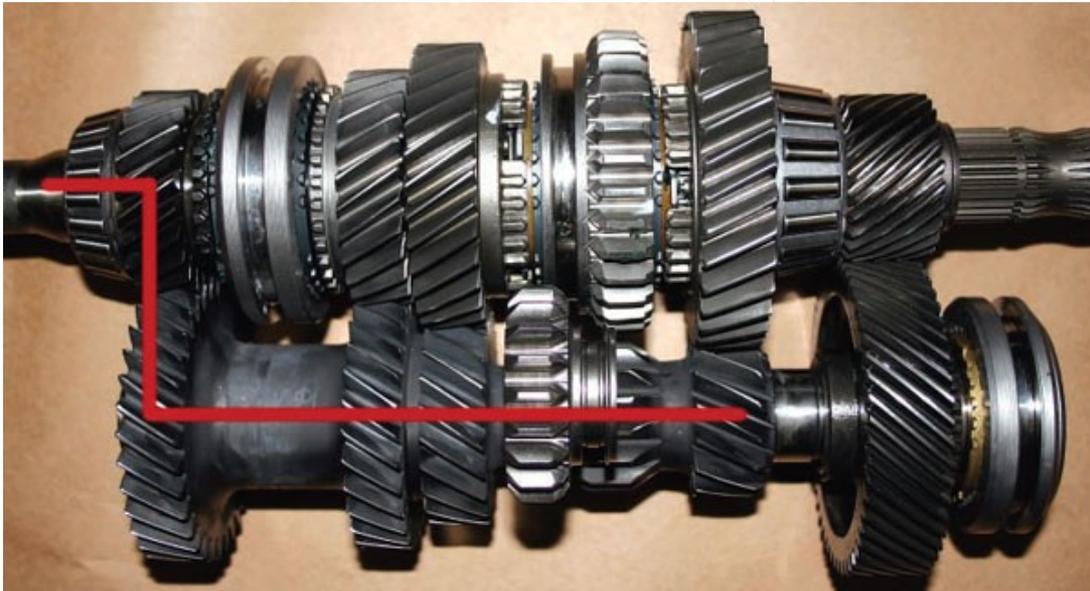


---

Curso: Elementos de Máquinas

# Engrenagem Cilíndrica Helicoidal/Cônicas

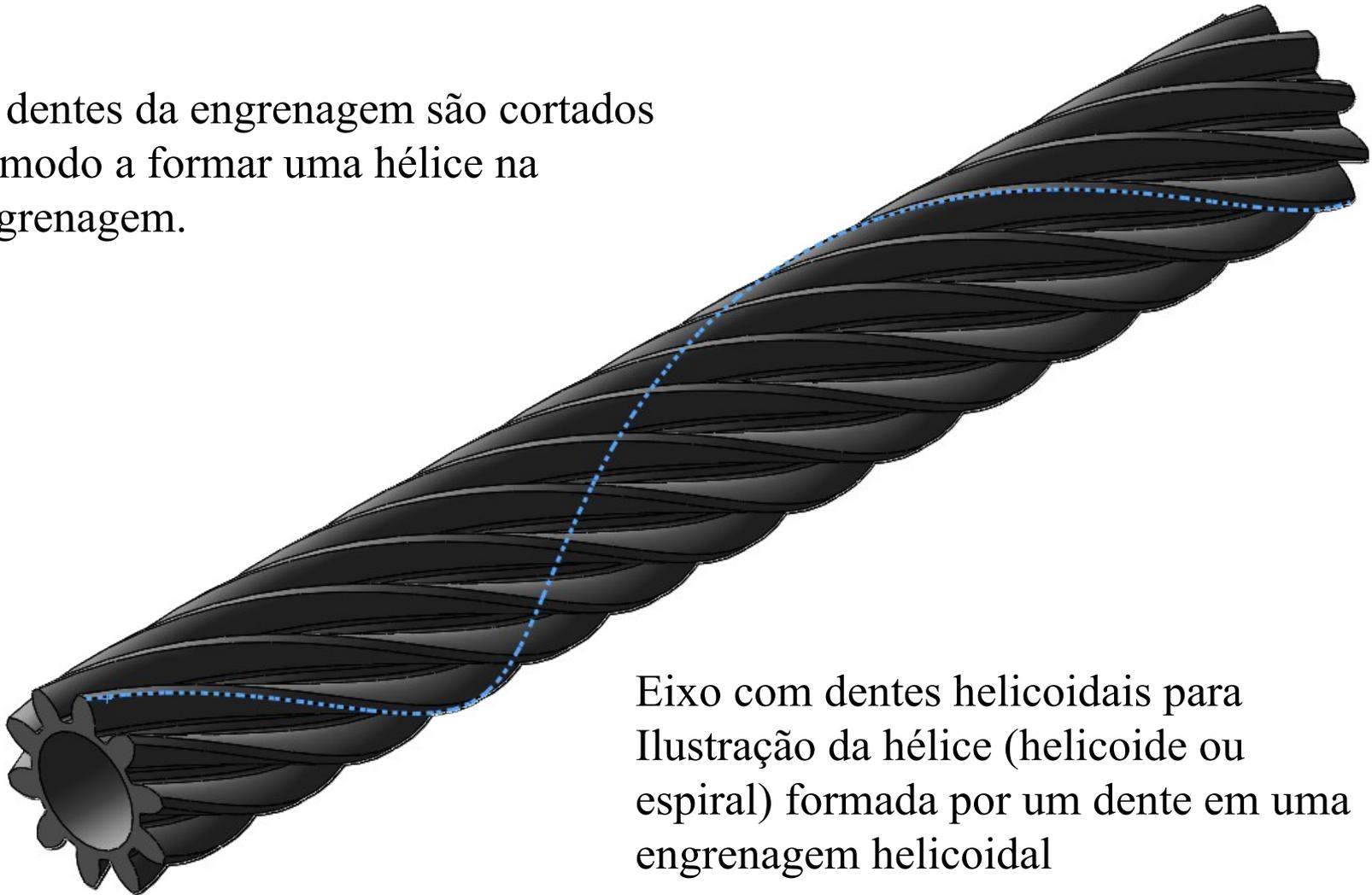
# Introdução



# Engrenagem Helicoidal

3

Os dentes da engrenagem são cortados de modo a formar uma hélice na Engrenagem.



Eixo com dentes helicoidais para  
Ilustração da hélice (helicoide ou  
espiral) formada por um dente em uma  
engrenagem helicoidal

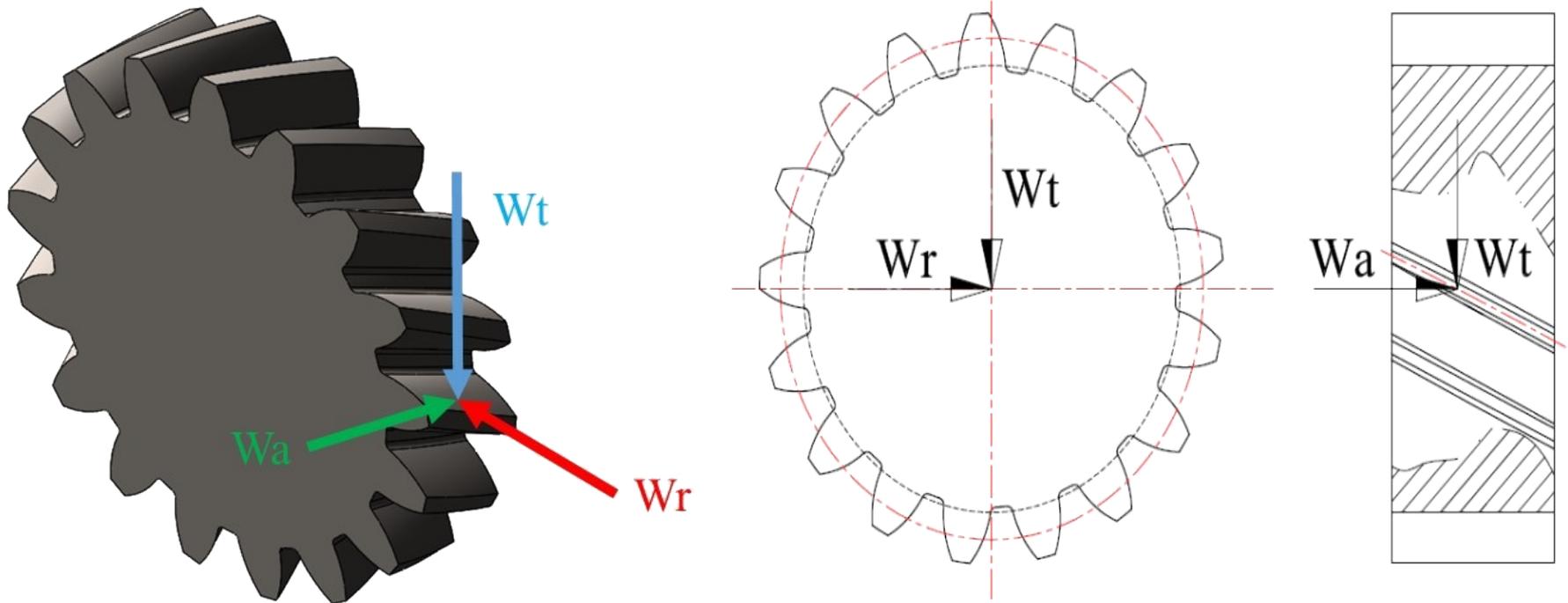
Podem ser utilizados para eixos paralelos e não paralelos.

