

## Engenharia Civil

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

### Exercícios

A - Calcule as Integrais Elementares

- |                            |                                 |   |
|----------------------------|---------------------------------|---|
| 1. $\int x^2 dx$           | 2. $\int x^3 dx$                | 3. $\int \sqrt{x^3} dx$                               |
| 4. $\int \frac{1}{x^2} dx$ | 5. $\int (3x+5) dx$             | 6. $\int (x^3 + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$ |
| 7. $\int \sqrt{x} dx$      | 8. $\int \frac{2}{\sqrt{x}} dx$ | 9. $\int (\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x^3}) dx$  |
| 10. $\int (2x+5) dx$       | 11. $\int \frac{dx}{-9x^2}$     | 12. $\int (-2x+3) dx$                                 |
| 13. $\int (x^2 - 2x) dx$   | 14. $\int (x^3 - x^2 + 1) dx$   | 15. $\int (3x^3 + 5x - 1) dx$                         |

B - O custo marginal da fabricação de x unidades de um produto tem como modelo a seguinte equação  $\frac{dC}{dx} = 32 - 0,04x$  (Custo Marginal). A produção da primeira unidade custa \$50. Ache o Custo Total da produção de 200 unidades.

C - Ache a Função Custo correspondente ao custo marginal  $\frac{dC}{dx} = \frac{1}{20\sqrt{x}} + 4$  com custo de \$750 para  $x = 0$ .

D - Ache a equação da função  $f(x)$  cujo gráfico passa pelo ponto  $P(4, 2)$  e possui derivada  $f'(x) = 6\sqrt{x} - 10$ .

E) Determine a primitiva das seguintes questões

- |   |   |
|---|---|
| a) $\int 3x^3 dx$                                     | h) $\int 3\cos(x) dx$                                   |
| b) $\int x \cdot \sqrt{x} \cdot dx$                   | i) $\int \operatorname{sen}(3x) dx$                     |
| c) $\int \frac{1}{x^2} dx$                            | j) $\int e^{2x} dx$                                     |
| d) $\int (3x+5) dx$                                   | k) $\int 2e^{2x} dx$                                    |
| e) $\int (x^3 + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$ | l) $\int 2 + e^{2x} dx$                                 |
| f) $\int \frac{1}{x^3 \sqrt[4]{x}} dx$                | m) $\int \frac{1}{x} dx$                                |
| g) $\int \frac{dx}{-9x^2}$                            | n) $\int \operatorname{sec}^2(x) dx$                    |
|   | o) $\int \operatorname{sen}(x) \operatorname{tg}(x) dx$ |



## Respostas

A)

$$1) \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$$

$$2) \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$$

$$3) \int \sqrt{x}^3 dx = \frac{2x^2\sqrt{x}}{5} + C$$

$$4) \int \frac{1}{x^2} dx = \frac{-1}{x} + C$$

$$5) \int (3x + 5)dx = \frac{3x^2}{2} + 5x + C$$

$$6) \int \left(x^3 + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{3}{4}x \cdot x^{1/3} + 2\sqrt{x} + C$$

$$7) \int \sqrt{x} dx = \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$$

$$8) \int \frac{2}{\sqrt{x}} dx = 4\sqrt{x} + C$$

$$9) \int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx = \frac{3x\sqrt[3]{x^2}}{2} + \frac{1}{2x^2} + C$$

$$10) \int 2x + 5 dx = x^2 + 5x + C$$

$$11) \int \frac{dx}{-9x^2} = \frac{1}{9x} + C$$

$$12) \int (-2x + 3) dx = -x^2 + 3x + C$$

$$13) \int (x^2 - 2x) dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + C$$

$$14) \int (x^3 - x^2 + 1) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x + C$$

$$15) \int (3x^3 + 5x - 1) dx = \frac{3x^4}{4} + \frac{5x^2}{2} - x + C$$

B)  $C = 5618,02$

C)  $C = \frac{\sqrt{x}}{10} + 4x + 750$

D)  $C = 4x\sqrt{x} - 10x + 10$

E)

a)  $\frac{3x^4}{4} + c$

b)  $\frac{2x^2\sqrt{x}}{5} + c$

c)  $\frac{-1}{x} + c$



d)  $\frac{3x^2}{2} + 5x + c$

e)  $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + c$

f)  $\frac{-4}{9\sqrt[4]{x^9}} + c$

g)  $\frac{1}{9x} + c$

h)  $3\operatorname{sen}(x) + c$

i)  $-\frac{1}{3}\cos(3x) + c$

j)  $\frac{1}{2}e^{2x} + c$

k)  $e^{2x} + c$

l)  $2x + \frac{1}{2}e^{2x} + c$

m)  $\ln(x) + c$

n)  $\operatorname{tg}(x) + c$

o)  $\operatorname{se}(x) + c$



## Exercícios

Resolva as seguintes Integrais utilizando os métodos estudados.

