



Slides das Aulas

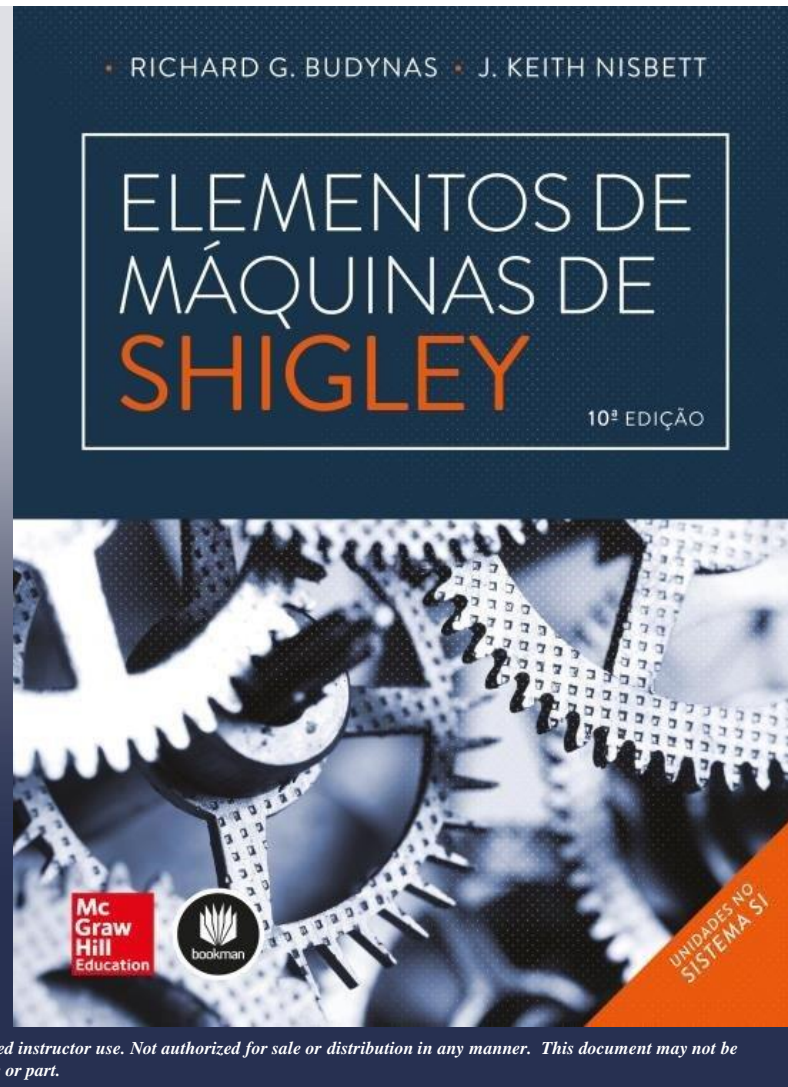
Capítulo 13

**Forças em
Engrenagens
Cilíndricas**

Prof. Jorge Luiz Erthal
jorgeerthal@gmail.com

Atualizado em 14/08/2018

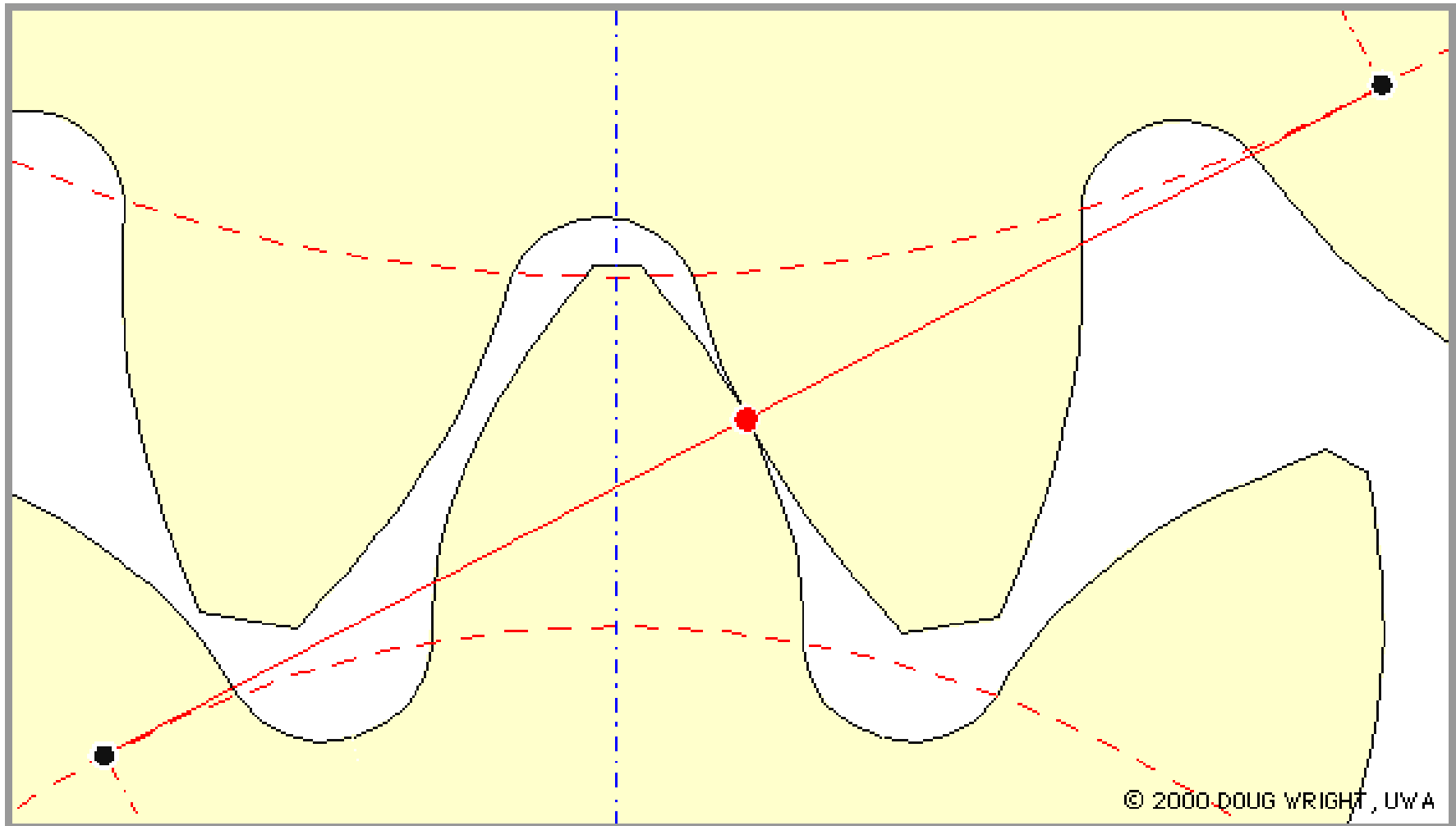
© 2015 by McGraw-Hill Education. This is proprietary material solely for authorized instructor use. Not authorized for sale or distribution in any manner. This document may not be copied, scanned, duplicated, forwarded, distributed, or posted on a website, in whole or part.