Admitem velocidades maiores.

As engrenagens paralelas engrenam com uma combinação de **rolamento** e **escorregamento** com o contato iniciando no final de um dos dentes e “corre” através da largura de sua face. O que resulta em menor ruído e menos vibração.

Nas engrenagens não paralelas, os dentes escorregam sem rolamento e estão teoricamente em contato pontual ao invés de contato de linha como nas engrenagens paralelas. Isso reduz drasticamente sua capacidade de carga.

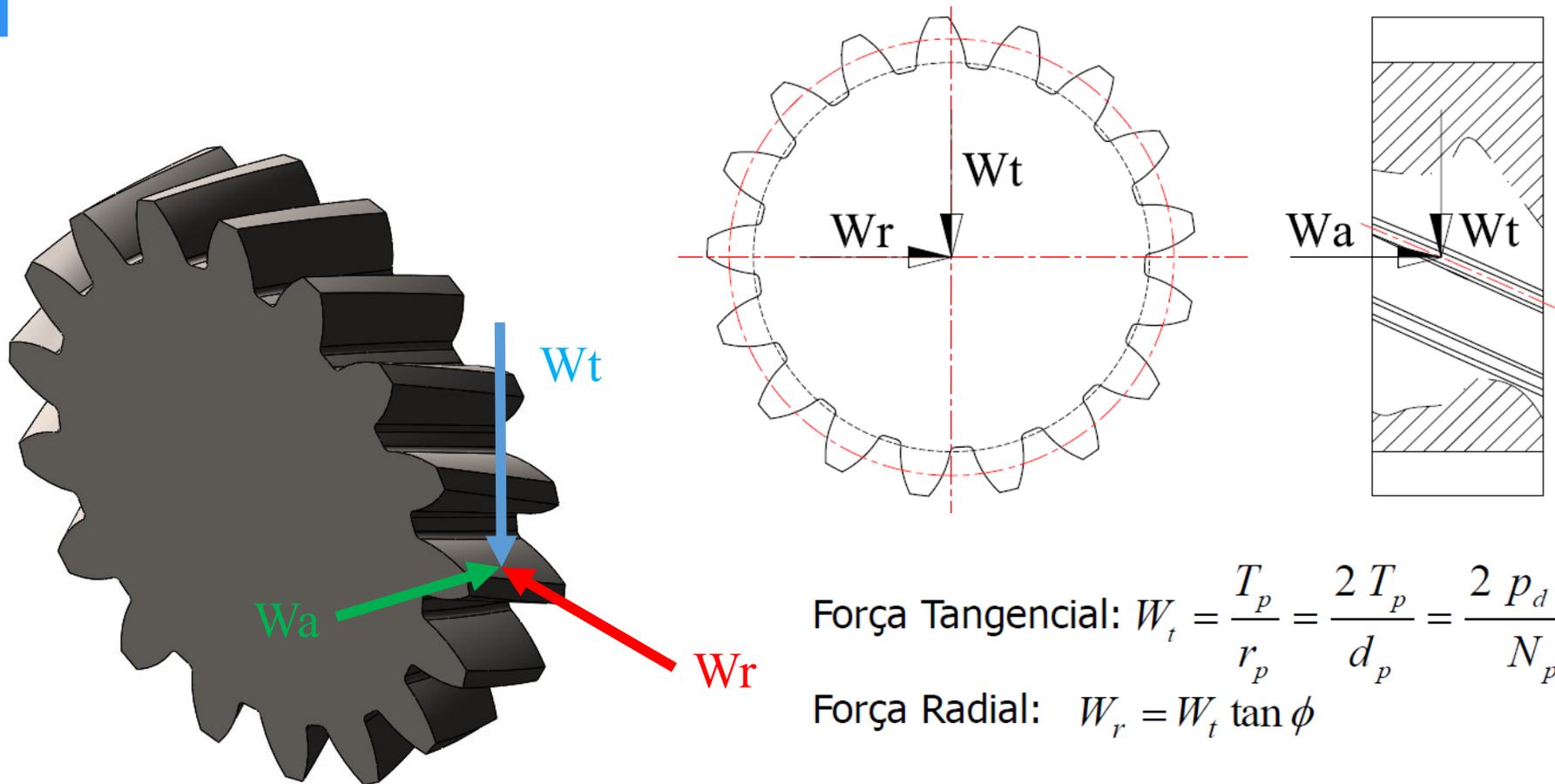
# Forças nas Engrenagens Helicoidais



Eixo com dentes helicoidais para ilustração da hélice

# Forças na Engrenagem Helicoidal

6



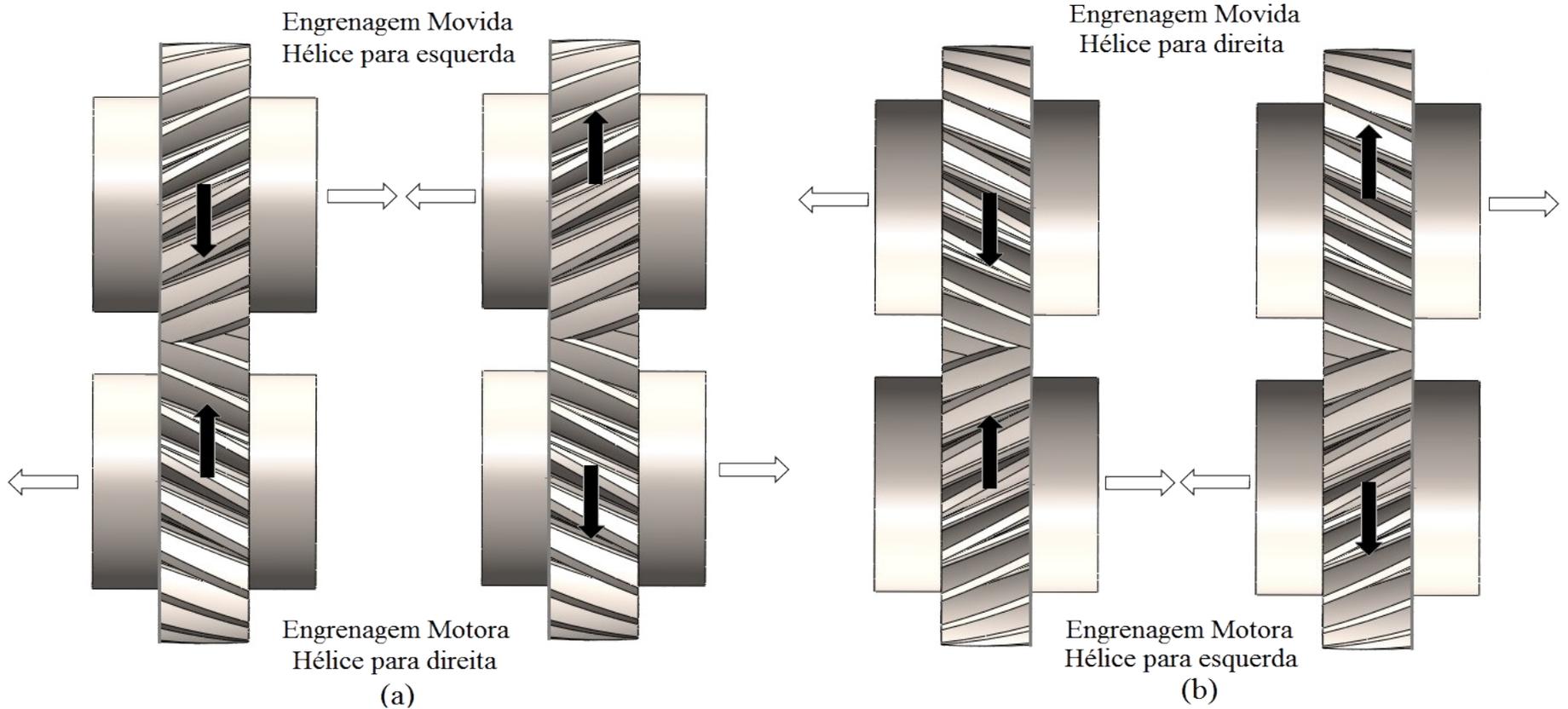
$$\text{Força Tangencial: } W_t = \frac{T_p}{r_p} = \frac{2 T_p}{d_p} = \frac{2 p_d T_p}{N_p}$$

