



Profª. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

### Exercícios

Calcular o volume do sólido que se obtém por rotação da figura dada em torno do eixo indicado:

01)  $y = 1 - x^2$ ,  $x = 0$ , eixo  $x$ , em volta do eixo  $y$  e  $x \geq 0$ .

02)  $y = 1 - x^2$ ,  $x = 0$ , eixo  $x$ , em volta do eixo  $x$  e  $x \geq 0$ .

03)  $y = 3x/2$ ,  $x = 2$ , eixo  $x$ , em volta do eixo  $y$ .

04)  $y = x^3$ ,  $y = 0$  e  $y = 1$ , eixo  $y$ , em volta do eixo  $y$ .

05)  $y = x^3$ ,  $y = 0$  e  $y = 1$ , eixo  $y$ , em volta do eixo  $x$ .

06)  $y = (x + 1)^{1/3}$ ,  $x = 0$   $x = 7$ , eixo  $x$  em volta do eixo  $x$ .

07)  $y = e^x$ ,  $x = 0$   $x = 1$ , eixo  $x$  em volta do eixo  $y$ .

Se realizar QUESTÃO 07)  $y = e^x$ ,  $x = 0$   $x = 1$ , eixo  $x$  em volta do eixo  $x$ .

RESPOSTA:  $V = \frac{\pi}{2} [e^2 - 1] u.v$

08)  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$   $y = 1$ , eixo  $y$  em volta do eixo  $y$ .

09)  $y^2 = x^3$ ,  $x = 0$   $x = 2$ , eixo  $x$  em torno do eixo  $x$ .

10)  $y = x^3$ ,  $x = 0$   $x = 2$ , eixo  $x$  em torno do eixo  $x$ .

11)  $y = x^2$  para  $x \geq 0$ ,  $y = 4$ , eixo  $y$  em torno de  $0y$ .

12)  $y = x^3$   $x = 0$   $x = 2$ , eixo  $x$  em torno do eixo  $y$ .

13)  $y = 3x^2$   $x = -1$   $x = 3$ , eixo  $x$  em torno do eixo  $x$ .

14)  $y = \sqrt{9 - x^2}$ ,  $x = -1$   $x = 3$ , eixo  $x$ , em torno do eixo  $x$ .

15) Encontre o volume do sólido gerado pela rotação em torno do eixo  $x$  da região limitada por  $y^2 = 4x$  e  $y = 4x$ .

16) Encontre o volume do sólido gerado pela rotação em torno do eixo  $x$  da região limitada por  $y^2 = 4x$  e  $y = x$ .

17) Encontre o volume do sólido gerado pela rotação em torno do eixo  $x$  da região limitada por  $y = x^2$  e  $y^2 = x$ .

18) Encontre o volume do sólido gerado pela rotação em torno do eixo  $x$  da região limitada por  $y = x^2$  e  $y = x + 2$ .

### Respostas da lista

1) $\frac{\pi}{2} u.v$	2) $\frac{8\pi}{15} u.v$		3) $8\pi u.v$
4) $3\pi/5 u.v$	5) $6\pi/7 u.v$	6) $93\pi/5 u.v$	7) $2\pi u.v$
8) $\pi/5 u.v$	9) $4\pi u.v$	10) $128\pi/7 u.v$	11) $8\pi u.v$
12) $64\pi/5 u.v$	13) $2196\pi/5 u.v$	14) $80\pi/3 u.v$	15) $\pi/24 u.v$
16) $32\pi/3 u.v$		17) $3\pi/10 u.v$	18) $72\pi/5 u.v$

