

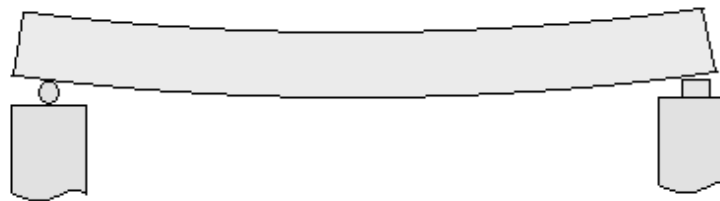
# ESTRUTURAS HIPERESTÁTICAS

## 04 – Deslocamentos devidos à temperatura

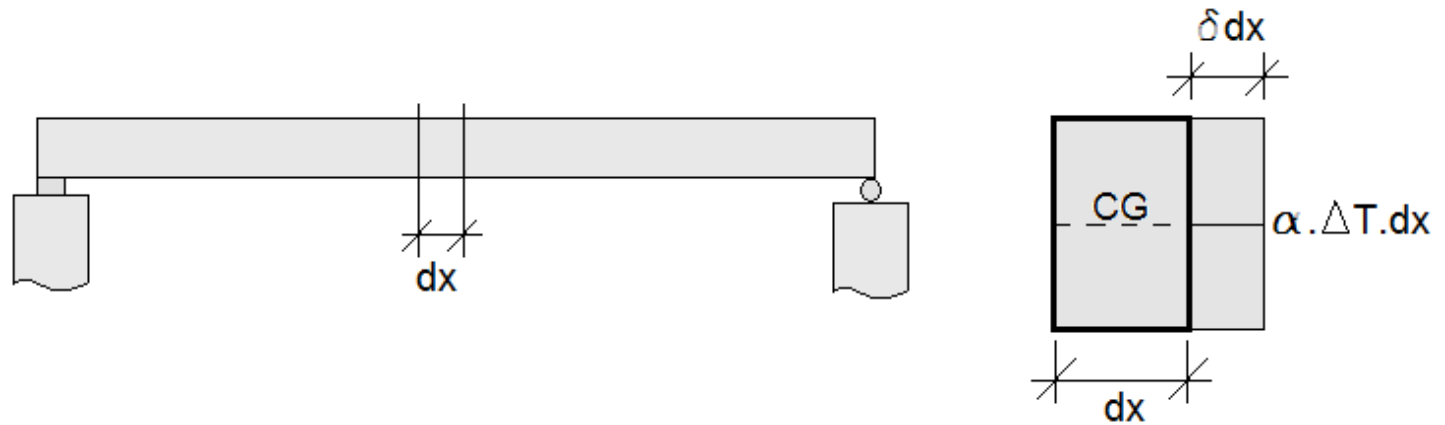
## Deslocamentos devidos à variação de temperatura

As variações de temperatura em um sistema estrutural induzem a deformações nos elementos, podendo causar deslocamentos e tensões internas.

Em sistemas estruturais isostáticos as variações de temperatura podem produzir aumento ou diminuição do elemento e até mesmo o curvamento destes, dependendo da maneira como o sistema reage ao aquecimento ou resfriamento.