$$\text{Força Radial: } W_r = W_t \tan \phi$$

$$\text{Força Axial: } W_a = W_t \tan \psi$$

$$\text{Força Resultante: } W = \frac{W_t}{\cos \phi \cos \phi_n}$$

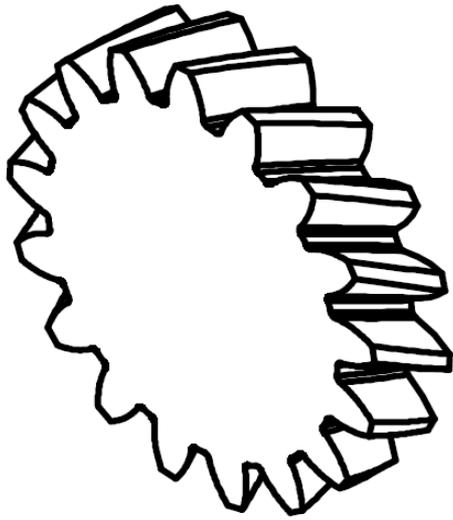
# Sentido da Força Axial nas Engrenagens Helicoidais



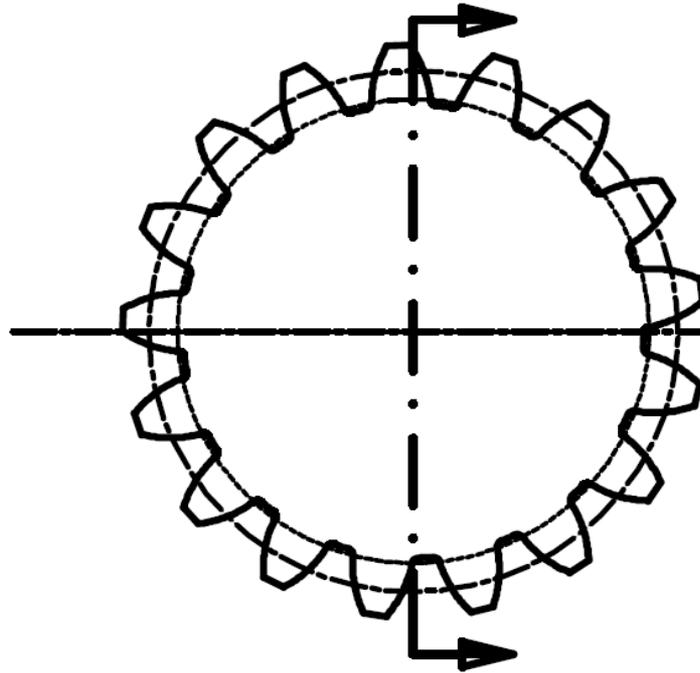
Sentido das forças axiais em engrenagens helicoidais