Fundamentos de Engrenagens

- 13-1 Tipos de engrenagens 656
- 13-2 Nomenclatura 658
- 13-3 Ação conjugada 659
- 13-4 Propriedades da involuta 660
- 13-5 Fundamentos 661
- 13-6 Razão de contato 666
- 13-7 Interferência 667
- 13-8 Conformação de dentes de engrenagens 670
- 13-9 Engrenagens cônicas de dentes retos 673
- 13-10 Engrenagens helicoidais de eixos paralelos 674
- 13-11 Engrenagens sem-fim 677
- 13-12 Sistemas de dentes 679
- 13-13 Trens de engrenagens 681
- 13-14** Análise de força – Engrenamento cilíndrico de dentes retos **689**
- 13-15 Análise de força – Engrenamento cônico 692
- 13-16** Análise de força – Engrenamento helicoidal **695**
- 13-17 Análise de força – Engrenamento sem-fim 698

Análise de Forças – Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos



Análise de Forças – Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos

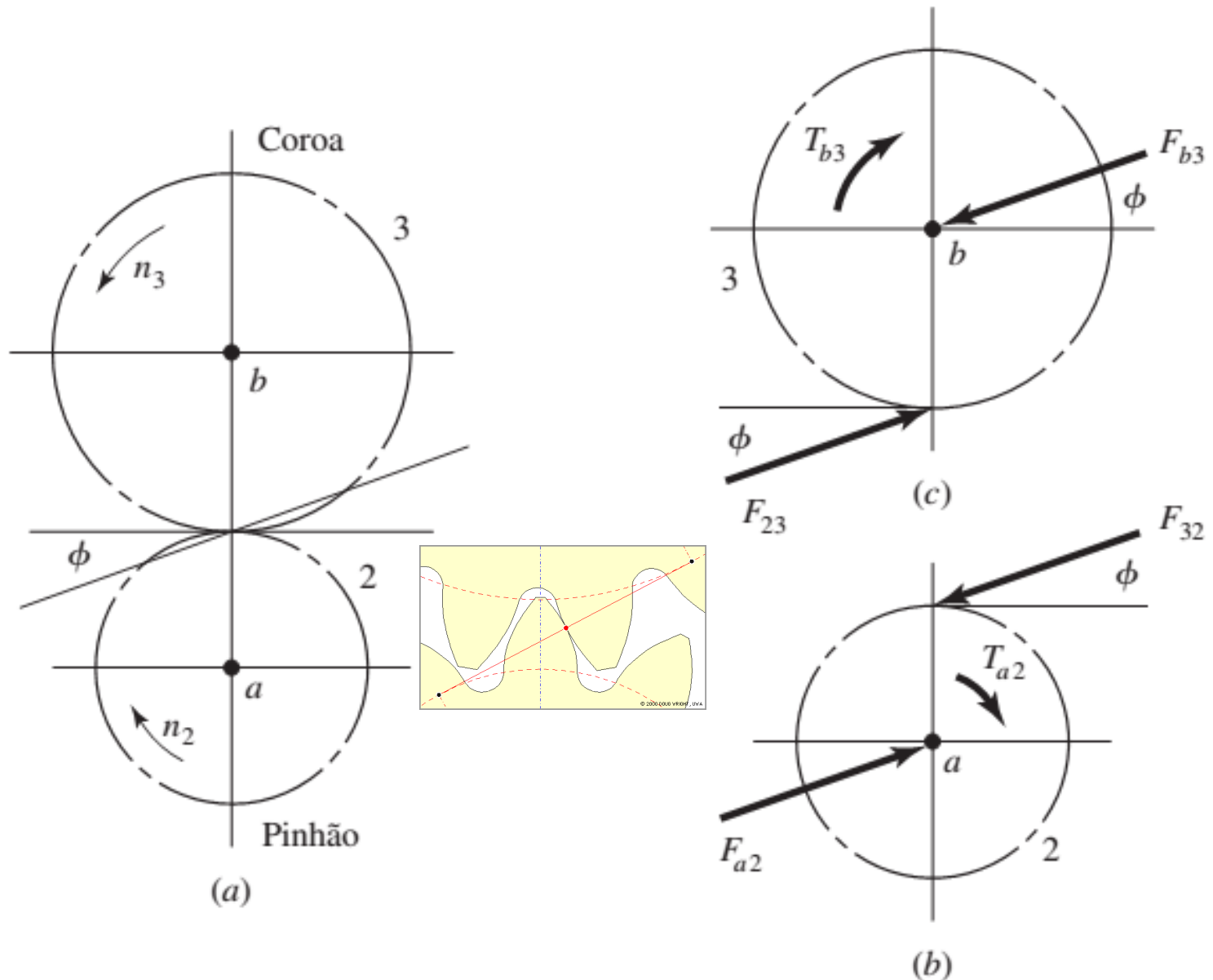
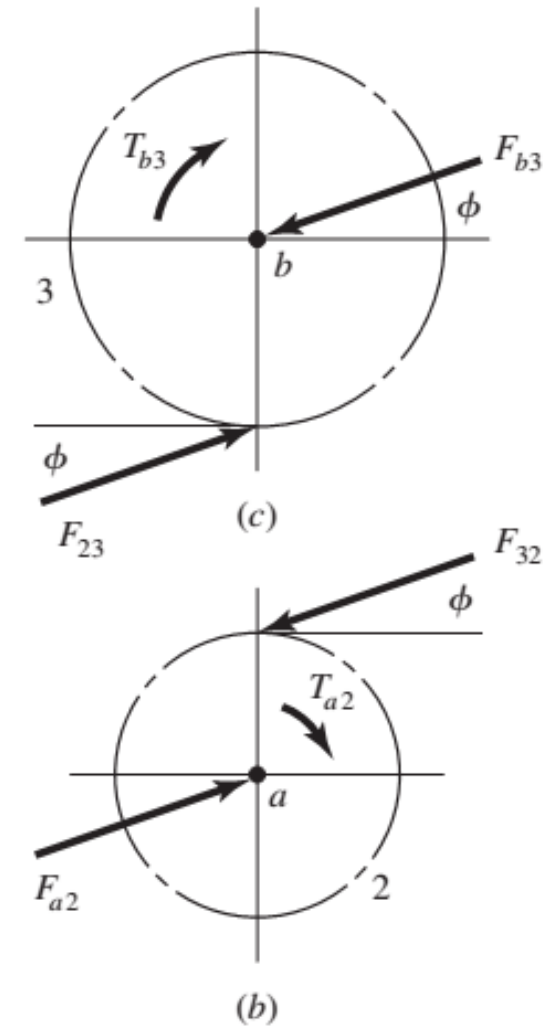
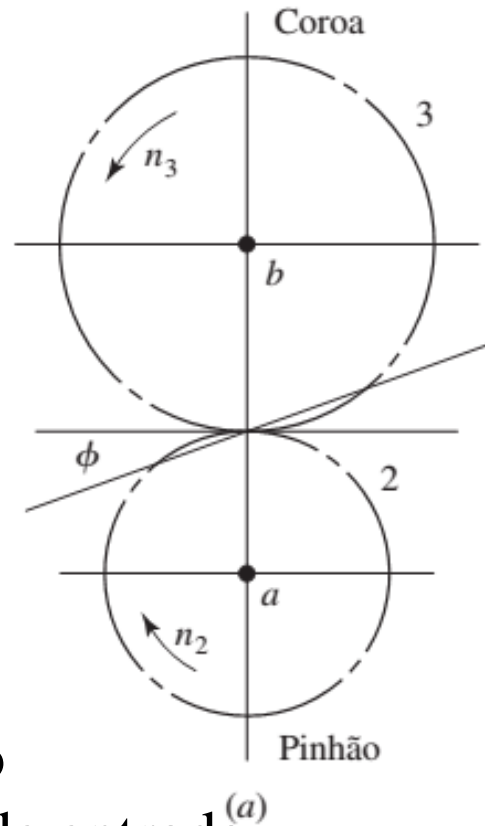