Prof<sup>a</sup>. Me. Samanta Santos da Vara Vanini

### Aplicações de Integrais: cálculo do volume

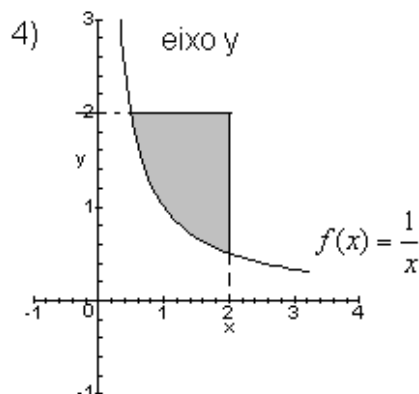
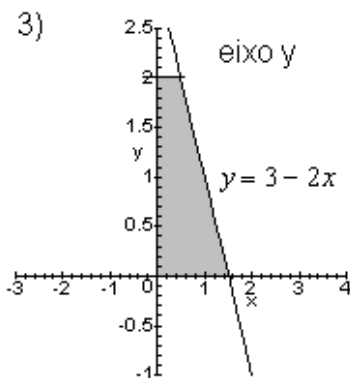
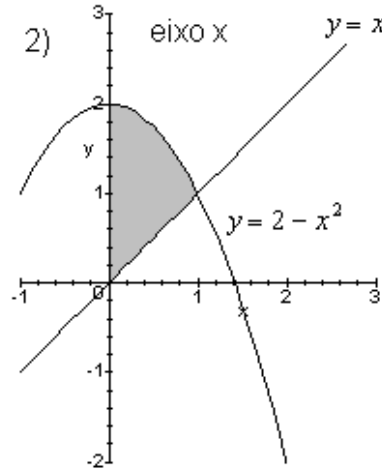
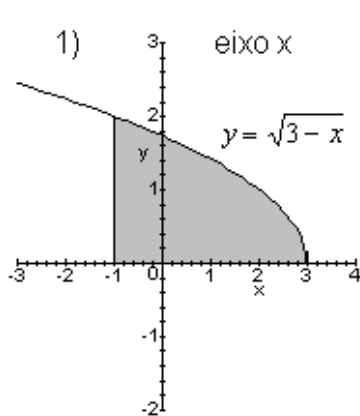
Nos seguintes problemas, calcule o volume do sólido gerado quando a região dada é girada em torno do eixo indicado. A região é dada por  $y = 3x^2$  para  $0 \leq x \leq 2$ . Sendo  $O(0, 0)$ ,  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 12)$  e  $P(2, 12)$ .

- |                             |                              |
|-----------------------------|------------------------------|
| a) OAP em torno do eixo x   | b) OBP em torno do eixo x    |
| c) OBP em torno do eixo y   | d) OAP em torno do eixo y    |
| e) OAP em torno da linha AP | f) OBP em torno da linha AP  |
| g) OBP em torno da linha BP | h) OAP em torno da linha BP. |

### Respostas

- |                    |                 |                 |                   |
|--------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| a) $288\pi/5u.v.$  | c) $24\pi u.v.$ | e) $8\pi u.v.$  | g) $768\pi/5u.v.$ |
| b) $1152\pi/5u.v.$ | d) $24\pi u.v.$ | f) $40\pi u.v.$ | h) $672\pi/5u.v.$ |

Exercícios de 1 a 4, ache o volume da região sombreada que resulta quando a região sombreada é feita girar em torno do eixo:





**Exercícios**

I - Calcule as seguintes integrais usando o método mais adequado.

1)  $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

2)  $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 25}}$

3)  $\int (x-2)e^{-x} dx$

4)  $\int \frac{x^4 + 3\sqrt{x} + 4}{6x^2} dx$

5)  $\int \frac{\text{tg}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

6)  $\int \text{sen}^4(3x)\text{cos}(3x) dx$

7)  $\int \text{cos}(2x)\sqrt{\text{sen}(2x)} dx$

8)  $\int \sqrt{x} \ln(x) dx$

9)  $\int (x-1)\text{sec}^2(3x) dx$

10)  $\int \frac{4e^y}{e^y + 2} dy$

11)  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\text{cos}(x)}{\pi} dx$