# Engrenagem Helicoidal

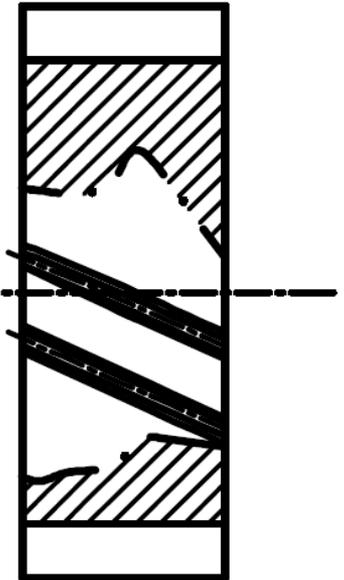
8



Vista Isométrica



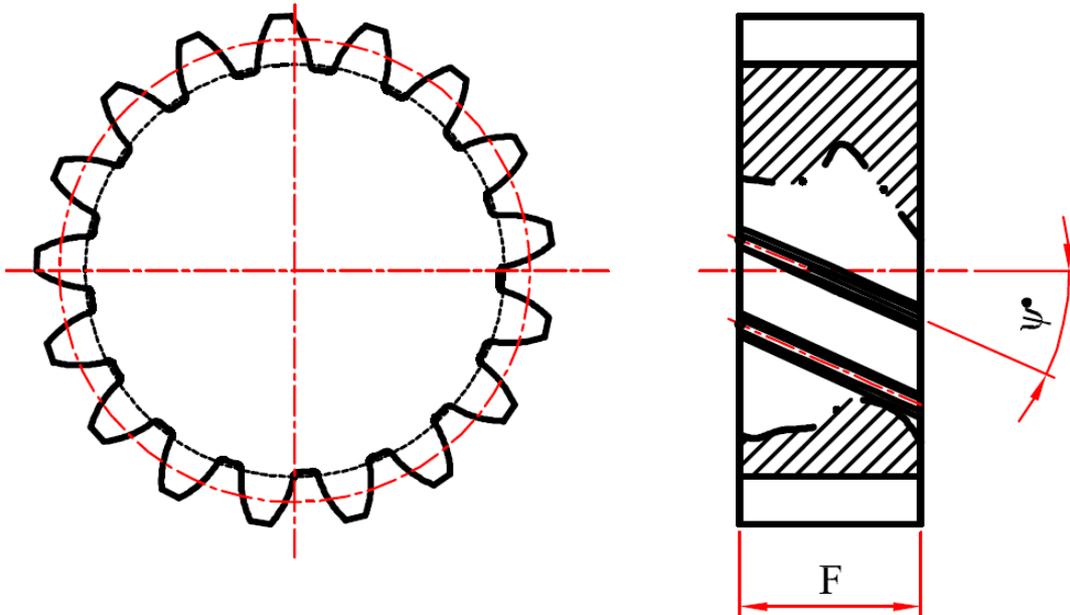
Vista Frontal



Corte

# Ângulo de Hélice

9



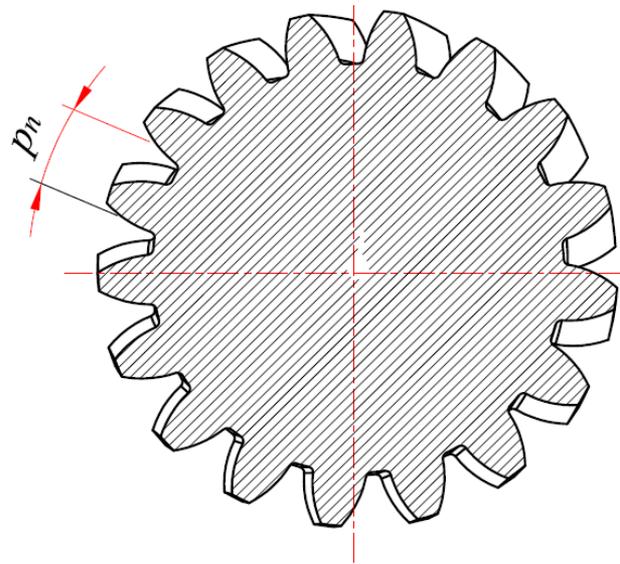
Vista Frontal

F = Largura da Engrenagem

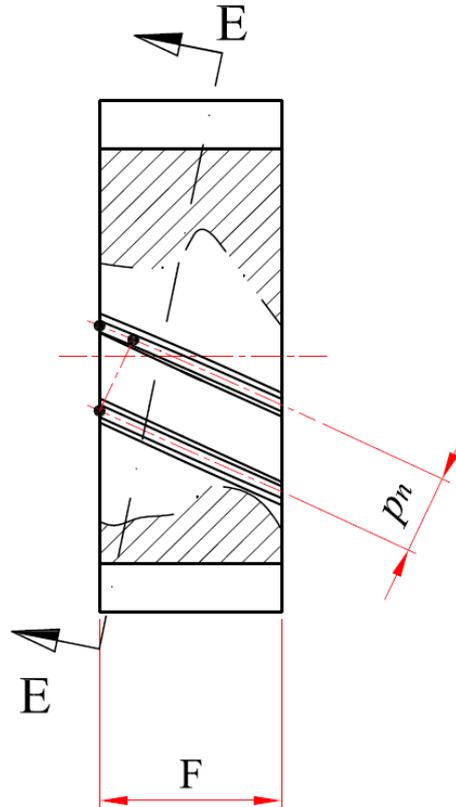
$\psi$  = ângulo da Hélice

# Plano Normal: Passo Normal

10

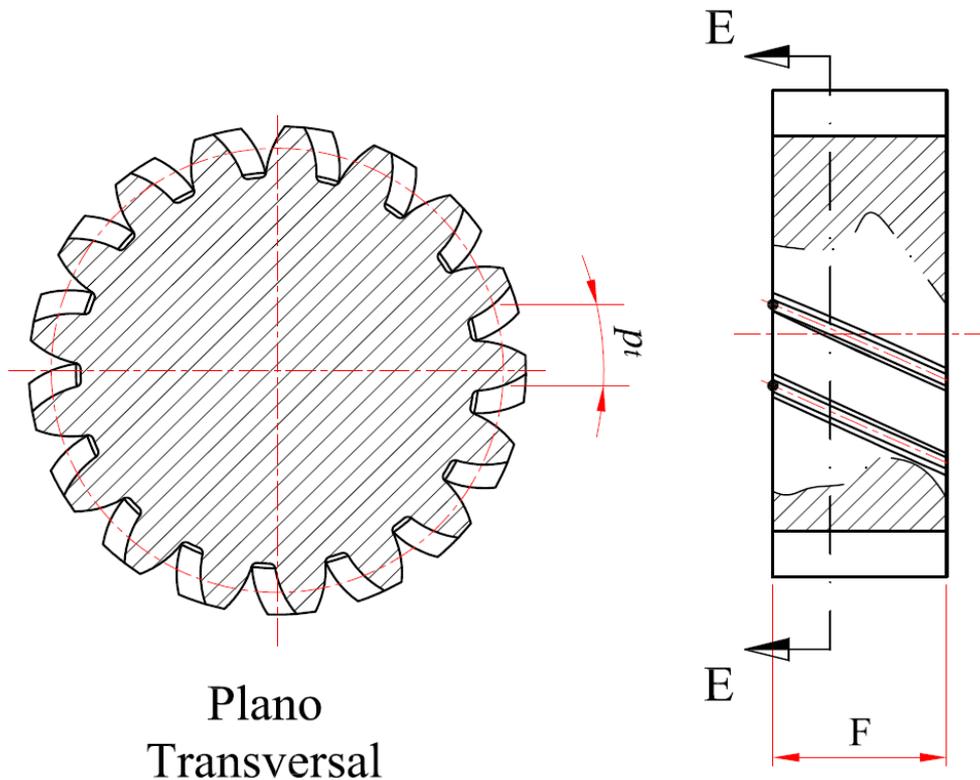


Plano Normal



$p_n =$  passo normal

# Plano Circular ou Transversal: Passo Transversal



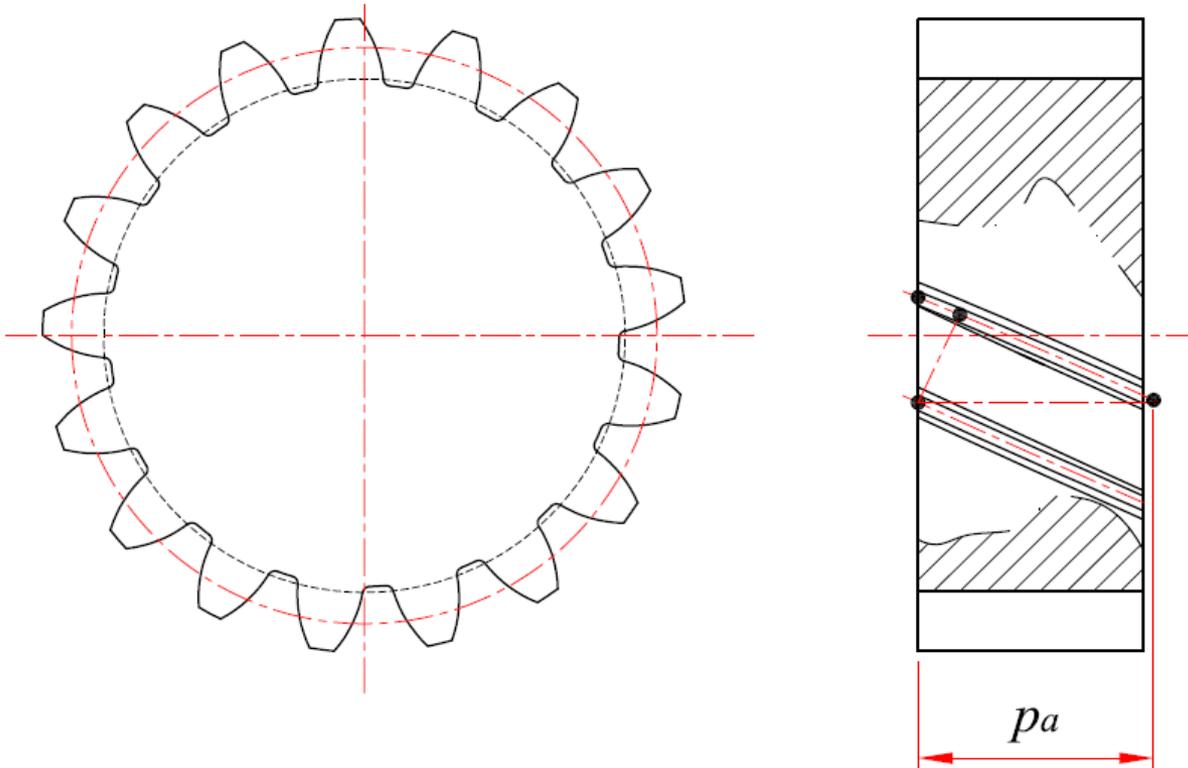
$p_t$  = passo transversal

$p_t$  = corresponde ao passo circular  $p_c$  de uma engrenagem medido no plano transversal

$$p_t = \frac{p_n}{\cos(\Psi)}$$

# Passo Axial

12



$p_a =$  passo axial

$$p_a = \frac{p_n}{\sin \psi}$$

Passo Diametral $p_d$ (in)	Módulo (mm) [SI]
Passo normal : $p_n$	Módulo normal : $m$
Passo Transversal : $p_t = p_c = \frac{p_n}{\cos \psi}$	Módulo transversal ou circunferencial: $m_c = \frac{m}{\cos \psi}$
Passo Axial : $p_a = \frac{p_n}{\sin \psi}$	Módulo axial: $m_a = \frac{m}{\sin \psi}$
Diâmetro primitivo: $D = N / p_t$	Diâmetro primitivo: $D = m_c N$
Passo diametral: $p_d = \frac{N}{d} = \frac{\pi}{p_c} = \frac{\pi}{p_t}$	Passo circular = $p_c = \pi m_c = p_t$
	Passo normal = $p_n = p_c \cos \psi$
	Passo axial = $p_a = \frac{p_n}{\sin \psi}$

## Número virtual de Dentes

14

Além de um funcionamento mais silencioso do que as engrenagens de dentes retos, as engrenagens helicoidais possuem dentes relativamente mais fortes do que uma engrenagem de dentes retos com o mesmo passo normal, passo diametral e número de dentes.

A componente da força que transmite o torque é  $W_t$  a qual encontra-se no plano transversal. O tamanho dos dentes (passo normal) é definido no plano normal. A espessura do dente no plano transversal é  $1 / \cos\Psi$  vezes o passo de uma engrenagem de dentes retos de mesmo passo normal. Outra maneira de visualizar isso é considerar o fato de que a interseção do plano normal e o cilindro primitivo de diâmetro  $d$  é uma elipse cujo raio é:

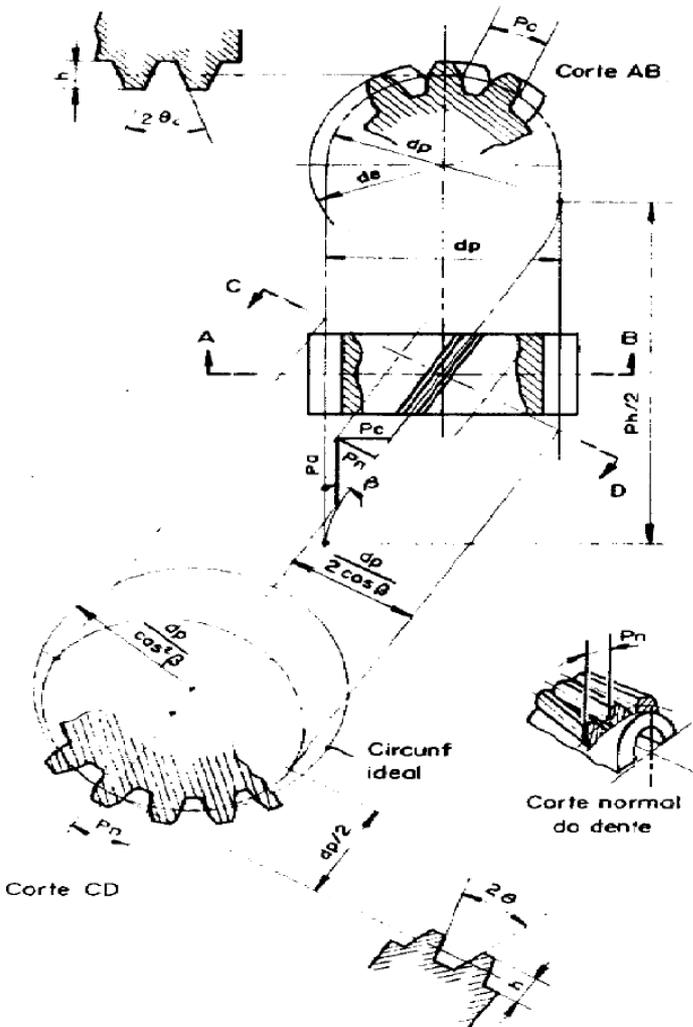
$$r_e = \frac{d/2}{\cos^2\psi}$$

Pode-se definir um número de dentes virtual  $N_e$  como o quociente da circunferência de um círculo de passo virtual de raio  $r_e$  e o passo normal  $p_n$ .