Fig. 13–32

Análise de Forças – Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos



Notação:

- 1 - elemento fixo
- 2 - engrenagem de entrada
- 3,4,... - demais engrenagens
- a,b,... - eixos a partir da entrada

Fig. 13–32

Análise de Forças – Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos

Notação:

F_{23} - força exercida pela engrenagem 2 sobre a engrenagem 3

F_{2a} - força exercida pela engrenagem 2 sobre o eixo a

F_{43}^t - força tangencial exercida pela engrenagem 4 sobre a engrenagem 3

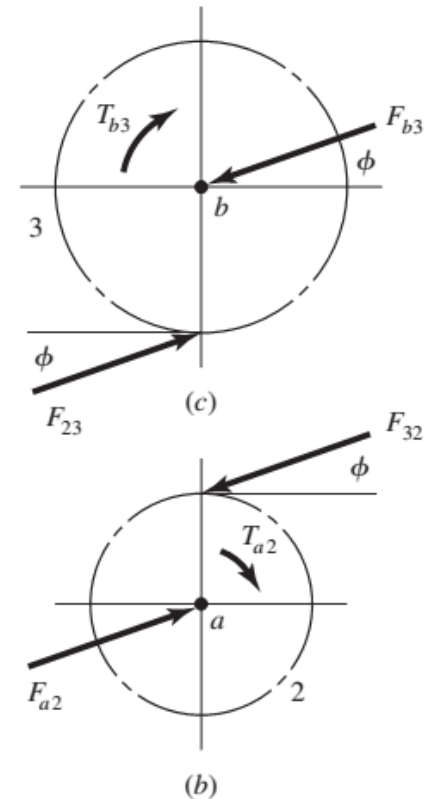
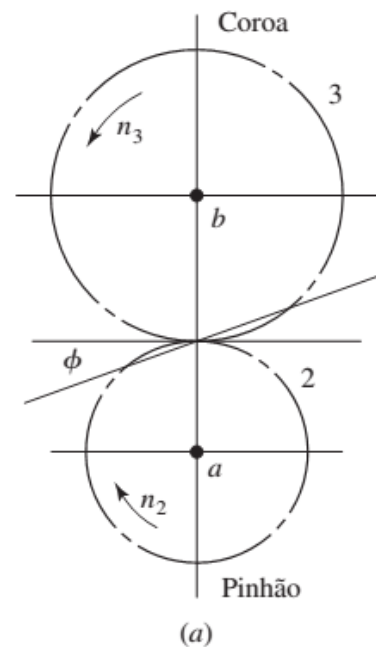


Fig. 13–32

Análise de Forças – Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos

- Força Transmitida W_t é a força tangencial

$$W_t = F_{32}^t$$

- Esta é a componente útil da força transmitida, que transmite o torque

$$T = \frac{d}{2} W_t$$

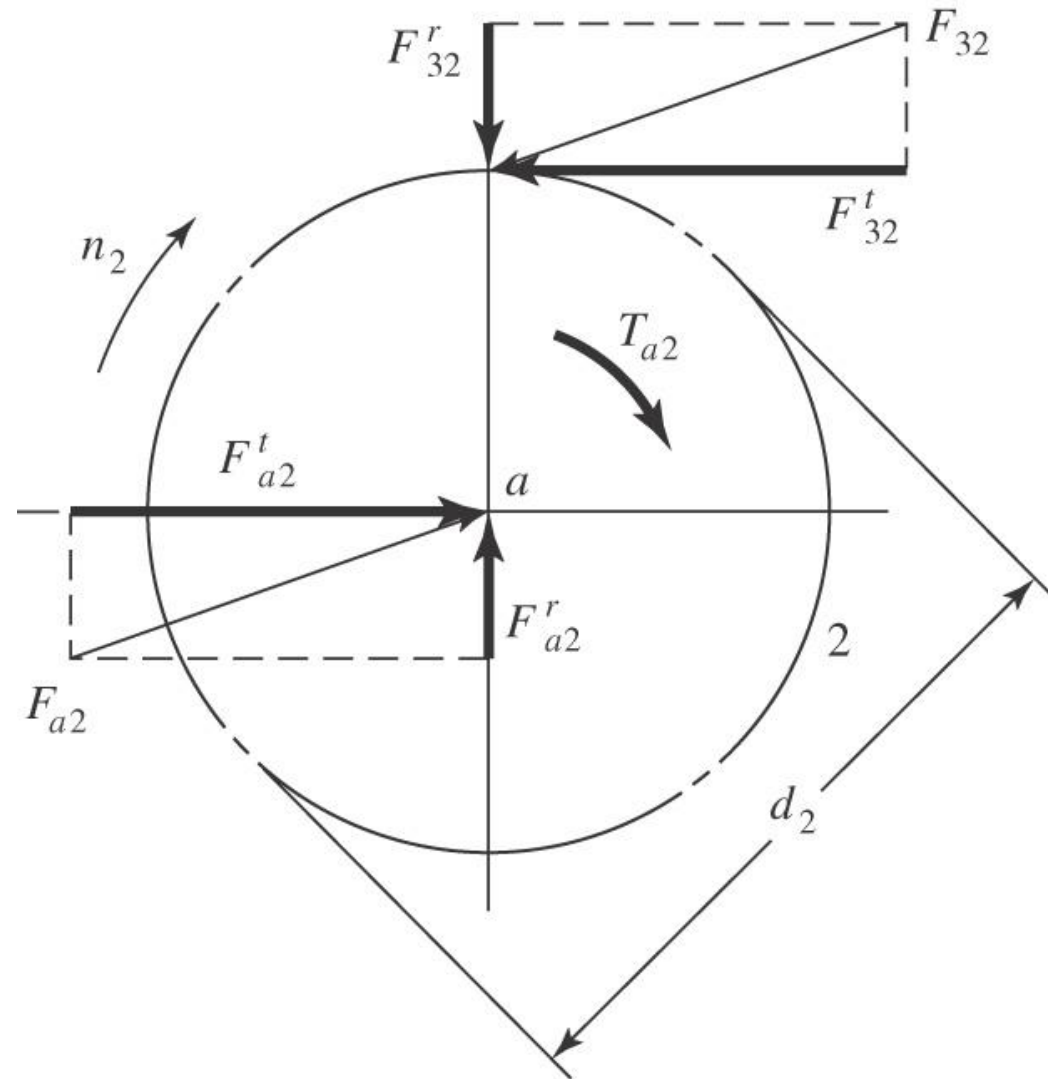


Fig. 13–33

Power in Spur Gearing

- *Potência Transmitida H*

$$H = T\omega = W_t \frac{d}{2} \omega \quad (13-33)$$

- *Velocidade na linha primitiva* é a velocidade linear de um ponto situado no raio da circunferência primitiva. Convertendo em unidades usuais:

$$V = \frac{\pi d n}{12} \quad (\text{US})$$

sendo: V = velocidade na linha primitiva, *pe/min*
 d = diâmetro primitivo, *pol*
 n = rotação da engrenagem, *rpm*

$$V = \frac{\pi d n}{60} \quad (\text{SI}) \quad (13-34)$$

sendo: V = velocidade na linha primitiva, *m/s*
 d = diâmetro primitivo, *m*
 n = rotação da engrenagem, *rpm*