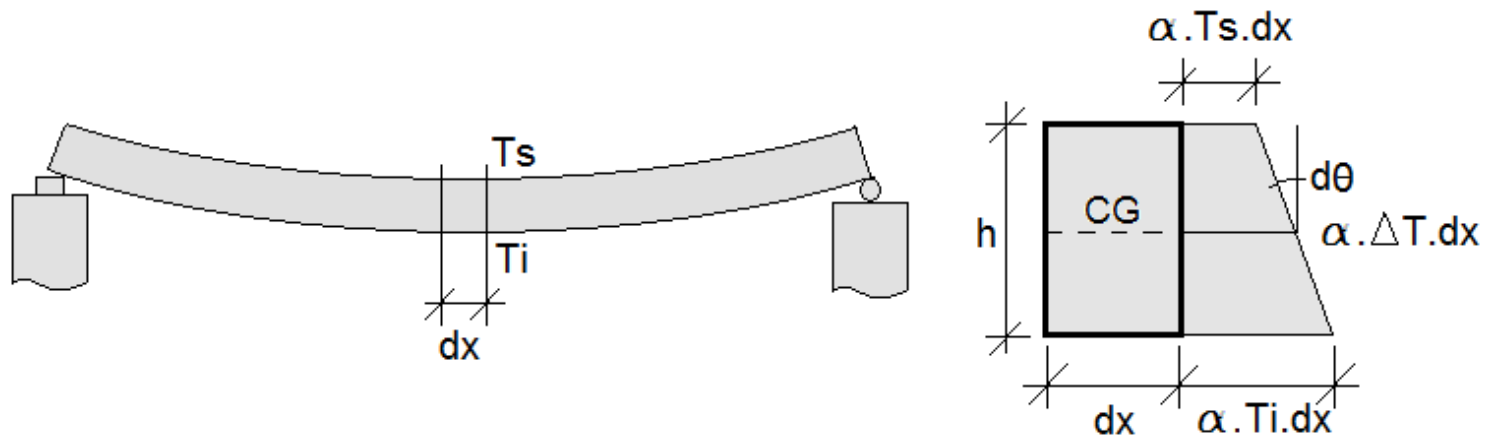
Uma variação da temperatura ( $\Delta t$ ) no eixo do elemento e uniforme ao longo de toda seção transversal provoca uma deformação específica axial.



$$\delta \cdot dx = \alpha \cdot \Delta t \cdot dx$$



Em casos que a variação de temperatura não é uniforme ao longo da seção transversal do elemento, isto é, a variação de temperatura é distinta entre a face inferior ( $T_i$ ) e a superior ( $T_s$ ), uma flexão térmica é gerada e causa o curvamento do elemento.



$$d\theta = \frac{\alpha(T_i - T_s)}{h} dx$$

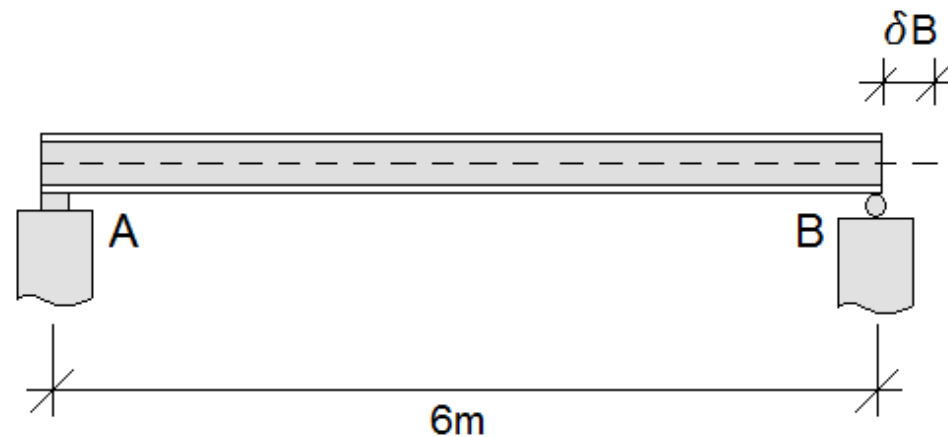
De forma análoga ao cálculo de deslocamentos gerado por cargas externas, a aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais também é válida para a determinação dos deslocamentos devidos às variações de temperatura.

$$\delta = \alpha \cdot \Delta T \cdot A\bar{N} + \frac{\alpha(T_i - T_s)}{h} A\bar{M}$$