$$N_e = \frac{2\pi r_e}{p_n} = \frac{\pi d}{p_n \cos^2\psi} = \frac{\pi d}{p_t \cos^3\psi} = \frac{N}{\cos^3\psi}$$

# Geometria Engrenagem

15



DESCRIÇÃO	PINHÃO	COROA
número de dentes	$z_1 = 15$	$z_2 = 26$
número de dentes ideal	$z_{1d} = z_1 / \cos^3 \beta = 17,424$ (Escolha de fresa)	$z_{2d} = z_2 / \cos^3 \beta = 30,218$
módulo circunferencial	$m_c = m / \cos \beta = 4,206$	
módulo normal	$m = 4$	
módulo axial	$m_a = m / \sin \beta = 12,944$	
diâmetro primitivo	$dp_1 = m_c \cdot z_1 = 63,10$	$dp_2 = m_c \cdot z_2 = 109,35$
diâmetro externo	$de_1 = dp_1 + 2m = 71,10$	$de_2 = dp_2 + 2m = 117,35$
diâmetro primitivo ideal	$dp_{1i} = dp_1 / \cos^2 \beta = 69,732$	$dp_{2i} = dp_2 / \cos^2 \beta = 120,907$
diâmetro interno	$di_1 = dp_1 - 2,334m = 53,764$	$di_2 = dp_2 - 2,334m = 100,014$
altura da cabeça do dente	$a = m = 4$	
altura do pé do dente	$b = 1,167m = 4,668$	
folga no pé do dente	$e = 0,167m = 0,668$	
esp. circ. aparente do dente	$s = m_c \pi / 2 = 6,594$	
esp. cord. aparente do dente	$sc_1 = m_c z_1 \sin \alpha_1 = 6,585$	$sc_2 = m_c z_2 \sin \alpha_2 = 6,588$
passo normal	$P_n = m \pi = 12,56$	
passo circunferencial	$P_c = m_c \pi = 13,188$	
passo da hélice	$P_{h1} = z_1 P_n / \sin \beta = 609,669$	$P_{h2} = z_2 P_n / \sin \beta = 1056,828$
passo axial	$P_a = P_n / \sin \beta = 40,64$	
ângulo de pressão	$\theta = 15^\circ$	
ângulo de pressão circunf.	$\text{tg } \theta_c = \text{tg } \theta / \cos \beta = 0,356 \therefore \theta_c = 19^\circ 35'$	
âng. de inclinação da hélice	$\beta = 8^\circ + 30^\circ \therefore \beta = 18^\circ$	
distância entre centros	$I = (dp_1 + dp_2) / 2 = 86,22$	
relação de transmissão	$\varphi = z_1 / z_2 = 0,57 = 1 : 1,73$	
largura da engrenagem	$\{ = (6 \div 16)m = 40$	
ângulo do dente	$\alpha_1 = 90^\circ / z_1 = 6^\circ$	$\alpha_2 = 90^\circ / z_2 = 3^\circ 27'$

# Engrenagens Cônicas

16

Dentes Retos



Dentes Helicoidais



Zerol®



Hipóides



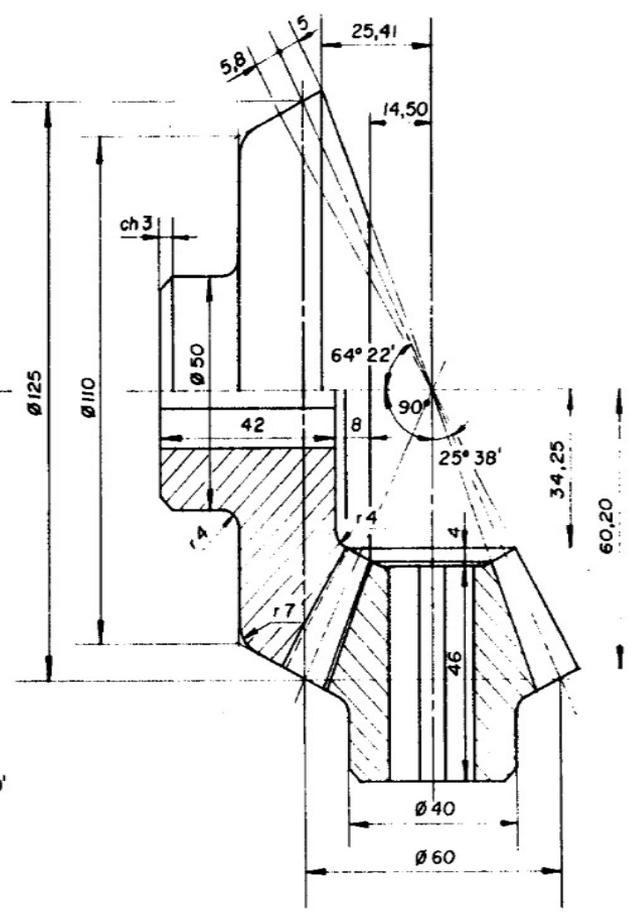
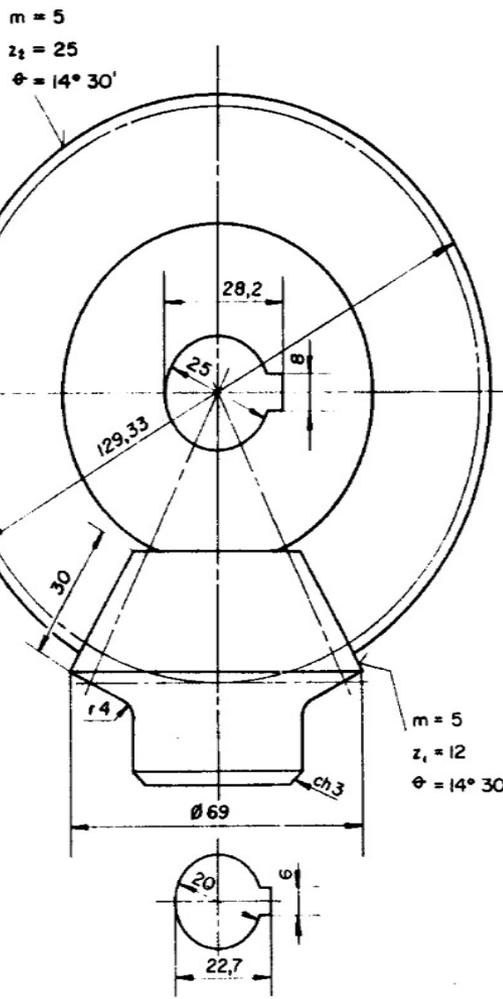
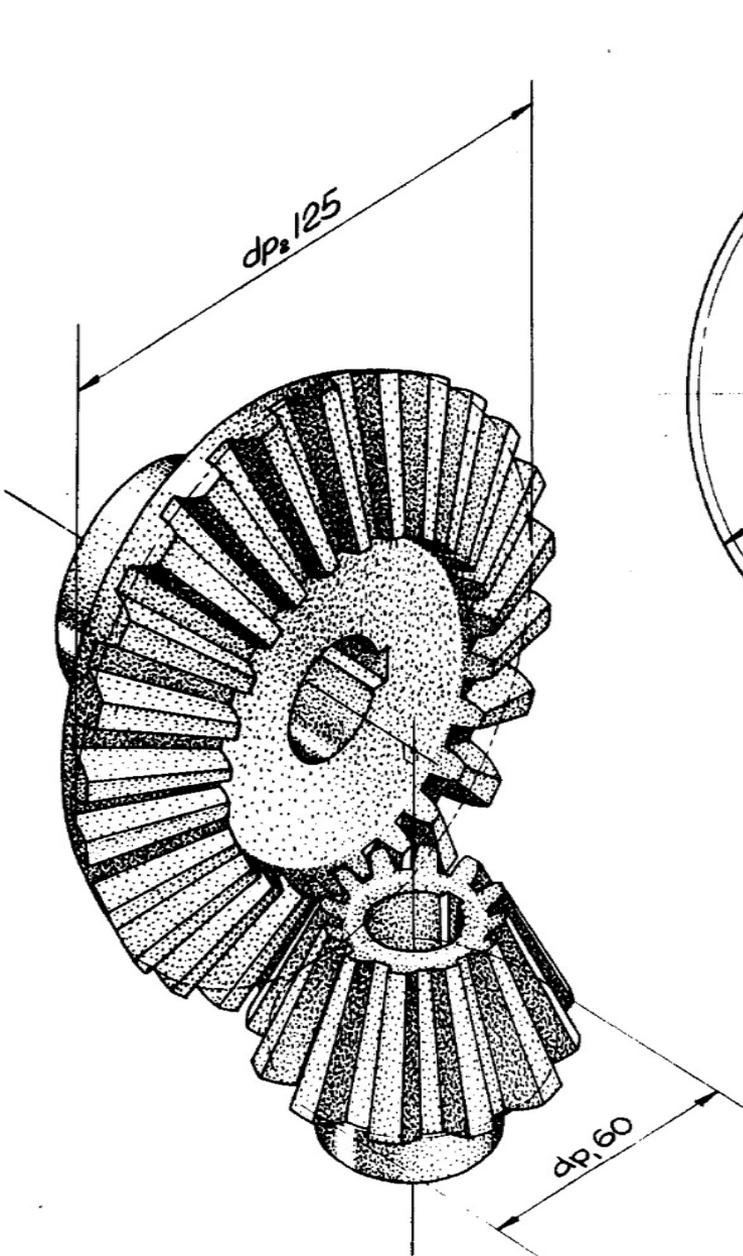
**Dentes Retos:** Transmissão em eixos perpendiculares que se cruzam;