Potência em Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos

- Relações envolvendo potência em unidades usuais,

$$W_t = 33000 \frac{H}{V} \quad \text{(US)} \quad (13-35)$$

sendo: W_t = força transmitida, lbf

H = potência, hp

V = velocidade na linha primitiva, pe/min

$$W_t = \frac{60000H}{\pi d n} \quad \text{(SI)} \quad (13-36)$$

sendo: W_t = força transmitida, kN

H = potência, kW

d = diâmetro da engrenagem, mm

n = rotação, rpm

Exemplo 13–7

O pinhão 2 na Figura 13–34a roda a 1750 rev/min e transmite 2,5 kW à engrenagem intermediária sem torque. Os dentes são cortados segundo o sistema de 20° de profundidade completa, e possuem um módulo $m = 2,5$ mm. Desenhe um diagrama de corpo livre da engrenagem 3 e mostre todas as forças que atuam sobre ela.

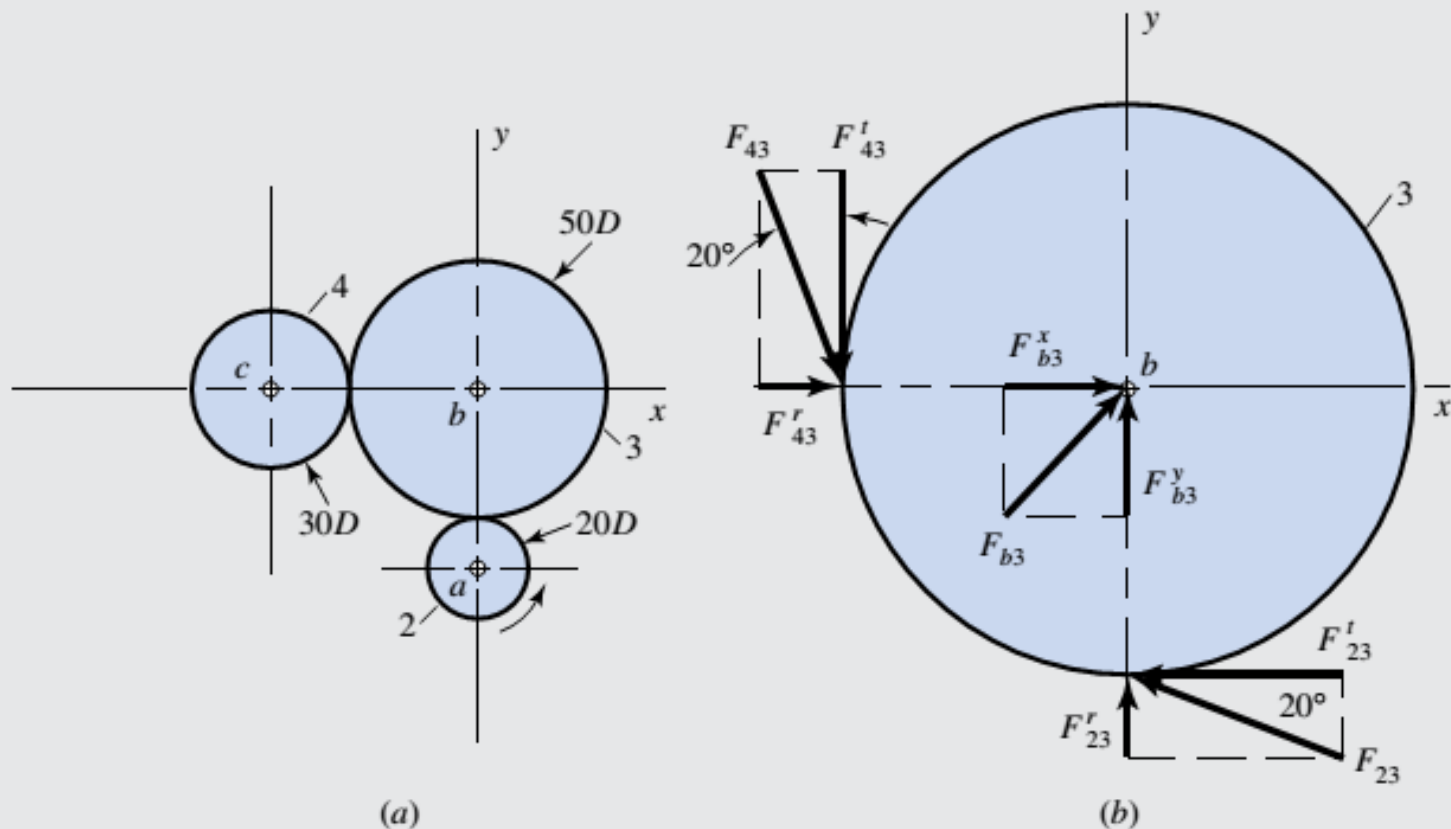


Fig. 13–34

Exemplo 13–7

Os diâmetros primitivos das engrenagens 2 e 3 são

$$d_2 = N_2 m = 20(2,5) = 50 \text{ mm}$$

$$d_3 = N_3 m = 50(2,5) = 125 \text{ mm}$$

Da Equação (13–36), descobrimos que a carga transmitida é

$$W_t = \frac{60000 H}{\pi d_2 n} = \frac{60000(2,5)}{\pi(50)(1750)} = 0,546 \text{ kN}$$

Assim, a força tangencial da engrenagem 2 sobre a engrenagem 3 é $F_{23}^t = 0,546 \text{ kN}$, como mostra a Figura 13–34*b*. Portanto

$$F_{23}^r = F_{23}^t \tan 20^\circ = (0,546) \tan 20^\circ = 0,199 \text{ kN}$$

então

$$F_{23} = \frac{F_{23}^t}{\cos 20^\circ} = \frac{0,546}{\cos 20^\circ} = 0,581 \text{ kN}$$

Exemplo 13–7

Uma vez que a engrenagem 3 é livre, ela não transmite qualquer potência (torque) ao seu eixo, assim a reação tangencial da engrenagem 4 sobre a engrenagem 3 é, também, igual a W_t . Portanto

$$F_{43}^t = 0,546 \text{ kN} \quad F_{43}^r = 0,199 \text{ kN} \quad F_{43} = 0,581 \text{ kN}$$

sendo as direções mostradas na Figura 13–34*b*.

