Sistemas de equações de 1º grau (com duas incógnitas)

Em Matemática e Física é comum possuirmos mais de uma incógnita numa equação. Nesse caso, se temos duas incógnitas, devemos ter, no mínimo, duas equações que as envolvam para se chegar a uma solução.

Quando possuirmos duas incógnitas e duas equações, podemos resolver o sistema formado pelas duas equações para descobrir o valor de cada uma das incógnitas.

Veja abaixo dois métodos que podem ser utilizados para resolver sistemas de equações com apenas duas incógnitas.

Método da Substituição:

Consideremos o sistema: $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$ Então, vamos determinar o seu conjunto solução.

Resolução:

Inicialmente, isolamos (convenientemente) uma das incógnitas. Neste caso, escolhemos a incógnita "x" da equação (II):

$$\begin{cases} 2x - y = 0 & \text{(I)} \\ x + 3y = 7 & \text{(II)} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 7 - 3y} \quad \text{(III)}$$

Agora, na equação (I), **substituiremos** a equação (III):

(I)

$$2x - y = 0$$
$$2(7 - 3y) - y = 0$$
$$14 - 6y - y = 0$$
$$14 - 7y = 0$$
$$-7y = -14 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{y = 2}$$

> **Nota:**
>
> Podemos isolar qualquer incógnita em qualquer uma das equações. Normalmente escolhemos a incógnita que facilita o processo de resolução [evitando frações, por exemplo].
>
> Perceba que poderíamos isolar a incógnita "y" na 1ª equação, e assim teríamos **y = 2x** para realizar a substituição. Esta opção seria um "pouquinho" mais simples que a apresentada ao lado.

Então, substituímos o valor [y = 2] na equação (III).

(III)

$$x = 7 - 3y$$
$$x = 7 - 3(2)$$
$$x = 7 - 6$$
$$\mathbf{x = 1}$$

Logo, o conjunto solução do sistema é: **S = {(1, 2)}**

Método da Adição:

Vamos considerar o mesmo sistema do exemplo anterior, para propor uma comparação entre os métodos.

Para o sistema: $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$ Vamos determinar o seu conjunto solução.

Resolução:

Este método consiste em **adicionarmos** os termos semelhantes (com mesmas incógnitas e também os termos independentes) das equações de modo que uma das incógnitas "desapareça". Para tanto, o sistema deve estar organizado (como é o caso do exemplo em questão). Em certos casos, necessitamos multiplicar uma ou mais equações por valores numéricos (diferentes de zero) para que, após a soma dos termos semelhantes, aconteça o desaparecimento de uma das incógnitas.

No sistema em questão, a adição "direta" dos termos, não resulta no desaparecimento de uma das incógnitas. Então multiplicaremos uma das equações por um valor numérico adequado, gerando um sistema equivalente.

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 3y = 7 \quad \mathbf{.(-2)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ -2x - 6y = -14 \end{cases}$$

Escolhemos multiplicar por (−2) a 2ª equação para eliminarmos a incógnita "x".

$$+\begin{cases} 2x - y = 0 \\ -2x - 6y = -14 \end{cases}$$
$$-7y = -14$$
$$\mathbf{y = 2}$$

Adicionando as "colunas" com termos semelhantes, temos:

> Caso desejássemos eliminar por primeiro a incógnita "y", multiplicaríamos a 1ª equação por (3).

Agora, basta substituir o valor encontrado [y = 2] em qualquer uma das equações do sistema. Então:

$$x + 3y = 7$$
$$x + 3(2) = 7$$
$$x = 7 - 6$$
$$\mathbf{x = 1}$$

Logo, o conjunto solução do sistema é: **S = {(1, 2)}**

Exercício:

Utilize o método da substituição ou o método da adição para resolver os seguintes sistemas, ou seja, encontre os valores das variáveis que satisfazem simultaneamente as duas equações do sistema.

a) $\begin{cases} x - 3y = -3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5x + 4y = 1 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3m - 6p = 15 \\ 4m - p = 18 \end{cases}$

Respostas:

a) S = {(3,2)} b) S = {(5,1)} c) S = {(1,1)} d) S = {(2,3)}

e) S = {(1,-1)} f) S = {(31/7,-2/7)}