**Dentes Helicoidais:** Transmissão em eixos perpendiculares com as vantagens oferecidas pelos dentes helicoidais (maior torque, maior velocidade, menor ruído, engrenamento suave)

**Zerol:** Marca registrada para engrenagens cônicas tipo helicoidal, no entanto com ângulo de hélice nulo. Para obtenção de engrenamentos suaves de uma engrenagem helicoidal sem a carga axial gerada pelo ângulo da espiral.

**Hipóides e Espiróides:** são um tipo de engrenagem cônica espiral em que o eixo não faz interseção com o eixo da engrenagem tipo pinhão.

- A principal aplicação de uma engrenagem hipóide está na unidade diferencial de um veículo de rodas, onde o eixo de transmissão deve estar em um ângulo direito com as rodas.
- Os dentes helicoidais em uma engrenagem hipóide produzem menos vibração do que uma engrenagem com dentes de corte reto.
- Os modelos de engrenagens hipóides são fabricados em pares e devem ser substituídos aos pares.
- Seu pinhão é fora do eixo em relação à coroa. Isso permite que o pinhão seja maior do que a engrenagem hipóide, o que faz com que o pinhão tenha maior contato com a engrenagem hipóide.
- Uma engrenagem cônica helicoidal deve ser muito maior para desenvolver o mesmo torque como uma engrenagem hipóide.
- É normalmente impraticável para substituir uma engrenagem hipóide com uma engrenagem espiral cônica mais eficiente.

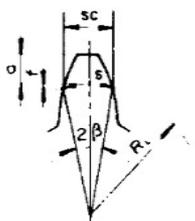
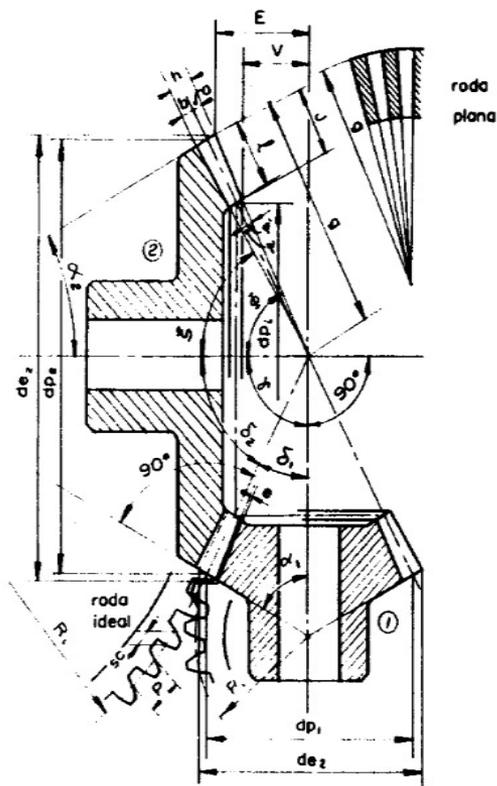


**DADOS**

$m = 5$      $z_1 = 12$      $z_2 = 25$   
 ângulo entre os eixos  $\angle = 90^\circ$   
 ângulo de pressão  $\phi = 14^\circ 30'$

**CÁLCULOS PARA O DESENHO**

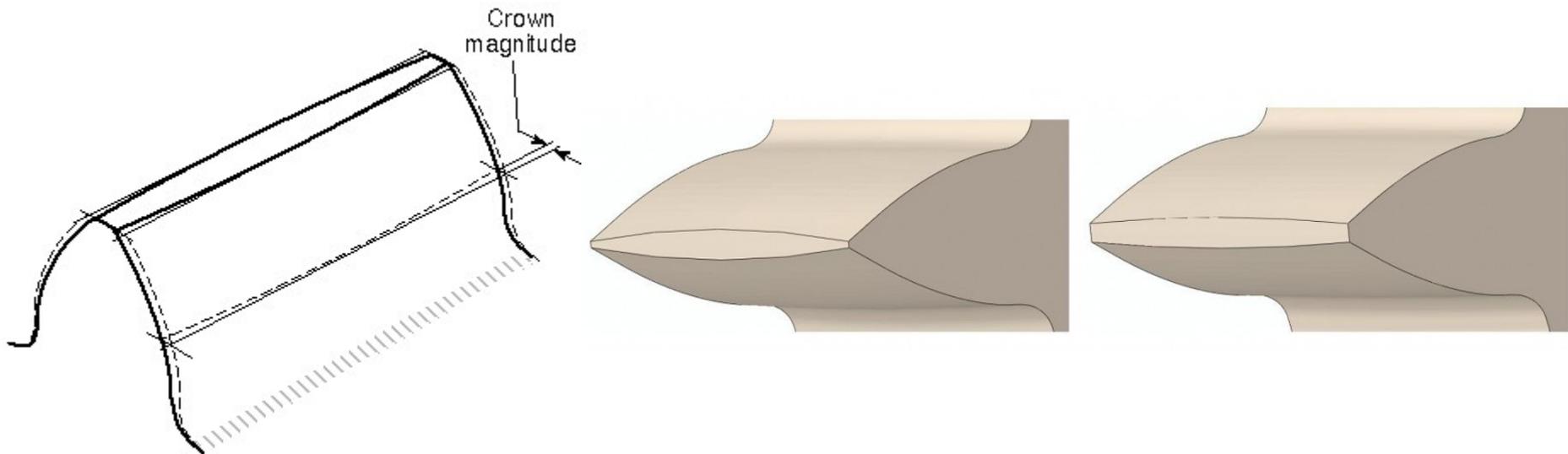
diâmetro primitivo do pinhão  $dp_1 = mz_1 = 60$   
 diâmetro primitivo da coroa  $dp_2 = mz_2 = 125$   
 cabeça do dente  $a = m = 5$   
 pé do dente  $b = 1,167m = 5,835$   
 comprimento do dente  $l = (5 - 12)m = 30$