As reações no eixo nas direções x e y são

$$F_{b3}^x = -(F_{23}^t + F_{43}^r) = -(-0,546 + 0,199) = 0,347 \text{ kN}$$

$$F_{b3}^y = -(F_{23}^r + F_{43}^t) = -(0,199 - 0,546) = 0,347 \text{ kN}$$

A reação resultante sobre o eixo é

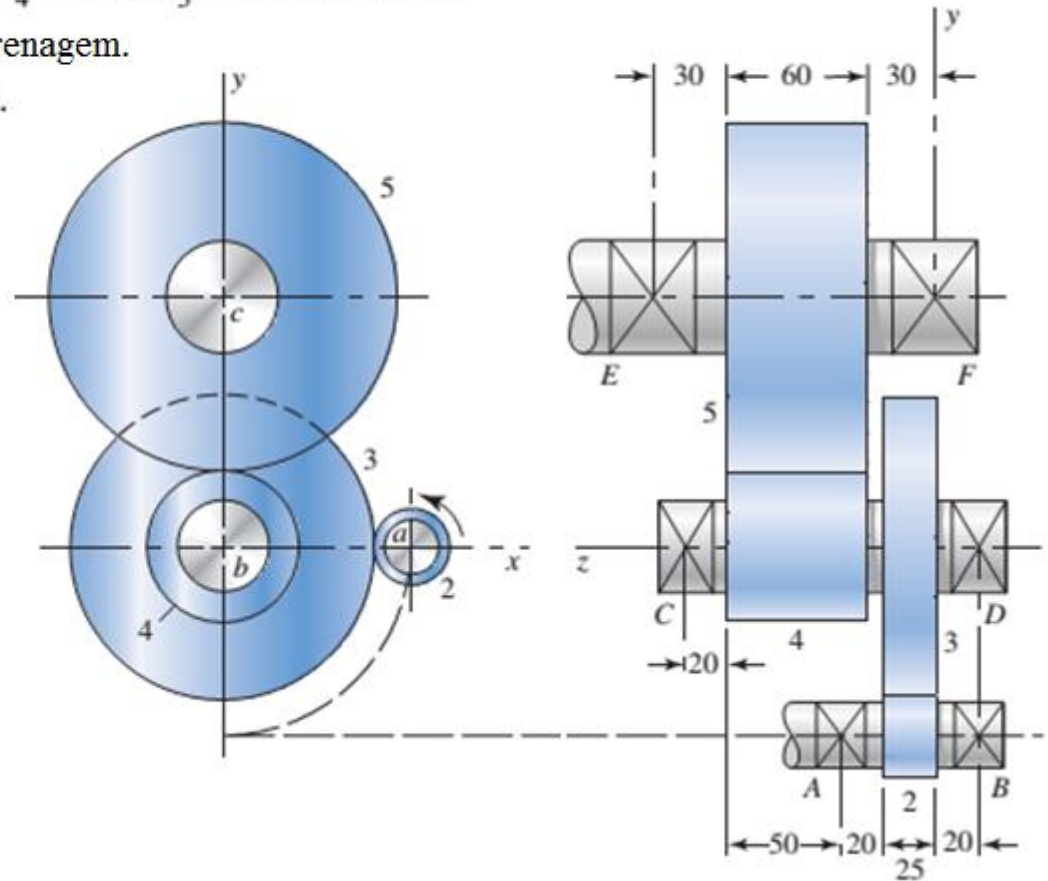
$$F_{b3} = \sqrt{(0,347)^2 + (0,347)^2} = 0,491 \text{ kN}$$

Exercício

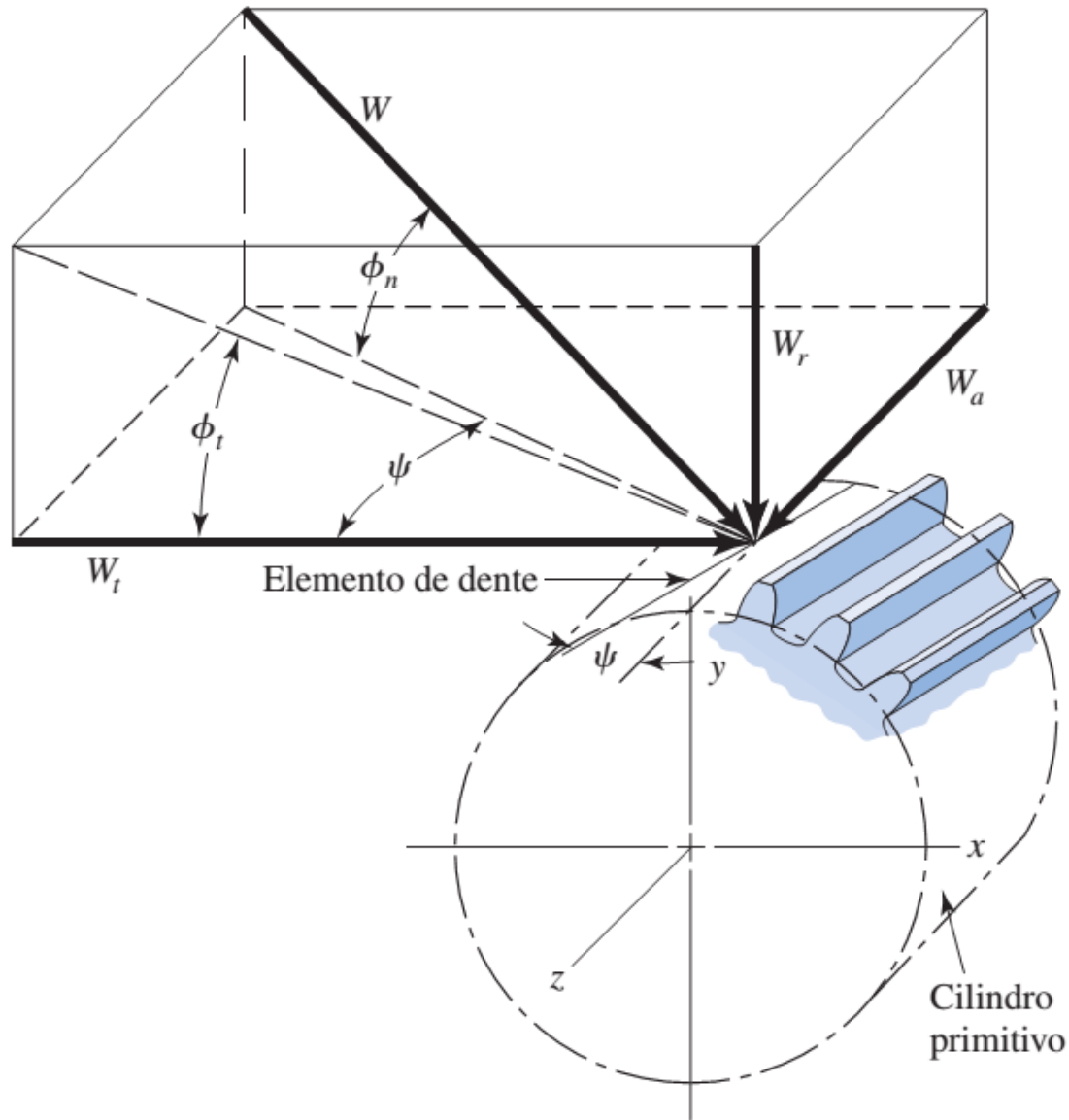
O conjunto de engrenagens de redução dupla, mostrado na figura, é acionado a partir do eixo a numa velocidade de 900 rev/min. As engrenagens 2 e 3 possuem módulo de 3 mm e um ângulo de pressão de 20° . O segundo par de engrenagens no trem, 4 e 5, possui um módulo de 2 mm e um ângulo de pressão de 20° . Os números de dentes são: $N_2 = 14$, $N_3 = 54$, $N_4 = 16$ e $N_5 = 36$. Determine:

- As forças tangencial e radial em cada engrenagem.
- A velocidade e direção de rotação do eixo c .
- A distância entre os centros de eixos.