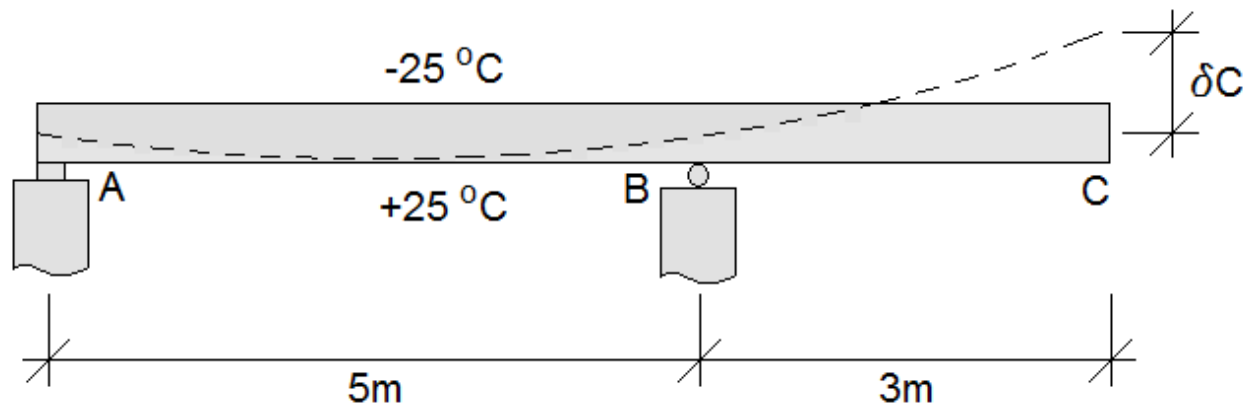
$$\delta = \sum \alpha \cdot \Delta t \cdot A\bar{N} + \sum \frac{\alpha(T_i - T_s)}{h} A\bar{M}$$



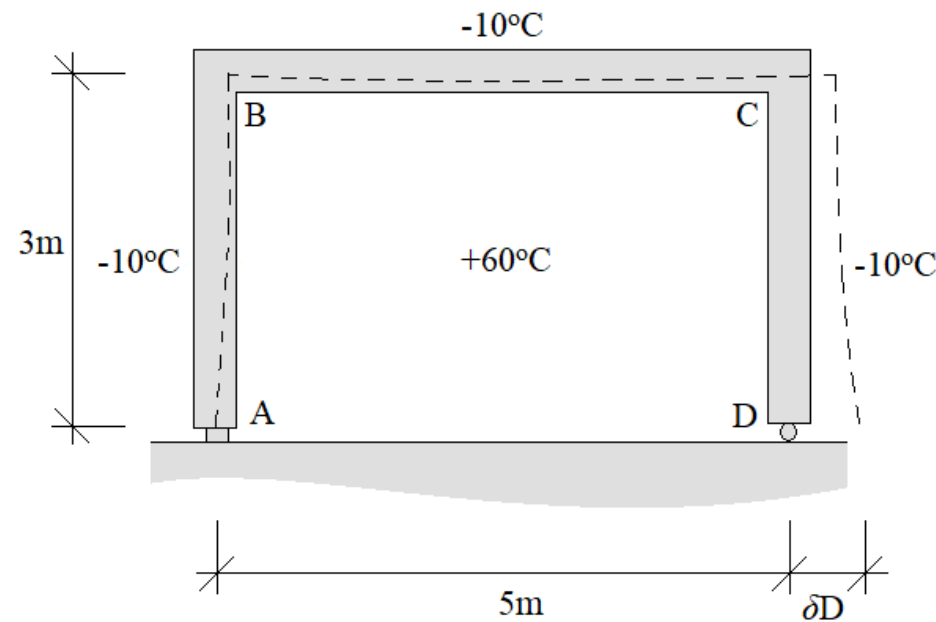
**Exemplo 4.1** – A viga mostrada na figura é feita em aço e sofreu um aquecimento uniforme de  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$  após sua montagem. Sabendo que o material possui um coeficiente de dilatação térmica de  $(\alpha=1,2 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C})$ , determine o deslocamento horizontal do nó B.



**Exemplo 4.2** – Considerando que a viga da figura é feita em concreto armado com um coeficiente de dilatação térmica  $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$  e uma seção transversal de 15x40 cm, determine o deslocamento vertical do ponto C após esta viga ser exposta a variações distintas de temperatura em suas faces.