1)  $\int (4x + 3) dx$

2)  $\int (9t^2 - 4t + 3) dt$

3)  $\int \left( \frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^2} \right) dx$

4)  $\int (3x - 1)^2 dx$

5)  $\int \sqrt{3x - 2} dx$

6)  $\int \sqrt[3]{8t + 5} dt$

7)  $\int (3z + 1)^4 dz$

8)  $\int \frac{(x - 2)}{(x^2 - 4x + 3)^3} dx$

9)  $\int \frac{2x}{1 + x^2} dx$

10)  $\int \frac{x}{(1 + x^2)^3} dx$

11)  $\int 9(x^2 + 3x + 5)^8 (2x + 3) dx$

12)  $\int x^3 e^{x^4 + 2} dx$

13)  $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

14)  $\int \cos(4x - 1) dx$

16)  $\int x \operatorname{sen}(x^2) dx$

17)  $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^4 x} dx$

18)  $\int \operatorname{sen}^4 x \cdot \cos x dx$

19)  $\int \frac{\operatorname{sen} x dx}{(5 - \cos x)^3}$

20)  $\int 8x \sqrt{1 - 2x^2} dx$

Respostas: 1)  $2x^2 + 3x + C$  2)  $3t^3 - 2t^2 + 3t + C$  3)  $\frac{-1}{2x^2} + \frac{3}{x} + C$  4)  $\frac{(3x - 1)^3}{9} + C$

5)  $\frac{2}{9} \sqrt{(3x - 2)^3} + C$  6)  $\frac{3}{32} \sqrt[3]{(8t + 5)^4} + C$  7)  $\frac{(3z + 1)^5}{15} + C$  8)  $\frac{-1}{4(x^2 - 4x + 3)^2} + C$

9)  $\ln |1 + x^2| + C$  10)  $-\frac{1}{4(1 + x^2)^2} + C$  11)  $(x^2 + 3x + 5)^9 + C$  12)  $\frac{1}{4} e^{x^4 + 2} + C$

13)  $\frac{(\ln x)^3}{3} + C$  14)  $\frac{\operatorname{sen}(4x - 1)}{4} + C$  16)  $\frac{-1}{2} \cos(x^2) + C$  17)  $\frac{1}{3 \cos^3 x} + C$

18)  $\frac{\operatorname{sen}^5(x)}{5} + C$  19)  $\frac{-1}{2(5 - \cos x)^2} + C$  20)  $-\frac{4\sqrt{(1 - 2x^2)^3}}{3} + C$



## Resolver as integrais por substituição de variáveis

a.  $\int 3x\sqrt{4-x^2} dx$

b.  $\int \frac{(x^2 + 2x)}{\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 4}} dx$

c.  $\int \frac{dx}{(1+x)^{3/4}}$

d.  $\int \frac{dx}{(x+4)^3}$

e.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}$

f.  $\int \frac{\ln^2 3x}{x} dx$

g.  $\int x e^{4-x^2} dx$

h.  $\int \frac{e^x dx}{1+e^x}$

i.  $\int \operatorname{ser}(3x) dx$

j.  $\int \frac{dx}{3x+1}$

k.  $\int e^x \operatorname{ser}(e^x) dx$

l.  $\int \operatorname{ser}\left(\frac{x}{5}\right) dx$

m.  $\int \operatorname{tg}(4x) dx$

n.  $\int \frac{x}{\cos^2(x^2)} dx$

o.  $\int \left( \sqrt{2x} - \frac{1}{\sqrt{2x}} \right) dx$

## Respostas

a.  $-\sqrt{(4-x^2)^3} + c$

b.  $\frac{1}{2} \sqrt[3]{(x^3 + 3x^2 + 4)^2} + c$

c.  $4 \cdot (1+x)^{1/4} + c$  ou  $4 \cdot \sqrt[4]{(1+x)} + c$

d.  $-\frac{1}{2(x+4)^2} + c$

e.  $2 \ln|1 + \sqrt{x}| + c$

f.  $\frac{1}{3} [\ln(\beta x)]^3 + c$

g.  $\frac{-1}{2} e^{4-x^2} + c$

h.  $\ln|1 + e^x| + c$



- i.  $\frac{-1 \cdot \cos(3x)}{3} + c$   
j.  $\frac{\ln|3x+1|}{3} + c$   
k.  $-\cos(e^x) + c$   
l.  $-5\cos\left(\frac{x}{5}\right) + c$   
m.  $\frac{-\ln|\cos 4x|}{4} + c$   
n.  $\frac{\operatorname{tg}(x^2)}{2} + c$   
o.  $\frac{\sqrt{(2x)^3}}{3} - \sqrt{2x} + c$

