) Escrever o vetor u = (-1, 3, 3) como combinação linear de u_1 = (1, 1, 0), u_2 = (0, 0, -1) e u_3 = (0, 1, 1).

11) Escrever o vetor v = (2, -5, 3) como combinação linear dos vetores v_1 = (1, -3, 2), v_2 = (2, -4, -1) e v_3 = (1, -5, 7).

12) Escrever o vetor w = (7, -11, 2) como combinação linear de u = (2, -3, 2) e v = (-1, 2, 4).

13) Expressar o vetor u = (-8, 4, 1) como combinação linear dos vetores v_1 = (-1, 2, 1), v_2 = (1, 0, 2) e v_3 = (-2, -1, 0) do R^3.

Respostas

4) Não é espaço vetorial
5) É subespaço
6) É subespaço
7) Não é espaço vetorial
8) I) É subespaço II) Não é subespaço III) é subespaço IV) Não é subespaço
9) Não é subespaço
10) V = -u + v + 4w
11) Sistema Impossível, portanto não gera base
12) w = 3u – 1v
13) u = $3v_1 - v_2 + 2v_3$