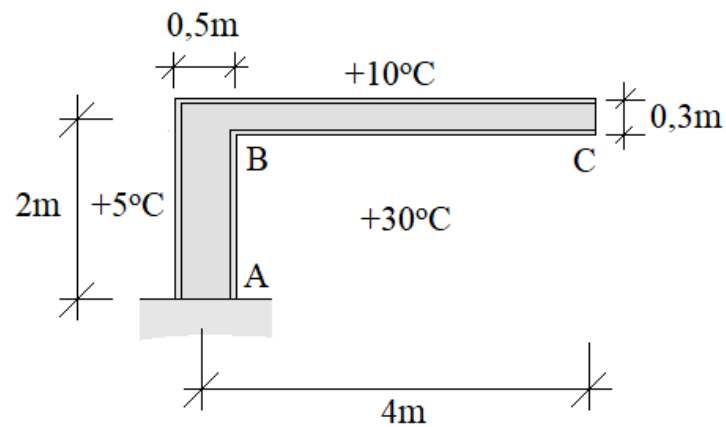


**Exemplo 4.3** – O pórtico apresentado na figura foi exposto às diferentes temperaturas em suas faces. Considerando que o mesmo é feito em concreto armado com uma seção transversal de 20x50 cm e tendo um coeficiente de dilatação térmica  $\alpha=1,1 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ , determine o deslocamento horizontal do ponto D.

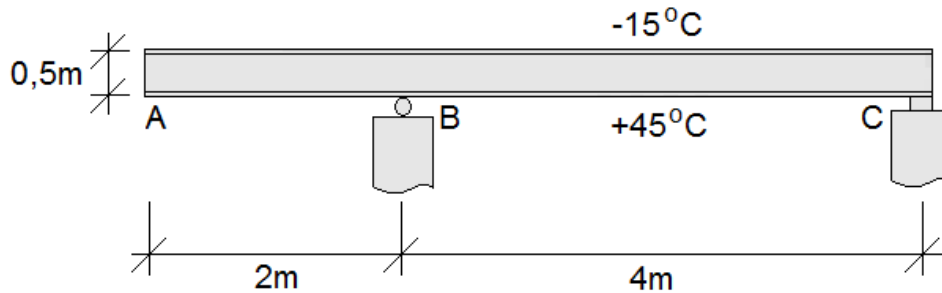




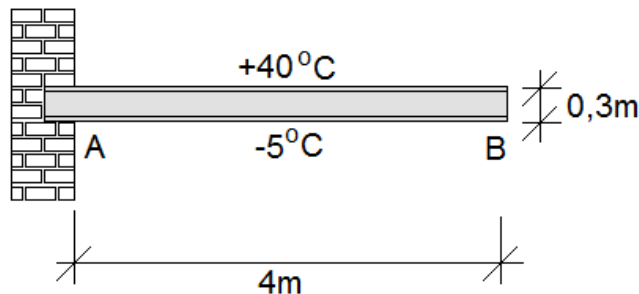
**Exemplo 4.4** – O pórtico da figura é feito em aço com um coeficiente de dilatação térmica  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$  e está exposto às diferentes temperaturas em suas faces. Determine os deslocamentos vertical e horizontal do ponto C.



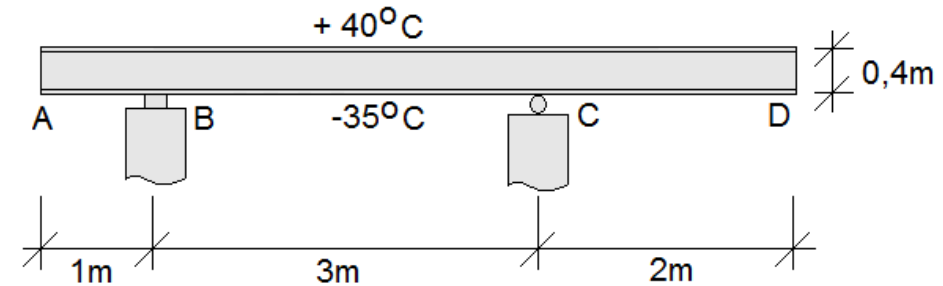
**Exercícios Propostos 4.1** – Os sistemas estruturais seguintes estão expostos a distintas temperaturas, como ilustrado. Considerando que todos foram executados em aço ( $\alpha=1,2 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ ), determine os deslocamentos nos pontos extremos livres.