12)  $\int_0^1 t^3 \text{sen}(\pi t^4) dt$

13)  $\int \frac{1}{2} e^x \text{sec}(e^x) dx$

14)  $\int \frac{1}{2x\sqrt{1-4x^2}} dx$

15)  $\int \frac{2x dx}{\sqrt{x^2 - 25}}$

16)  $\int \ln(x+1) dx$

17)  $\int \frac{x^2 dx}{3\sqrt{x^2 + 4}}$

18)  $\int \frac{2x+4}{x^2(x-2)} dx$

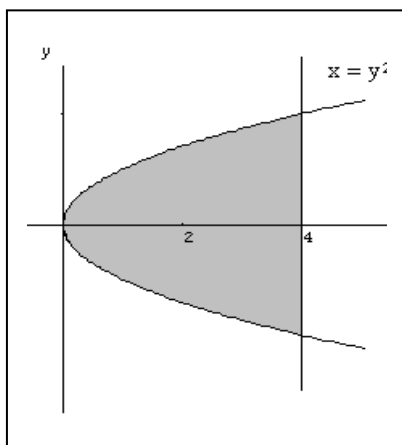
II – Faça a representação gráfica das funções e encontre a área da região limitada pelas mesmas

1)  $y = -x^2 + 1, x = 0, x = 2$  e  $y = 0$

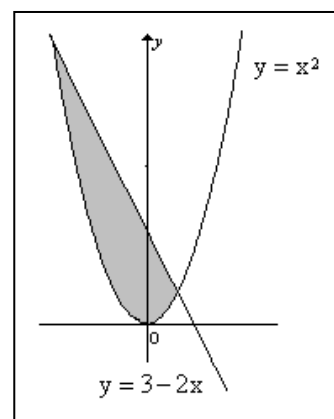
2)  $y = \ln(x), y = 0$  e  $x = 4$

III - Encontrar a área das regiões demarcadas nas figuras abaixo

3)

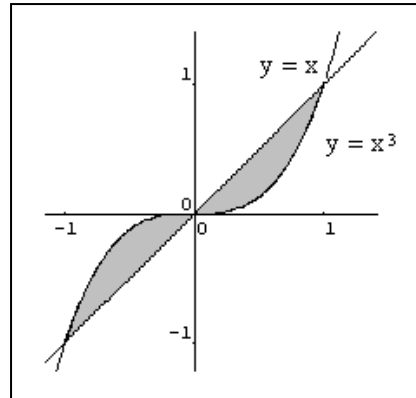
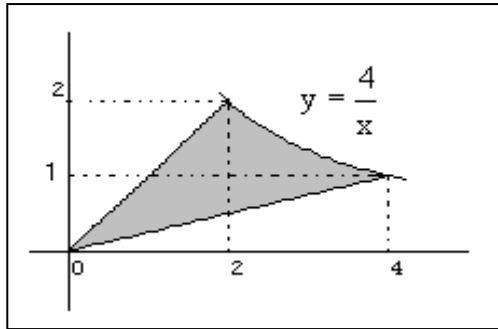


4)

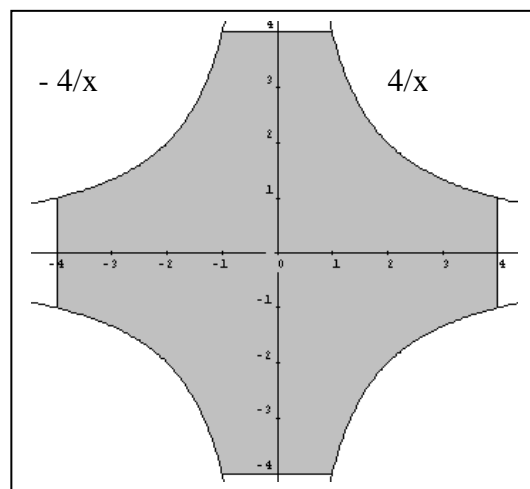
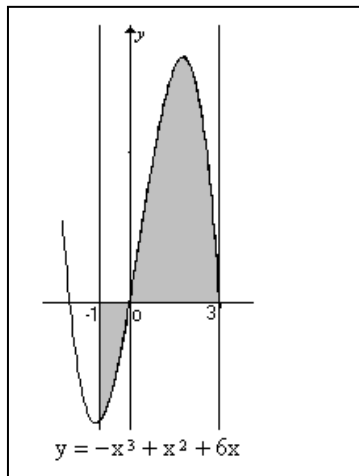