Potência: 10 hp



Análise de Forças – Engrenagens Helicoidais



Análise de Forças – Engrenagens Helicoidais

$$W_r = W \sin \phi_n$$

$$W_t = W \cos \phi_n \cos \psi$$

$$W_a = W \cos \phi_n \sin \psi$$

(13-39)

$$W_r = W_t \tan \phi_t$$

$$W_a = W_t \tan \psi$$

(13-40)

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi}$$

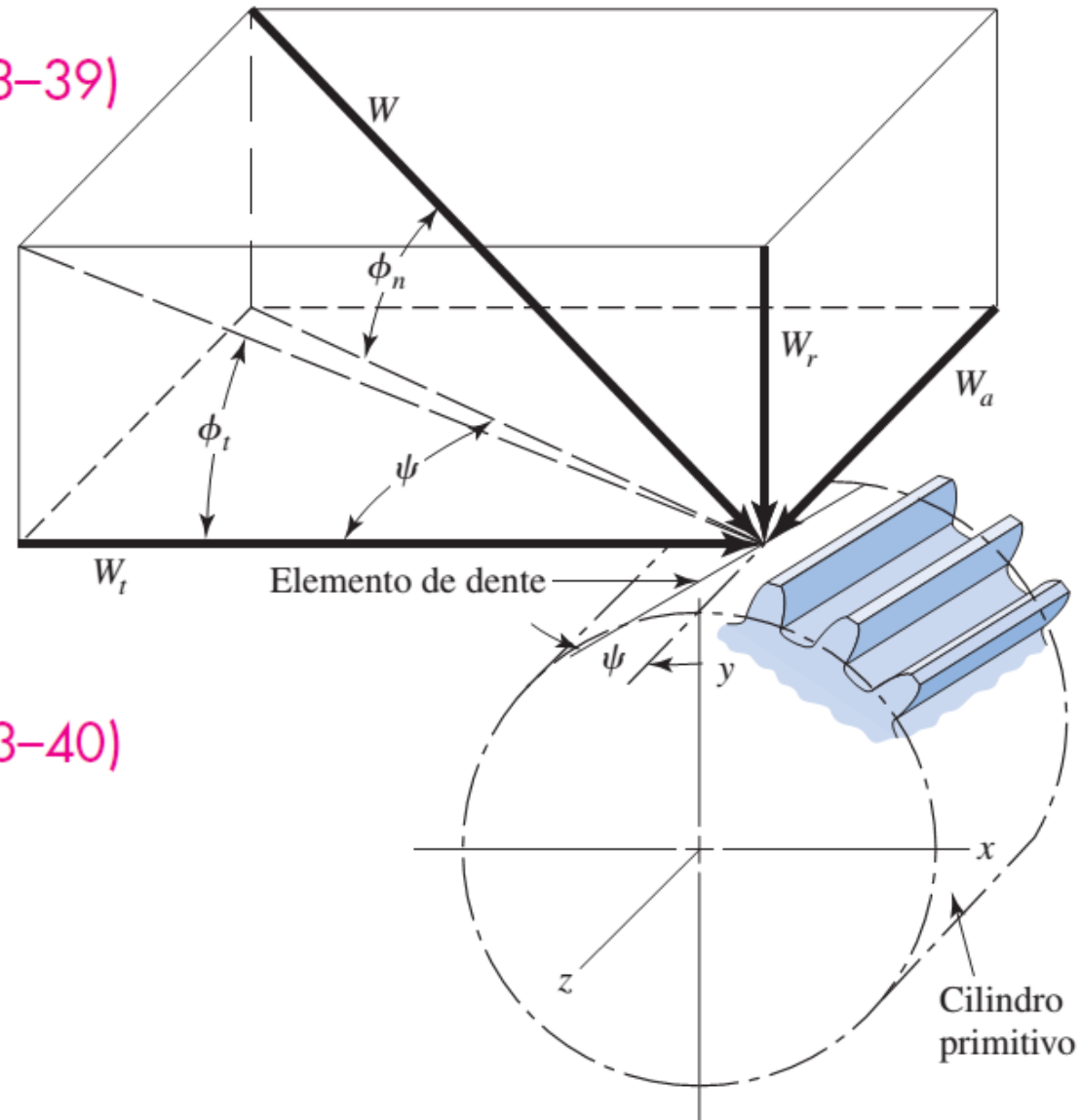
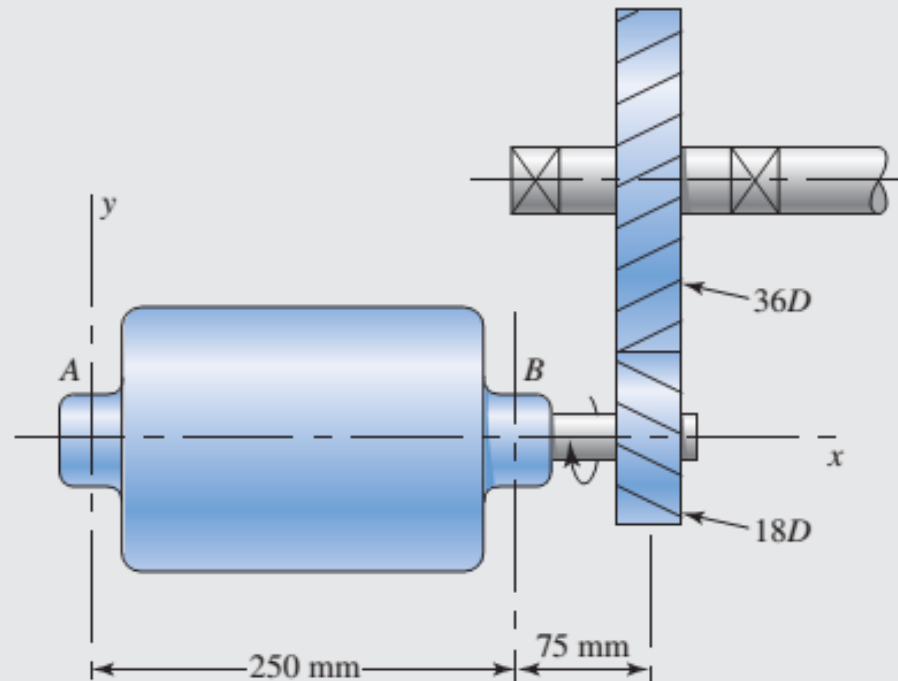