DESCRIÇÃO	PINHÃO	COROA
número de dentes	$z_1 = 12$	$z_2 = 25$
nº de dentes da roda ideal	$z_{i1} = z_1 / \cos \delta_1 = 13,309$	$z_{i2} = z_2 / \cos \delta_2 = 57,788$
nº de dentes da roda plana	$z_{p1} = z_1 / \sin \delta_1 = 27,738$	$z_{p2} = z_2 / \sin \delta_2 = 27,729$
diâmetro primitivo	$dp_1 = m z_1 = 60$	$dp_2 = m z_2 = 125$
diâmetro primitivo interno	$dpi_1 = dp_1 - 2l \sin \delta_1 = 34,04$	$dpi_2 = dp_2 - 2l \sin \delta_2 = 70,905$
diâmetro externo	$de_1 = dp_1 + 2a \cos \delta_1 = 69,015$	$de_2 = dp_2 + 2a \cos \delta_2 = 129,326$
módulo	$m = 5$	
passo circular	$P = m\pi = 15,70$	
cabeça do dente	$a = m = 5$	
pé do dente	$b = 1,167 m = 5,835$	
altura total do dente	$h = a + b = 10,835$	
folga no pé do dente	$e = 0,167 m = 0,835$	
âng. de inclin. dos eixos	$\gamma = 90^\circ$	
semi-âng. do cone primitivo	$\text{arc tg } \delta_1 = \text{sen } \gamma / (1/\psi + \cos \gamma) = 25^\circ 38'$	$\text{arc tg } \delta_2 = \text{sen } \gamma / (\psi + \cos \gamma) = 64^\circ 22'$
semi-âng. do cone externo	$\phi_1 = \delta_1 + \varphi' = 29^\circ 46'$	$\phi_2 = \delta_2 + \varphi' = 68^\circ 30'$
semi-âng. do cone interno	$\xi_1 = \delta_1 - \psi = 20^\circ 50'$	$\xi_2 = \delta_2 - \psi = 59^\circ 34'$
semi-âng. do cone complementar	$\alpha_1 = 90^\circ - \delta_1 = 64^\circ 22'$	$\alpha_2 = 90^\circ - \delta_2 = 25^\circ 38'$
ângulo da cabeça do dente	$\text{arc tg } \psi = m/g = 4^\circ 8'$	
âng. do pé do dente	$\text{arc tg } \psi = b/g = 4^\circ 48'$	
geratriz primitiva	$g = dp_1 / 2 \sin \delta_1 = 69,34$	$g = dp_2 / 2 \sin \delta_2 = 69,34$
geratriz do cone complementar	$R_{i1} = dp_1 / 2 \cos \delta_1 = 33,3$	$R_{i2} = dp_2 / 2 \cos \delta_2 = 144,4$
geratriz do dente	$J = l / \cos \varphi' = 30$	
comprimento do dente	$l = (5 + 12) m = 30$	
flecha do dente	$f_1 = R_{i1} - R_{i1} \cos \beta_1 = 0,234$	$f_2 = R_{i2} - R_{i2} \cos \beta_2 = 0,145$
espes cordal do dente	$sc_1 = 2 R_{i1} \sin \beta_1 = 7,828$	$sc_2 = 2 R_{i2} \sin \beta_2 = 7,812$
dist. do vért. ao dente (superior)	$V_1 = (g - l) \cos \phi_1 = 34,249$	$V_2 = (g - l) \cos \phi_2 = 14,418$
dist. do vért. ao dente (inferior)	$E_1 = g \cos \phi_1 = 60,19$	$E_2 = g \cos \phi_2 = 25,41$
relação de transmissão	$\varphi = z_1 / z_2 = 0,48 = 1 : 2,083$	
ângulo do dente	$\beta_1 = 90^\circ / z_1 = 6,76 \dots 6^\circ 45'$	$\beta_2 = 90^\circ / z_2 = 1,55 \dots 1^\circ 33'$

# Dente Coroado ou não coroadado - $C_{xc}$

21



Coroamento: Modificação da superfície no sentido do comprimento do dente para produzir um contato mais localizado evitando os contatos nas bordas.

Melhor assentamento dos dentes caso haja deflexões dos eixos.

O coroamento é feito durante o processo de fabricação da engrenagem

## Par engrenagem – parafuso sem-fim



Um conjunto engrenagem/parafuso sem-fim consiste de parafuso sem-fim (worm) e uma engrenagem sem-fim (gear worm) também chamada de "worm wheel". Eles conectam eixos não paralelos e não cruzados, tipicamente formando ângulos retos. O parafuso sem-fim é, de fato, uma engrenagem helicoidal com ângulo da hélice tão grande que um simples dente circundaria continuamente sua circunferência. O parafuso sem-fim é análogo à rosca de um parafuso e a engrenagem sem-fim é análoga à sua porca. A distância que um ponto no engrenamento (porca) move-se em uma revolução do parafuso sem-fim é chamada de avanço  $L$  e o avanço dividido pela circunferência primitiva  $\pi d$  do parafuso sem-fim é a tangente do seu ângulo de hélice  $\lambda$ .

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d}$$

Parafusos sem-fim geralmente têm um dente (ou rosca) e podem ter razões tão grandes quanto o número de dentes na engrenagem sem-fim. Isso proporciona altas razões em dispositivos compactos. Parafusos sem-fim e engrenagens podem produzir razões de engrenamento de 1:1 até 360:1, embora a faixa usualmente disponível em catálogos seja de 3:1 a 100:1 (outras configurações de engrenamento estão limitadas em cerca de 10:1). Razões acima de 30:1 usualmente têm uma rosca simples, e razões abaixo desse valor freqüentemente usam parafusos sem-fim com múltiplas roscas.

O número de roscas num parafuso sem-fim é também referenciado como seu número de entradas. O passo axial  $p_x$  do parafuso sem-fim é igual ao passo circular  $p_c$  da engrenagem sem-fim e está relacionado ao avanço  $L$  pelo número escolhido de entradas ou números de filetes no parafuso sem-fim  $N_w$ .

$$p_x = \frac{L}{N_w} = p_c = \frac{\pi d_g}{N_g} \quad N_w \text{ vale, tipicamente, entre 1 e 10 para pares comerciais}$$

## Auto travamento

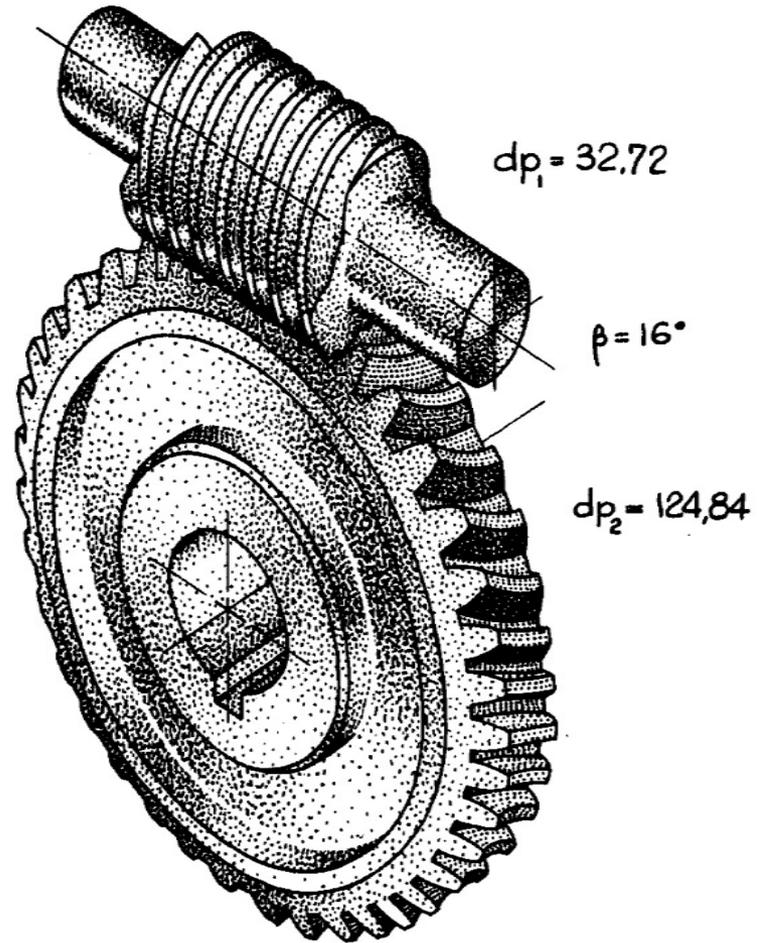
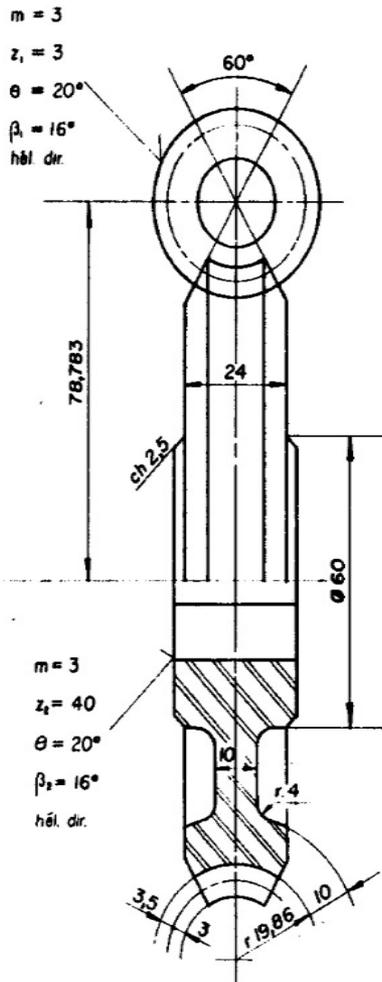
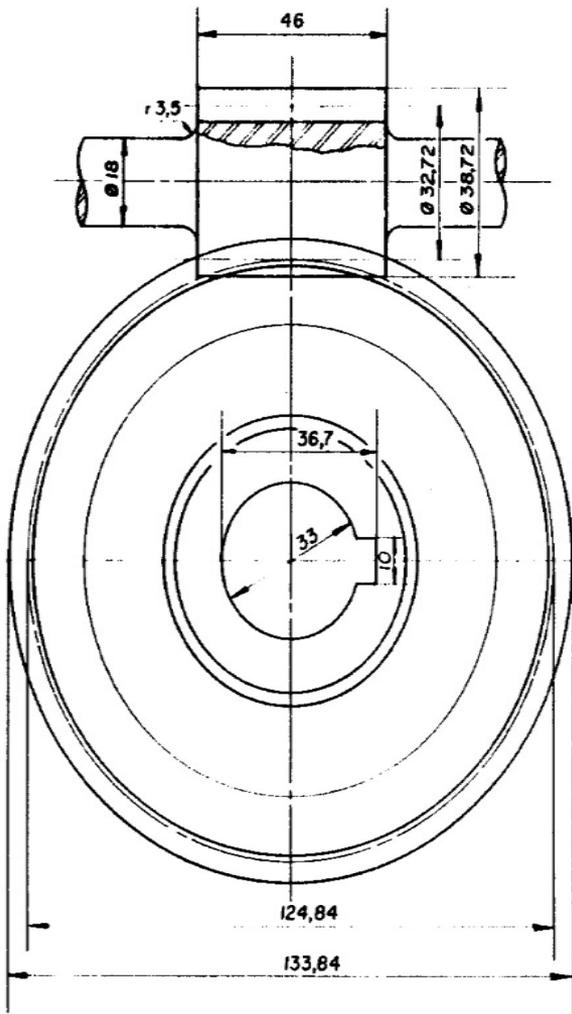
Outra vantagem do par sem-fim sobre os outros tipos de pares engrenados é a capacidade de auto-travamento. Se o conjunto é auto-travado, um torque aplicado na engrenagem não rodará o parafuso, ou seja, o dispositivo funcionará apenas do parafuso para a engrenagem.