5) e 6)



7) e 8)



IV – Determine o volume do sólido de revolução gerado, limitado pelas curvas:

- $y = \frac{1}{4}x^2$ , o eixo  $x$  e as retas  $x = 1$  e  $x = 4$ , girado em torno do eixo  $x$ .
- $y = \text{sen}(x)$ , o eixo  $x$  e as retas  $x = -\frac{\pi}{2}$  e  $x = \frac{3\pi}{2}$ .
- $y = x^3$ , o eixo dos  $y$  e pela reta  $y = 8$ , girado em torno do eixo  $y$ .
- $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = 4$  e  $x = 4$ , girado em torno da reta  $y = 4$ .

**Respostas:**

1.  $\frac{\ln^3(x)}{3} + C$

2.  $\frac{\sqrt{(x^2 - 25)}}{25x} + C$

3.  $e^{-x}(1-x) + C$

4.  $\frac{x^3}{18} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{3x} + C$



5.  $-2\ln|\cos(\sqrt{x})+C|$

6.  $\frac{\text{sen}^5(3x)}{15}+C$

7.  $\frac{(\text{sen}(2x))^{\frac{3}{2}}}{3}+C$

8.  $\frac{2x^{\frac{3}{2}}\ln(x)}{3}-\frac{4x^{\frac{3}{2}}}{9}+C$

9.  $\frac{(x-1)\text{tg}(3x)}{3}+\frac{1}{9}\ln|\cos(3x)|+C$

10.  $4\ln(e^y+2)+C$

11. 0

12.  $\frac{1}{2\pi}$

13.  $\frac{1}{2}\ln|\sec(e^x)+\text{tg}(e^x)|+C$

14.  $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1-\sqrt{1-4x^2}}{2x}\right|+C$

15.  $2\sqrt{x^2-25}+C$

16.  $x\ln(x+1)-(x+1)+\ln(x+1)+C$

17.  $\frac{1}{6}x\sqrt{x^2+4}-\frac{2}{3}\ln\left|\frac{\sqrt{x^2+4}+x}{2}\right|+C$

18.  $-2\ln|x|+\frac{2}{x}+2\ln|x-2|+C$

## II e III – Cálculo de área

1. 2 u.a.

2.  $8\ln(2)-3\cong 2,54$  u.a

3.  $2\int_0^4\sqrt{x}dx$  ou  $\int_{-2}^2(4-y^2)dy = \frac{32}{3}\cong 10,66$  u.a

4.  $\int_{-3}^1(3-2x-x^2)dx = \frac{32}{3}\cong 10,66$  u.a

5.  $\int_0^2\left(x-\frac{x}{4}\right)dx + \int_2^4\left(\frac{4}{x}-\frac{x}{4}\right)dx = \frac{3}{2} + \left(4\ln(2)-\frac{3}{2}\right) = 4\ln(2)\approx 2,77$

6.  $2\int_0^1(x-x^3)dx = 0,5$  u.a.

7.  $-\int_{-1}^0(x^3+x^2+6x)dx + \int_0^3(x^3+x^2+6x)dx = \frac{29}{12} + \frac{63}{4} = \frac{109}{6}\cong 18,16$  u.a

8.  $16+4\int_1^4\frac{4}{x}dx = 16+32\ln(2)\cong 38,18$  u.a

## IV. Cálculo do volume

a)  $\frac{1023}{80}\pi$  u.v

b)  $4\pi$  u.v

c)  $\frac{96}{5}\pi$  u.v

d)  $\pi\left(\frac{255}{4}-8\ln 16\right)$  u.v