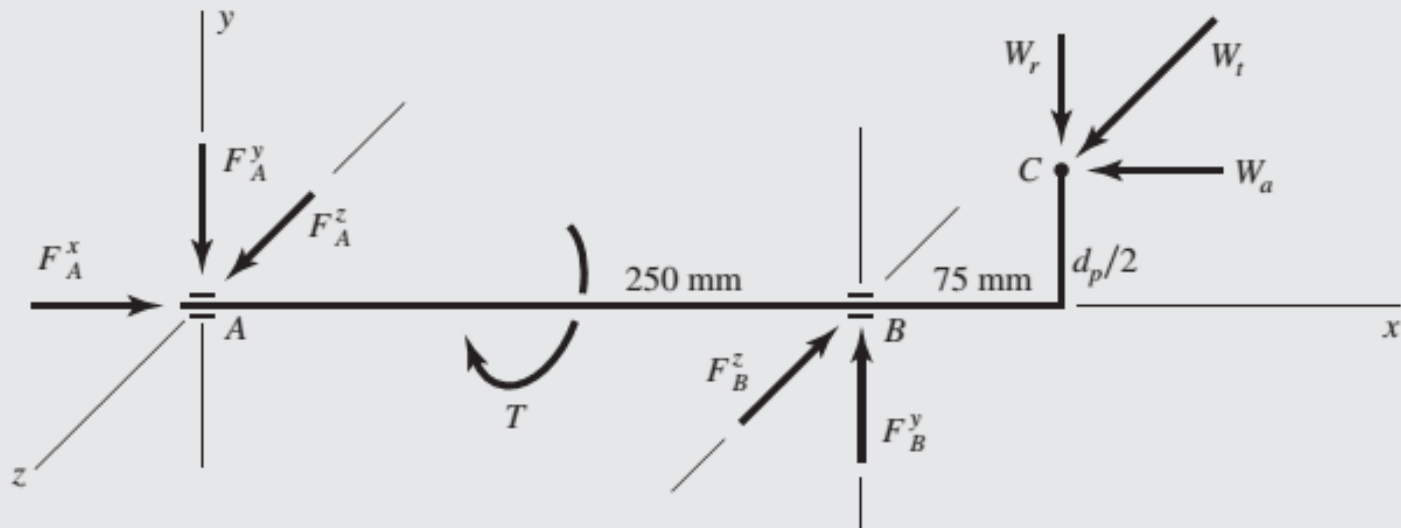
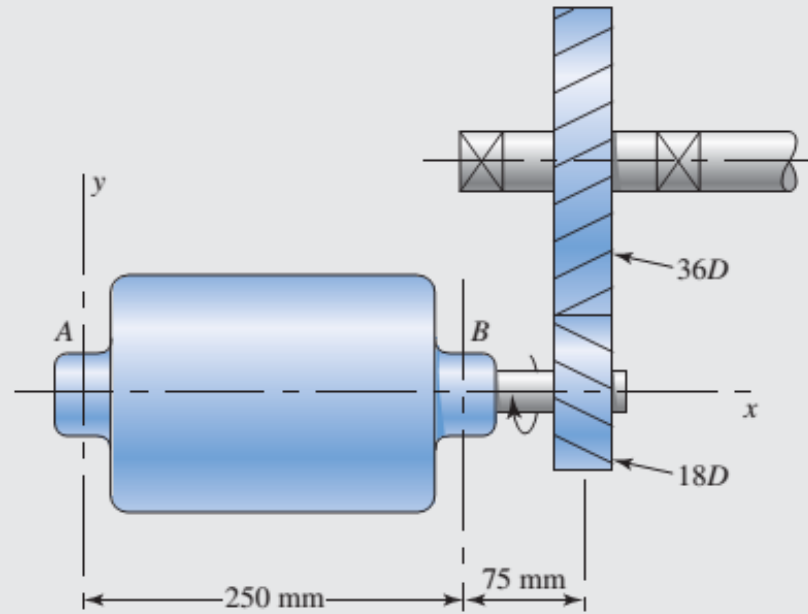
Fig. 13-37

Exemplo 13–9

Na Figura 13–38 um motor elétrico de 750 W roda a 1 800 rev/min **no sentido horário quando** visto a partir do lado positivo do eixo x . Fixado ao eixo do motor por meio de chaveta existe um pinhão helicoidal de 18 dentes, com ângulo de pressão normal de 20° , ângulo de hélice de 30° e um módulo normal de 3,0 mm. A mão de hélice é mostrada na figura. Faça um esboço tridimensional do eixo do motor e pinhão e mostre as forças atuando no pinhão, bem como as reações de mancal em A e B . O esforço axial deve ser suportado em A .



Exemplo 13-9



Exemplo 13–9

Da Equação (13–19), achamos

$$\phi_t = \tan^{-1} \frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} = \tan^{-1} \frac{\tan 20^\circ}{\cos 30^\circ} = 22,8^\circ$$

Também, $m_t = m_n / \cos \Psi = 3 / \cos 30^\circ = 3,46$ mm. Assim, o diâmetro primitivo pinhão é $d_p = 18(3,46) = 62,3$ mm. A velocidade no círculo primitivo é

$$V = \pi d n = \frac{\pi(62,3)(1800)}{60} = 5871,6 \text{ mm/s} = 5,87 \text{ m/s}$$

A carga transmitida é

$$W_t = \frac{H}{V} = \frac{750}{5,87} = 128 \text{ N}$$

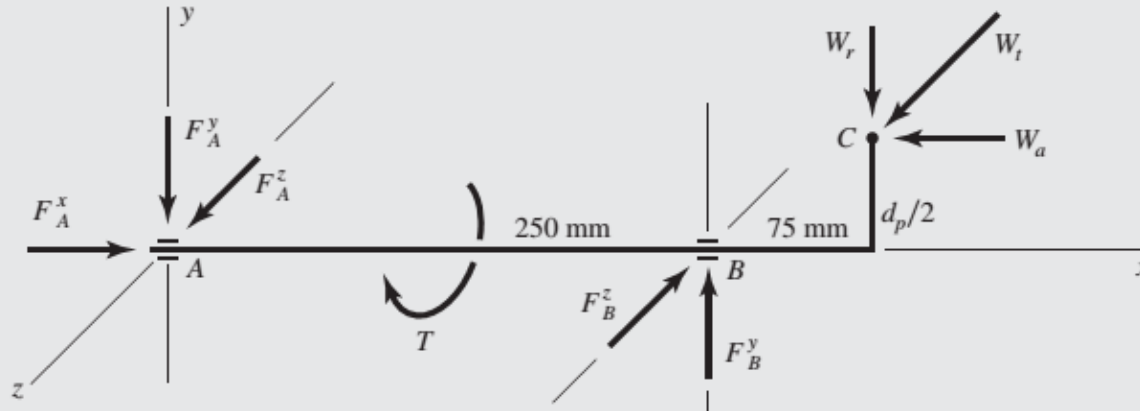
Da Equação (13–40), determinamos que

$$W_r = W_t \tan \phi_t = (128) \tan 22,8^\circ = 54 \text{ N}$$

$$W_a = W_t \tan \psi = (128) \tan 30^\circ = 74 \text{ N}$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi} = \frac{128}{\cos 20^\circ \cos 30^\circ} = 157 \text{ N}$$