$$\delta_{xA} = -1,08 \text{ mm}; \delta_{yA} = 8,64 \text{ mm}.$$



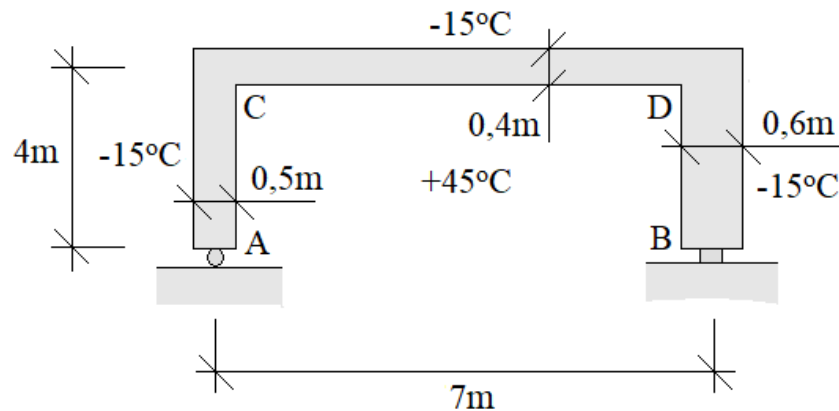
$$\delta_{xB} = 0,84 \text{ mm}; \delta_{yB} = -14,4 \text{ mm}.$$



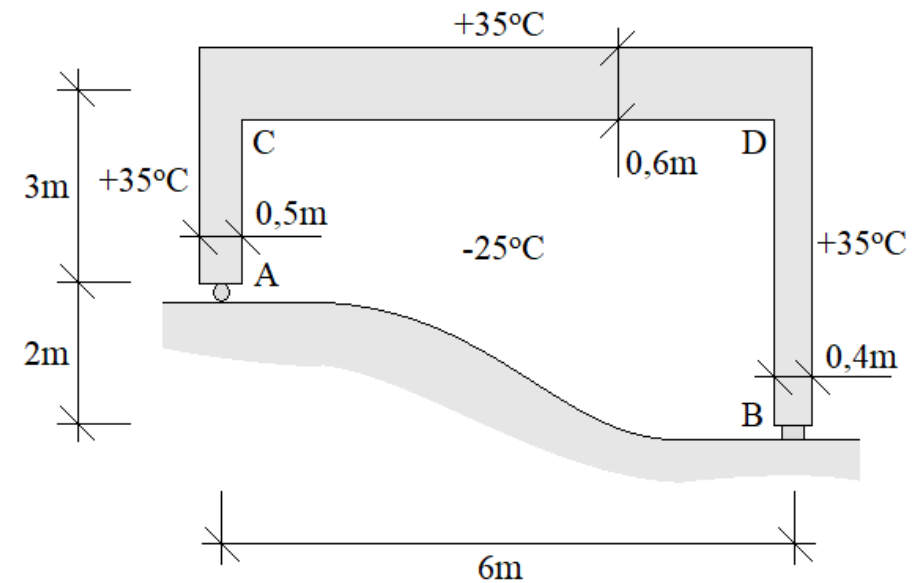
$$\delta_{xA} = -0,03 \text{ mm}; \delta_{yA} = -4,5 \text{ mm}.$$

$$\delta_{xD} = 0,15 \text{ mm}; \delta_{yD} = -11,25 \text{ mm}.$$

**Exercícios Propostos 4.2** – Os pórticos seguintes foram construídos em concreto armado ( $\alpha=1,1 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ ) e estão expostos a uma variação de temperatura como mostrado. Determine os deslocamentos dos pontos A, C e D.



$$\begin{aligned} \delta_{xA} &= 66,72 \text{ mm}; \delta_{yA} = 0 \text{ mm}. \\ \delta_{xC} &= 33,06 \text{ mm}; \delta_{yC} = 0,66 \text{ mm}. \\ \delta_{xD} &= 31,90 \text{ mm}; \delta_{yD} = 0,66 \text{ mm}. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \delta_{xA} &= 52,60 \text{ mm}; \delta_{yA} = 0 \text{ mm}. \\ \delta_{xC} &= 36,70 \text{ mm}; \delta_{yC} = 0,17 \text{ mm}. \\ \delta_{xD} &= 37,03 \text{ mm}; \delta_{yD} = 0,28 \text{ mm}. \end{aligned}$$





EDUCAÇÃO  
**PÚBLICA**  
**100%**  
GRATUITA

# MUITO OBRIGADO

Prof. Rodrigo Bordignon  
Engenheiro Civil, Dr.

*[www.ifsul.edu.br](http://www.ifsul.edu.br)  
[rodrigobordignon@ifsul.edu.br](mailto:rodrigobordignon@ifsul.edu.br)*