Depende do ângulo de hélice  $\lambda$ , coeficiente de atrito  $\mu$ , acabamento superficial, lubrificação e vibração.

Auto travamento ocorre, geralmente em Ângulos de hélice menores que  $6^\circ$ , mas pode ocorrer em ângulos de até  $10^\circ$ .

## Ângulos de pressão

Os ângulos de pressão padrões para parafuso de rosca sem-fim são  $14.5$ ,  $17.5$ ,  $20$ ,  $22.5$ ,  $25$ ,  $27.5$  ou  $30^\circ$ . Ângulos de pressão maiores resultam em dentes mais resistentes em contra partida com maior atrito, maiores cargas no mancal, e maiores tensões de flexão no parafuso sem-fim.



### DADOS

$m = 3$     $z_1 = 3$     $z_2 = 40$   
 $\beta_1 = 16^\circ$  héli. dir.    $\beta_2 = 16^\circ$  héli. dir.  
 $\theta = 20^\circ$

### CÁLCULOS PARA O DESENHO

diâmetro primitivo da rêsca  $dp_1 = mz_1 / \sin \beta = 32,72$   
 diâmetro primitivo da coroa  $dp_2 = mz_2 / \cos \beta = 124,84$   
 cabeça do dente  $a = m = 3$

pé do dente  $b = 1,167m = 3,501$

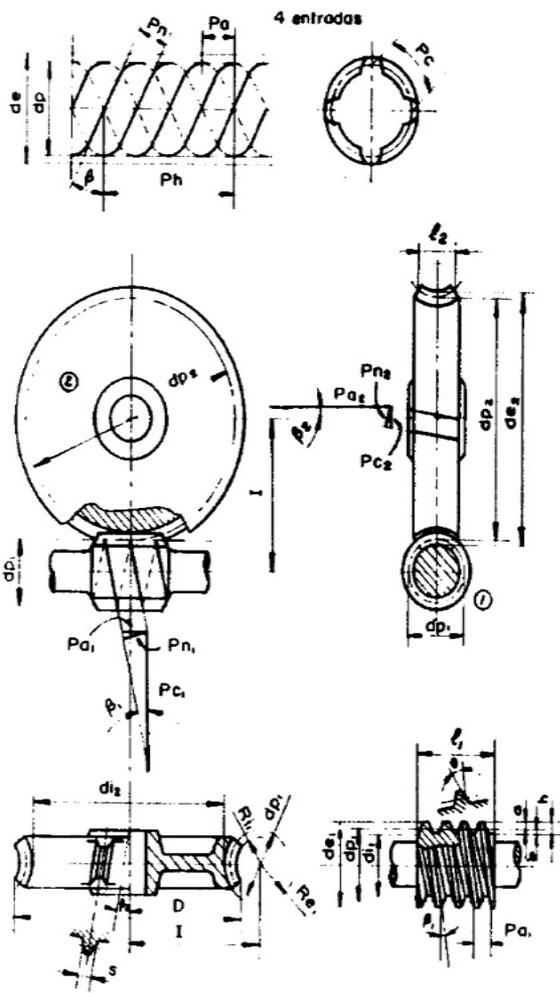
ângulo do chanfro da coroa  $\alpha_1 = 60^\circ \div 90^\circ \therefore \alpha_1 = 60^\circ$

comprimento da rêsca  $l_1 = 2 \frac{m}{\cos \beta} (1 + \sqrt{z_1}) = 46$

largura da coroa  $l_2 = (6-8)m = 24$

$\beta_1$  é medido em relação ao plano normal ao eixo da rêsca.

$\beta_2$  é medido em relação ao eixo da coroa.



$\beta_1 = \beta_2 = \beta$

O valor de  $\theta$  é escolhido de acordo com o valor de  $\beta$

$\beta$	$\leq 12^\circ$	$12^\circ - 20^\circ$	$20^\circ - 25^\circ$	$> 25^\circ$
$\theta$	$14^\circ 30'$	$20^\circ$	$22^\circ 30'$	$25^\circ$

DESCRIÇÃO	SEM-FIM	COROA
nº de dentes	$z_1 = 3$ entradas	$z_2 = 40$
módulo normal	$m = 3$	
módulo axial	$ma_1 = m / \cos \beta = 3,121$	$ma_2 = m / \sin \beta = 10,909$
módulo circunferencial	$mc_1 = m / \sin \beta = 10,909$	$mc_2 = m / \cos \beta = 3,121$
passo normal	$Pn = m\pi = 9,42$	
passo axial	$Pa_1 = ma_1\pi = 9,799$	$Pa_2 = ma_2\pi = 34,254$
passo circunferencial	$Pc_1 = mc_1\pi = 34,254$	$Pc_2 = mc_2\pi = 9,799$
passo da hélice	$Ph_1 = Pa_1 z_1 = 29,397$	$Ph_2 = Pa_2 z_2 = 1370,160$
diâmetro primitivo	$dp_1 = mc_1 z_1 = 32,727$	$dp_2 = mc_2 z_2 = 124,840$
diâmetro externo	$de_1 = dp_1 + 2m = 38,727$	$de_2 = dp_2 + 2m = 130,840$
diâmetro interno	$di_1 = dp_1 - 2,334m = 25,725$	$di_2 = dp_2 - 2,334m = 117,838$
altura da cabeça do dente	$a = m = 3$	
altura do pé do dente	$b = 1,167m = 3,501$	
altura do dente	$h = a + b = 6,501$	
folga no pé do dente	$e = 0,167m = 0,501$	
esp. circunferencial do dente	$s = Pn/2 = 4,71$	
diâm. máx. externo da coroa		$D \approx dp_2 + 3m = 133,840$
largura da coroa		$b_2 = (6 \div 8)m = 24 < 0,75 de_1$
comprimento da sem-fim	$l_1 = 2 ma_1 (1 + \sqrt{z_2}) = 46$	
semi-ângulo do dente	$\theta = 20^\circ$	
ângulo da hélice	$\beta_1 = 16^\circ$	$\beta_2 = 16^\circ$
âng. do chanfro da coroa	$\alpha_1 = 60^\circ \div 90^\circ \therefore \alpha_1 = 60^\circ$	
raio externo da garganta		$Re = I - di_2/2 = 19,864$
raio interno da garganta		$Ri = I - de_2/2 = 13,363$
distância entre centros	$I = (dp_1 + dp_2)/2 = 78,783$	
relação de transmissão	$\varphi = z_1/z_2 = 0,075 = 13,333$	