### Integrais elementares e Integrais por substituição de variáveis

Calcule as integrais

- 1)  $\int 2x(x^2+1)^{23} dx$     2)  $\int \cos^3 x \operatorname{sen} x dx$     3)  $\int (2x^2+3x+5) dx$     4)  $\int \left(\frac{2}{x} + 3x - \frac{4}{x^2}\right) dx$
- 5)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \operatorname{sen} \sqrt{x} dx$      $u = \sqrt{x}$     6)  $\int \frac{3x}{\sqrt{4x^2+5}} dx$     7)  $\int \frac{x^2}{x^3-4} dx$     8)  $\int \sec^2(4x+1) dx$
- 9)  $\int x\sqrt{1+2x^2} dx$     10)  $\int \sqrt{\operatorname{sen} 3x} \cos 3x dx$     11)  $\int (2x+7)(x^2+7x+3)^{4/5} dx$
- 12)  $\int \frac{e^x}{(1+e^x)} dx$      $u = (1+e^x)$     13)  $\int \cot gx \cos \sec^2 x dx$      $u = \cot gx$
- 14)  $\int (1+\operatorname{sen} x)^9 \cos x dx$     15)  $\int \frac{dx}{x \ln x}$ ;     $u = \ln x$     16)  $\int e^{-5x} dx$
- 17)  $\int \frac{\operatorname{sen} 3x}{(1+\cos 3x)} dx$      $u = (1+\cos 3x)$     18)  $\int e^{2x} dx$
- 19)  $\int x(2-x^2)^3 dx$     20)  $\int \cos(8x) dx$     21)  $\int \sec 4x \operatorname{tg} 4x dx$     22)  $\int x\sqrt{7x^2+12} dx$
- 23)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}} dx$     24)  $\int \frac{x}{(4x^2+1)^3} dx$     25)  $\int e^{\operatorname{sen} x} \cos x dx$     26)  $\int x^2 e^{-2x^3} dx$
- 27)  $\int \frac{\operatorname{sen}(5/x)}{x^2} dx$



28)  $\int x^2 \sec^2(x^3) dx$     29)  $\int \frac{dx}{e^x}$     30)  $\int \sin^5 3x \cos 3x dx$     31)  $\int \cos 4x \sqrt{2 - \sin 4x} dx$   
32)  $\int \sec^3 2x \operatorname{tg} 2x dx$     33)  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

### Respostas

1)  $\frac{(x^2+1)^{24}}{24} + C$     2)  $\frac{-\cos^4 x}{4} + C$     3)  $\frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 5x + C$     4)  $2 \ln |x| + \frac{3x^2}{2} + \frac{4}{x} + c$   
5)  $-2 \cos \sqrt{x} + C$     6)  $\frac{3}{4} \sqrt{4x^2+5} + C$     7)  $\frac{1}{3} \ln(x^3-4) + C$     8)  $\frac{1}{4} \operatorname{tg}(4x+1) + C$   
9)  $\frac{(1+2x^2)^{\frac{3}{2}}}{6} + C$     10)  $\frac{2}{9} (\sin 3x)^{\frac{3}{2}} + C$     11)  $\frac{5}{9} (x^2+7x+3)^{\frac{9}{5}} + C$     12)  $\ln |1+e^x| + C$   
13)  $-\frac{1}{2} \cot g^2 x + C$     14)  $\frac{1}{10} (1+\sin x)^{10} + C$     15)  $\ln |\ln x| + C$     16)  $\frac{-1}{5} e^{-5x} + C$   
17)  $-\frac{1}{3} \ln |1+\cos 3x| + C$     18)  $\frac{1}{2} e^{2x} + C$     19)  $-\frac{(2-x^2)^4}{8} + C$     20)  $\frac{1}{8} \sin(8x) + C$   
21)  $\frac{1}{4} \sec(4x) + C$     22)  $\frac{1}{21} (7x^2+12)^{3/2}$     23)  $\frac{2}{3} \sqrt{x^3+1} + C$     24)  $\frac{-1}{16} (4x^2+1)^{-2} + C$   
25)  $e^{\sin x} + C$     26)  $\frac{-1}{6} e^{-2x^3} + C$     27)  $\frac{1}{5} \cos(\frac{5}{x}) + C$     28)  $\frac{1}{3} \operatorname{tg}(x^3) + C$   
29)  $-e^{-x} + C$     30)  $\frac{1}{18} \sin^6 3x + C$     31)  $-\frac{1}{6} (2-\sin 4x)^{3/2} + C$     32)  $\frac{1}{6} \sec^3(2x) + C$   
33)  $2e^{\sqrt{x}} + C$