Exemplo 13–9



Essas três forças, W_r na direção $-y$, W_a na direção $-x$ e W_t na direção $+z$, estão atuando no ponto C, na Figura 13–39. Assumimos as reações de mancal em A e B, como mostrado. Assim $F_a^x = W_a = 74$ N. Tomando os momentos com relação ao eixo z,

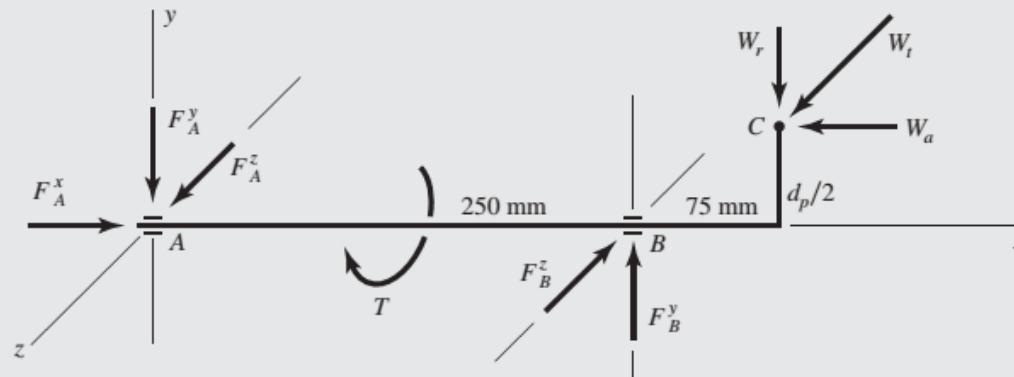
$$-(54)(325) + (74)\left(\frac{62,3}{2}\right) + 250F_B^y = 0$$

ou $F_B^y = 61$ N. Somando as forças na direção y dá $F_A^y = 7$ N. Tomando momentos com relação ao eixo y, a seguir,

$$250F_B^z - 128(325) = 0$$

ou $F_B^z = 166$ N. Somando forças na direção z e resolvendo a equação, nos dá $F_A^z = 38$ N. O torque, também, é $T = W_t d_p/2 = 128(62,3/2) = 3982$ N·mm.

Exemplo 13–9



Por comparação, resolva o problema novamente utilizando vetores. A força em C é

$$W = -74i - 54j + 128k \text{ N}$$

Os vetores posição aos pontos B e C , relativamente à origem A , são

$$R_B = 250i \quad R_C = 325i + 31,15j$$

Tomando momentos com relação a A , temos

$$R_B \times F_B + T + R_C \times W = 0$$

Utilizando as direções assumidas para a Figura 13–39 e substituindo valores, resulta

$$250i \times (F_B^y j - F_B^z k) - T i + (325i + 31,15j) \times (-74i - 54j + 128k) = 0$$

Quando os produtos vetoriais são formados, obtemos

$$(250F_B^y k + 250F_B^z j) - T i + (3987i - 41600j - 15245k) = 0$$

assim $T = 4 \text{ kN} \cdot \text{mm}$, $F_B^y = 61 \text{ N}$ e $F_B^z = 166 \text{ N}$.

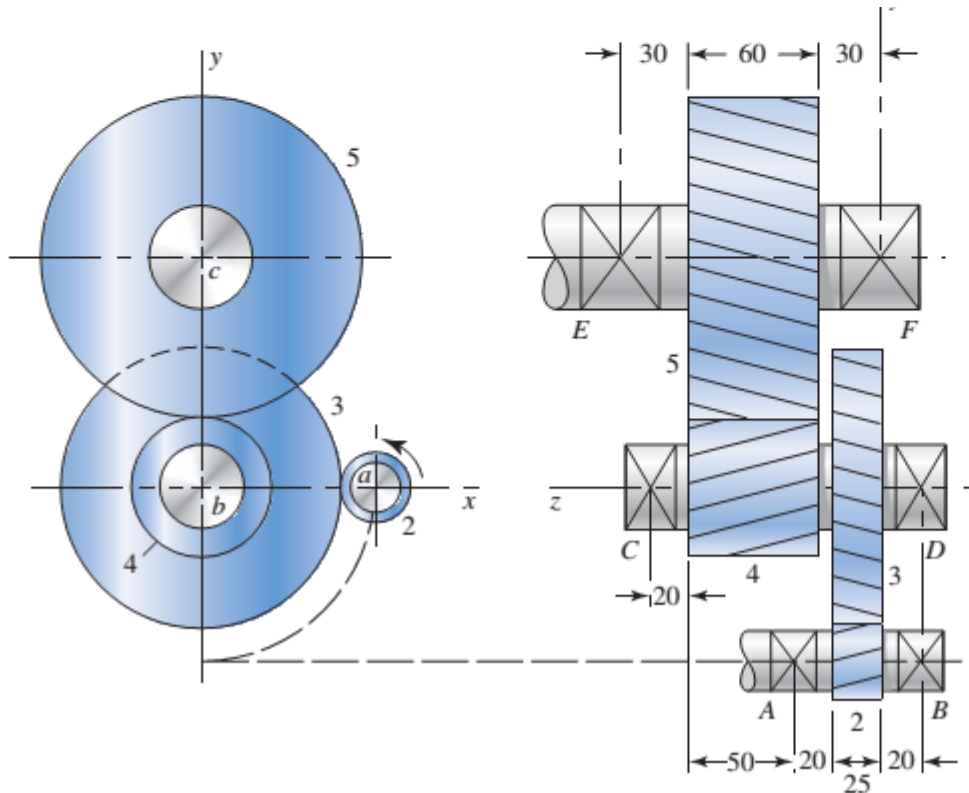
A seguir,

$$F_A = -F_B - W, \text{ então } F_A = 74i - 7j + 38k \text{ N.}$$

Exercício

O conjunto de engrenagens helicoidais de redução dupla, mostrado na figura, é acionado a partir do eixo a numa velocidade de 900 rev/min. As engrenagens 2 e 3 possuem **módulo** normal de 3 mm, um ângulo de hélice de 30° e um ângulo de pressão normal de 20° . O segundo par de engrenagens no trem, 4 e 5, possui um **módulo** normal de 2 mm, um ângulo de hélice de 25° e um ângulo de pressão normal de 20° . Os números de dentes são: $N_2 = 14$, $N_3 = 54$, $N_4 = 16$ e $N_5 = 36$. Determine:

- As forças atuantes em cada engrenagem.
- As forças atuantes nos mancais.



Potência: 10 hp

Exercícios Propostos (10ª Edição)

Esta lista contempla todo o assunto visto até aqui.

13-2

13-10

13-12

13-15

13-24

13-29

13-36 (Usar módulo 4 mm.)

13-38

13-50 (Usar módulo 3 mm no primeiro estágio e 5 mm no segundo estágio. Converter as unidades para o SI.)